УДК 621.833.7

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛОВОЙ ЧАСТИ СЛЕДЯЩЕГО ПРИВОДА С ВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧЕЙ

© Геннадий Алексеевич Тимофеев, Владимир Васильевич Кузенков

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана» (Национальный исследовательский университет), Москва.

timga@bmstu.ru, Россия.

Аннотация. *Рассмотрена динамика электромеханического следящего привода с силовой частью, состоящей из электродвигателя постоянного тока и редуктора – волновой зубчатой передачи (ВЗП) с генератором волн внешнего деформирования. Приведены уравнения движения основных элементов системы, позволяющие оценить частотные и переходные характеристики привода.*

Представлены результаты моделирования динамики рассмотренного следящего привода при ступенчатом и импульсном управляющих воздействиях. Изучено влияние нелинейностей ВЗП на резонансные частоты привода. Получены переходные характеристики по управлению и по возмущению.

Показано, что на переходные характеристики электромеханического привода оказывают влияние как собственные свойства редуктора с ВЗП, так и параметры электродвигателя.

Ключевые слова: *Электромеханический привод, волновая зубчатая передача, электродвигатель, генератор волн.*

MODELING OF SERVO DRIVE'S POWER SOURCE WITH A WAVE GEAR

© Gennady A. Timofeev, Vladimir V. Kuzenkov

Bauman Moscow State Technical University (National research university of technology), Moscow.

timga@bmstu.ru, Russia.

Abstract. *The dynamics of electromechanical servo drive with a power source composed of a DC motor and gearbox, a wave gear (WG) with an external deformation wave generator, is considered. The equations of motion of the main system components allowing the estimation of the frequency and transient responses of the drive are given.*

The results of the simulation of the dynamics of the considered servo drive for step and pulsed control action are presented. The influence of nonlinearities of WG on the resonant frequencies of the drive are studied. Transient responses on control and disturbance are obtained.

It is shown that the transient characteristics of the electromechanical drive is influenced by both intrinsic properties of reducer with WG and motor parameters.

Key words: *electromechanical drive, wave gear, DC motor, wave generator.*

Введение в силовую часть электромеханического привода волновой зубчатой передачи (ВЗП), наряду с несомненными улучшениями качественных характеристик привода (малые габариты и масса, высокая кинематическая точность, малая инерционность и т.д.) изменяет его динамические характеристики. Так, волновая зубчатая передача при малых нагрузках представляет собой беззазорный упругий элемент, что обеспечивает высокую кинематическую точность [1]. Однако, наличие инерционного элемента (ротор электродвигателя) совместно с указанным упругим элементом (гибким колесом) создает колебательную систему с малым демпфированием, отрицательно влияющую на работоспособность привода.

С другой стороны, при больших нагрузках волновая зубчатая передача представляет собой элемент типа зоны нечувствительности с гистерезисной петлей, что также не улучшает работу и качественные характеристики привода. [2]

Исследованию указанных вопросов и посвящена данная работа.

На рис. 1 приведена расчетная схема электромеханического привода с волновой зубчатой передачей, имеющей кольцевой генератор волн внешнего деформирования, кинематическая схема которой рассмотрена в работе [1]. Схема содержит элементы, относящиеся к электродвигателю, промежуточной зубчатой передаче и зубчатой волновой передаче. В качестве входного воздействия принято напряжение на обмотке якоря электродвигателя, возмущающим воздействием является момент сопротивления нагрузки, а выходной величиной — угол поворота выходного вала.

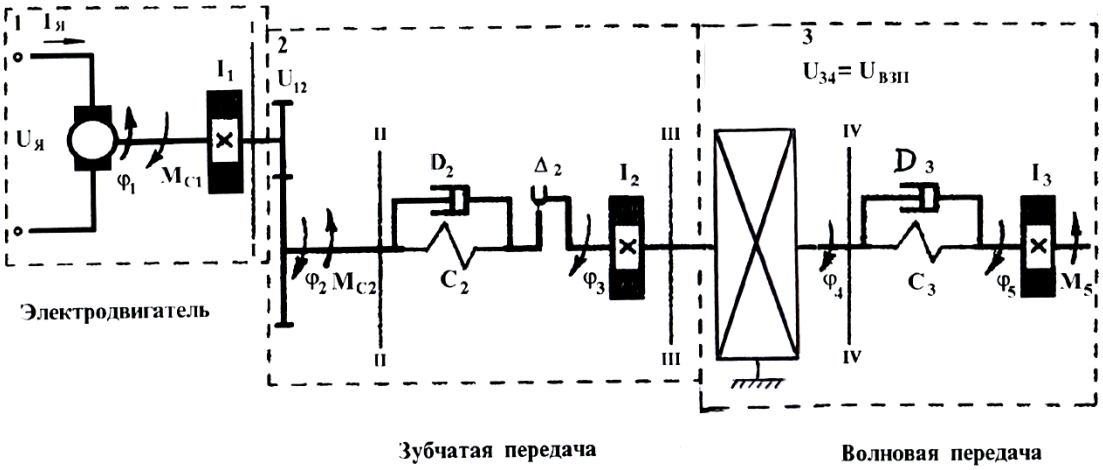


Рис. 1. Принципиальная схема электромеханического привода с волновой зубчатой передачей

Расчетная эквивалентная схема составляется с использованием обычных при подобных исследованиях допущений [2-5, 7, 8]: деформация упругих элементов линейна и подчиняется закону Гука, моменты инерции упругих элементов равны нулю, инерционные звенья не подвержены деформациям, потери энергии на деформацию звеньев не учитываются.

Коллекторный электродвигатель постоянного тока независимого возбуждения представлен моментом инерции якоря, моментом трения, индуктивностью и сопротивлением обмотки якоря. Промежуточная зубчатая передача моделируется идеальной передачей, трением, инерционностью, зазором в зацеплении, упругостью и демпфером. Волновая

передача представлена идеальной зубчатой передачей, инерционностью и нелинейным упругим элементом с потерями.

Уравнения движения записываются с помощью уравнений Лагранжа — Максвелла, имеющих форму уравнений Лагранжа второго рода. В качестве обобщенных фазовых координат принимаются ток в индуктивности электрической части и углы поворота вращающихся инерционных элементов механической части. Учитывая последовательное соединение инерционных элементов, для каждой инерционности записываются дифференциальные уравнения ее движения, а также уравнения геометрических и дифференциальных связей между обобщенными координатами. Ниже приведены результаты применения указанного метода для записи уравнений движения элементов привода.

Электродвигатель постоянного тока независимого возбуждения с учетом электромагнитной и электромеханической постоянных времени

$$\frac{dI}{dt} = \frac{U - Ir - c_1\omega_1}{L};$$
$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{c_1 I - M_1 - M_1^*}{J_1};$$
$$\frac{d\varphi_1}{dt} = \omega_1;$$
$$M_1 = -M_t sign(\omega_1),$$

где I — ток в якорной цепи электродвигателя; U — напряжение питания якорной цепи; r — активное сопротивление якорной цепи; c_1 — коэффициент, учитывающий конструктивные особенности электродвигателя; ω_1 — угловая скорость якоря электродвигателя; L — индуктивность якорной цепи; M_1^* — момент на входном звене промежуточной зубчатой передачи; J_1 — момент инерции якоря электродвигателя совместно с входным колесом промежуточной зубчатой передачи; φ_1 — угол поворота якоря; M_t, M_1 — модуль момента и момент сухого трения в подшипниках и коллекторе электродвигателя; $sign$ — функция знака.

Промежуточная зубчатая передача с учетом упругости, зазора и трения описывается системой уравнений:

$$\varphi_2 = \varphi_1 u_{21};$$
$$\omega_2 = \omega_1 u_{21};$$
$$M_1^* = M_2 u_{21};$$
$$M_3 = M_2 + M_{2t} + M_{2v};$$
$$\frac{d\omega_3}{dt} = \frac{M_3 - M_3^*}{J_2};$$
$$M_{2t} = -M_{t2} sign(\omega_2);$$
$$M_{2v} = -k_2(\omega_2 - \omega_3)$$

$$M_2 = \begin{cases} 0 & \text{ïðè } |\varphi_2 - \varphi_3| < \Delta_2 \\ c_2(\varphi_2 - \varphi_3 - \Delta_2) & \text{ïðè } \varphi_2 - \varphi_3 > \Delta_2 \\ c_2(\varphi_2 - \varphi_3 + \Delta_2) & \text{ïðè } \varphi_2 - \varphi_3 < -\Delta_2 \end{cases}$$

$$\frac{d\varphi_3}{dt} = \omega_3$$

где φ_2 — угол поворота выходного звена промежуточной зубчатой передачи; ω_2 — угловая скорость выходного звена промежуточной зубчатой передачи; ω_3 — угловая скорость выходного звена промежуточной зубчатой передачи; u_{21} — модуль передаточного отношения промежуточной зубчатой передачи; M_3, M_3^* — статический и динамический моменты на входном звене волновой зубчатой передачи; M_2 — момент на выходном валу промежуточной зубчатой передачи; M_{2t}, M_{t2} —модуль момента и момент сухого трения промежуточной зубчатой передачи, приведенные к ее входному звену; M_{2v} — составляющая момента, отражающая демпфирующую способность промежуточной зубчатой передачи; M_2 — упругая составляющая момента; ω_3 — угловая скорость выходного вала промежуточной зубчатой передачи; J_2 — момент инерции выходного колеса передачи совместно с приведенным к выходному звену моментом инерции механизма параллельных кривошипов; φ_3 — угол поворота выходного вала промежуточной зубчатой передачи; k_2 — коэффициент вязкого трения, приведенный к выходному валу; $2\Delta_2$ — зазор в зацеплении, приведенный к выходному валу; c_2 — жесткость кинематической цепи от входного зубчатого колеса до деформирующих колец генератора волн, приведенная к выходному валу.

Волновая передача с учетом нелинейной жесткости описывается системой уравнений

$$\omega_4 = \omega_3 / u_v;$$
$$\varphi_4 = \varphi_3 / u_v;$$
$$M_3^* = M_4 / u_v;$$
$$\frac{d\omega_5}{dt} = \frac{M_4^* - M_5}{J_3};$$
$$\frac{d\varphi_5}{dt} = \omega_5;$$
$$M_{IV} = f_4(\varphi_4, \varphi_5, \omega_4, \omega_5),$$

где φ_4 — угол поворота входного вала волновой передачи; u_v — модуль передаточного отношения волновой передачи; M_4 — момент M_3^*, приведенный к выходному валу волновой передачи; M_4^* — статический момент на валу волновой передачи; ω_5 — угловая скорость выходного вала волновой передачи; M_5 — момент сопротивления нагрузки, приведенный к

выходному валу волновой передачи; φ_5 — угол поворота выходного вала волновой передачи; f — нелинейная функция, учитывающая переменную жесткость и потери в волновой передаче, приведенные к ее выходному валу.

Уравнения, связывающие M_4, φ_4 и φ_5 имеют следующий вид:

$$\varphi_{45} = \varphi_4 - \varphi_5$$
$$M_O = a\varphi_{45} + b{\varphi_{45}}^2 + c{\varphi_{45}}^5;$$
$$M_3 = M_{3O} + e\,|\,M_O\,|$$
$$M_1 = M_O + M_3 sign(\omega_{45});$$
$$M_{3O} = h(\varphi_{45\max} - \varphi_{45\min});$$
$$\frac{d\varphi_{45\max}}{|\,d\varphi_{45}\,|} = l(\varphi_{45\max} - \varphi_{45});$$
$$\frac{d\varphi_{45\min}}{|\,d\varphi_{45}\,|} = l(\varphi_{45\min} - \varphi_{45});$$
$$\frac{dM_4}{|\,d\varphi_{45}\,|} = g(M_1 - M_4);$$
$$\varphi_{45\max} \geq \varphi_{45};$$
$$\varphi_{45\min} \leq \varphi_{45},$$

где a, b, c— коэффициенты полинома, аппроксимирующего среднюю линию зависимости $(M_{IV}(\varphi_{45}))$; M_{3O} — начальное значение момента трения; e — коэффициент, учитывающий влияние нагрузочного момента; h — коэффициент, учитывающий диапазон изменения нагрузочного момента в цикле деформации; g, l — коэффициенты восстановления формы петли гистерезиса, φ_4, ω_4 — угол поворота φ_3 и угловая скорость ω_3, приведенные к выходному валу волновой передачи; φ_5, ω_5 — угол поворота и угловая скорость выходного вала волновой передачи.

Приведенная система уравнений решалась численным методом с использованием программного комплекса “МВТУ” [6]. Результаты решения приведены ниже. Рис. 2.а,б иллюстрирует зависимость угловой скорости выходного вала ω_5 от времени t при скачкообразном приложении нагрузки на выходном валу. Значение момента нагрузки (M_5) варьировалось в диапазоне 20…160 Н·м.

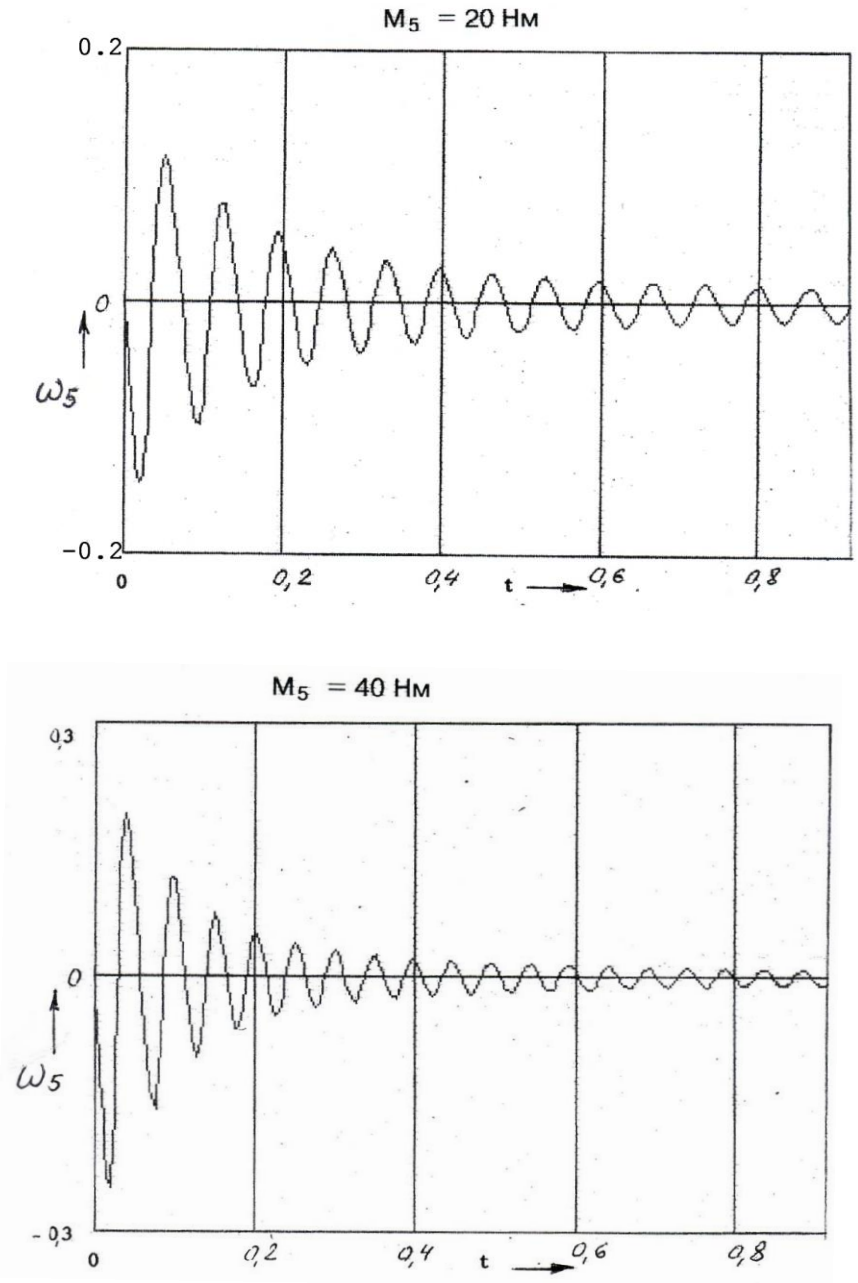


Рис. 2, Моделирование переходного процесса при нагрузке на выходном валу:
а – M_5 = 20 Н·м; б – M_5 = 40 Н·м

На графиках наблюдается увеличение частоты собственных колебаний при возрастании нагрузки, что очевидно, обусловлено изменением моделируемой жесткости волнового зацепления, вызываемой изменением момента на выходном валу привода. С увеличением нагрузки наблюдается также возрастание затухания собственных колебаний привода, что согласуется с предполагаемым характером изменения нелинейной жесткости, прогнозируемым на основе оценок имеющихся экспериментальных данных [9].

На рис. 3. представлены результаты моделирования переходного процесса в приводе, возникающего за счет ступенчатого возмущения на его входе, которое реализовывалось путем ступенчатого увеличения напряжения питания якорной цепи электродвигателя U .

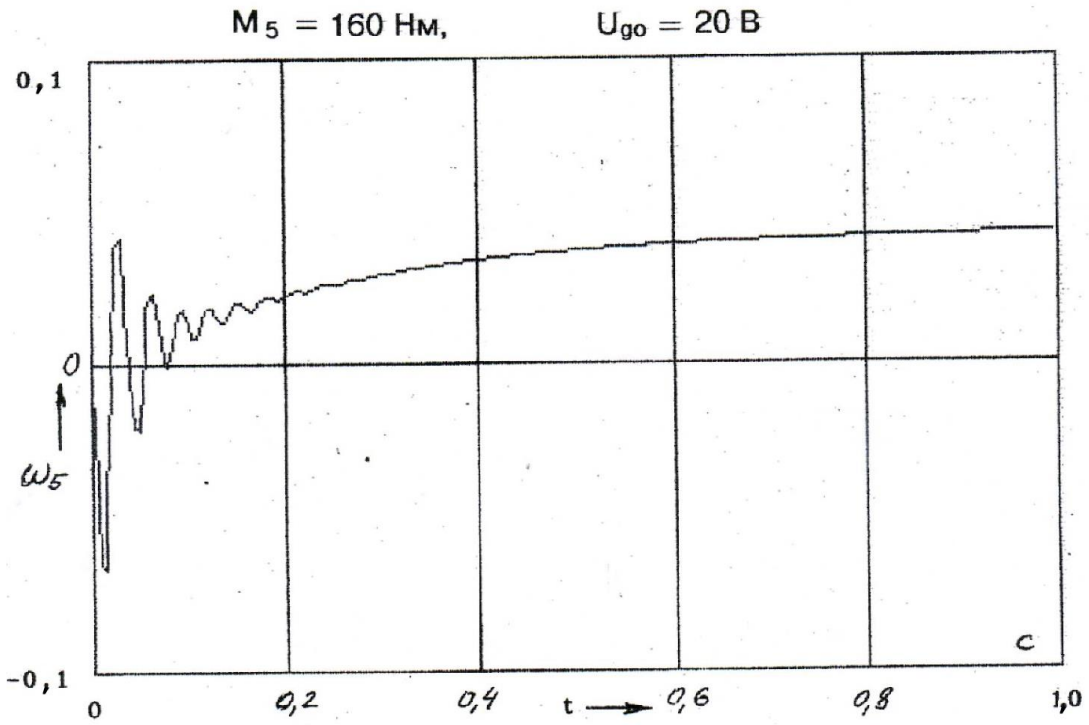


Рис. 3. Моделирование переходного процесса в приводе
при ступенчатом возмущении на входе U = 20 В

Полученные при этом результаты показывают апериодический закон выхода системы на режим установившегося движения, определяемый крутящим моментом двигателя и моментом нагрузки привода, и наложенные на него быстро затухающие собственные колебания привода (частота собственных колебаний 30 Гц соответствует моменту нагрузки M_5 = 160 Н·м). Постоянная времени апериодического процесса и параметров собственных колебаний в этом режиме не зависят от амплитуды возмущения, что свидетельствует о несущественном влиянии нелинейностей на характер переходного процесса в приводе в данных условиях.

При моделировании временных переходных процессов в качестве входного воздействия задавалось гармоническое возмущение, которое реализовывалось путем задания изменения величины напряжения питания якорной цепи электродвигателя (U) по синусоидальному закону: $U(t) = U_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$

В качестве выходного параметра регистрировались изменения во времени частоты вращения выходного вала привода (ω_5).

На рис. 4 представлен один из результатов моделирования вынужденных колебаний при постоянных значениях внешней нагрузки M_5 = 30 Н·м и амплитуды возмущения U_0 = 100 В для различных частот возмущения (ω_0) в интервале 10...150 рад/с.

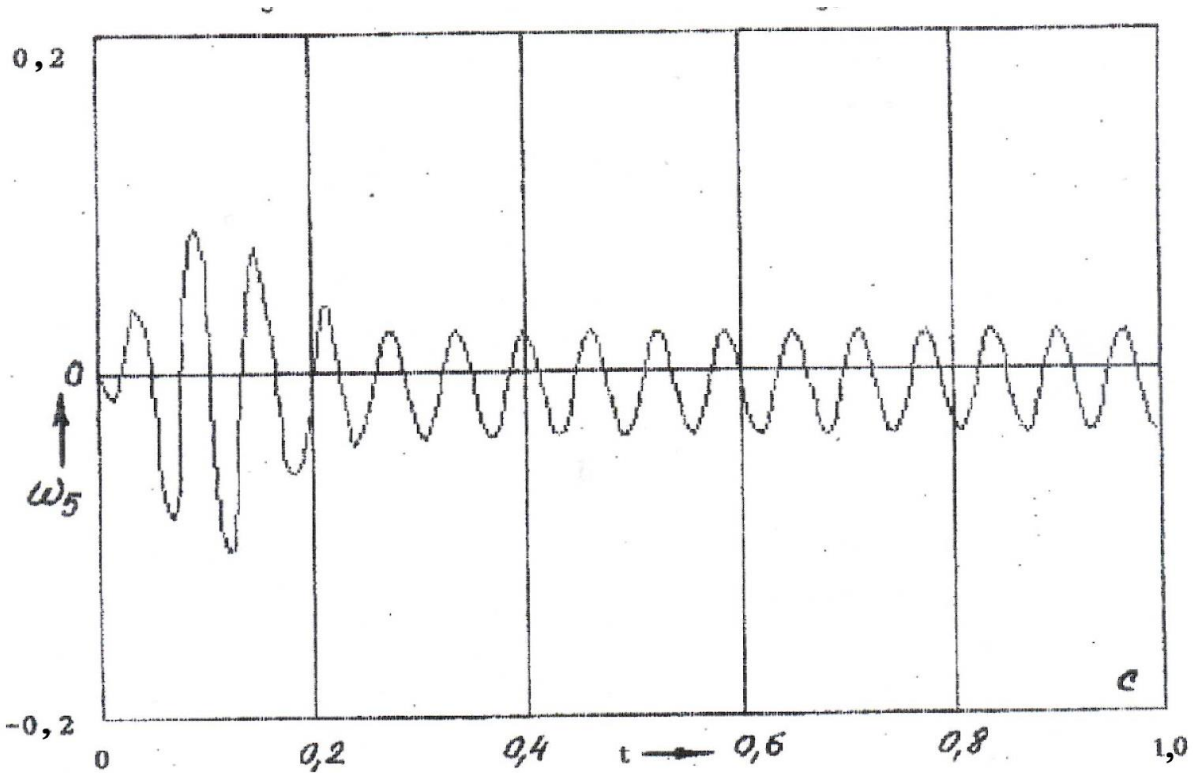


Рис. 4 – Моделирование вынужденных колебаний
при ω_0 = 100 рад/с; M_5 = 30 Н·м; $U_{д0}$ = 100 В

По существу, эти эксперименты дают представление об амплитудной характеристике модели ВЗП по выходному воздействию в отдельных точках. Результаты этого моделирования приводят к следующим заключениям:

- после завершения переходного процесса (0,4...0,6 с от начала) выходные колебания близки к гармоническим, т. е. искажения, обусловленные наличием нелинейностей в системе, проявляются слабо. При этом, однако, следует учитывать, что амплитуда входного воздействия в данной серии экспериментов была выбрана достаточно большой (100 В);
- при значительно меньших значениях этой амплитуды в ряде случаев оказалось затруднительным достичь установления колебания на выходе модели из-за затягивания переходного процесса;
- наблюдается падение коэффициента усиления системы (уменьшение амплитуды выходного сигнала) при увеличении частоты возмущения, что объясняется фильтрующими свойствами электродвигателя (его электромагнитной постоянной времени);
- в экспериментах не обнаружено заметных изменений коэффициента усиления, обусловленных резонансными явлениями. Это обстоятельство может быть связано с рядом причин. С одной стороны, принятая в описываемых экспериментах методика регистрации амплитуды колебаний по установлению колебательного переходного процесса, выполняемая для отдельных задаваемых значений частоты внешнего возмущения, по-видимому, не обеспечивает достаточной точности для обнаружения резонансных явлений, а кроме того, переходный процесс, по существу, не является стационарным, что может приводить к размытию резонансов из-за изменения параметров нелинейной модели в ходе эксперимента. С другой стороны, отсутствие резонансных явлений может быть связано с недостаточно высокими частотами

входного воздействия, принятыми в данном эксперименте.

На рис. 5 показаны результаты моделирования колебаний при постоянных значениях внешней нагрузки M_5 = 30 Н·м, частоте возмущения ω_5 = 30 рад/с для значения амплитуды возмущающего напряжения (U_0) 60 В.

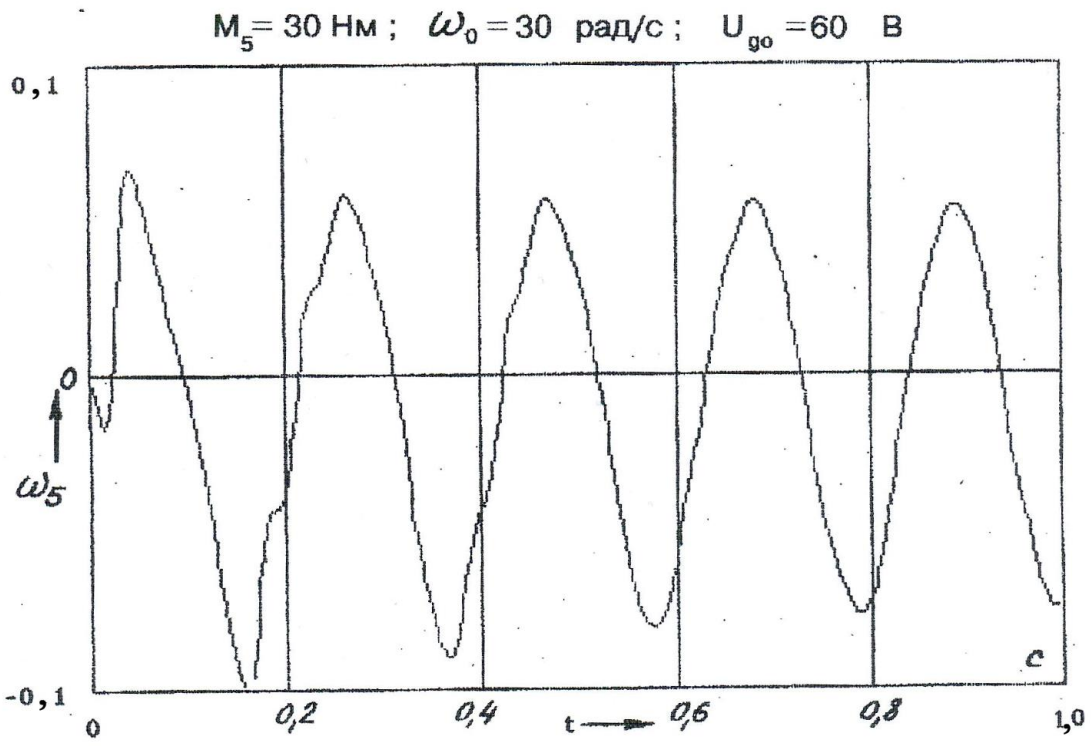


Рис. 5 – Моделирование колебаний при амплитуде напряжения $U_{д0}$ = 60 В

Амплитуда колебаний быстро возрастает с ростом амплитуды возмущения; при малых значениях возмущения наблюдаются заметные нелинейные искажения (приводящие к появлению гармоник), которые с увеличением амплитуды возмущения постепенно исчезают. Характер наблюдаемых искажений можно объяснить наличием в модели сухого трения. Кроме того, при малых амплитудах возмущения наблюдается резкое уменьшение демпфирования выходных колебаний.

В реальной системе, как показали эксперименты [5], демпфирование более заметно из-за трения в исполнительном элементе системы (которое при данном моделировании не учитывалось).

Литература.

1. Костиков Ю.В., Тимофеев Г.А., Фурсяк Ф.И. Исследование качественных показателей волновых зубчатых передач внешнего деформирования с гибким колесом – кольцом // Приводы и компоненты машин. 2011. №4. С. 16-19.
2. Крашенинников В.И. Экспериментальное исследование динамики зубчатого редуктора // Известия вузов. Машиностроение. 1973. №1. С. 39-43.
3. Дистанционно управляемые роботы и манипуляторы / В.С. Кулешов, Н.А. Лакота, В.А. Андрюнин и др. М.: Машиностроение, 1986. 328 с.
4. Следящие приводы / Под ред. Б.К. Чемоданова. Т. 1: Теория и проектирование следящих приводов; Е.С. Блейз, А.В. Зимин, Е.С. Иванов и др. М.: Изд-во МГТУ им.

Н.Э. Баумана, 1999. 904 с.
5. Динамика следящих приводов / Под. ред. Л.В. Рабиновича. М.: Машиностроение, 1982. 496 с.
6. Козлов О.С., Ходаковский В.В., Скворцов Л.М и др. Исследование и проектирование автоматических систем с помощью программного комплекса «МВТУ» // Информационные технологии. 2006. -№8, С. 9-15.
7. Бидерман В.Л. Прикладная теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1972. 416с.
8. Марголин Ш.М. Дифференицальный электропривод. М.: Энергия, 1975. 253с.
9. Ю.В. Костиков, Г.А. Тимофеев, Ф.И. Фурсяк. Кинематическая погрешность и мертвый ход волновых зубчатых передач внешнего деформирования // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2013. №5. С. 21 – 27.

Дата поступления статьи: 15 марта 2016 года.