УДК 621.01 534.1

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ РЕЗОНАНСНЫХ ВИБРОМАШИН

© Григорий Яковлевич Пановко, Александр Евгеньевич Шохин

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН

gpanovko@yandex.ru

Аннотация *Рассматриваются установившиеся колебаний механической системы, возбуждаемые неуравновешенным ротором асинхронного электродвигателя переменного тока. Движущий электромагнитный момент учитывает связь между потокосцеплениями и токами в обмотках двигателя.*

Ключевые слова: *механическая система, колебания, асинхронный электродвигатель переменного тока, ограниченная мощность, моделирование*

Введение. Одной из актуальных проблем создания высокоэффективных вибрационных технологических процессов, машин и устройств является обеспечение их устойчивой работы на резонансных режимах, когда при относительно низких уровнях возбуждения реализуются относительно высокие уровни колебаний рабочего органа машины. Принципиально резонансная настройка позволяет на порядок снизить потребляемую мощность при одновременном улучшении конструктивных, динамических и эксплуатационных качеств машины [1-7]. Однако в ряде случаев проблема устойчивого поддержания резонансного режима колебаний в механических системах связана не только с возможными флуктуациями технологической нагрузки, нелинейностью характеристик и значений параметров самой системы, но и с динамическими особенностями взаимодействия машины с вибрационным приводом. Здесь в первую очередь имеется в виду известный эффект Зоммерфельда в системах с ограниченной мощностью привода, проявляющийся в скачкообразном изменении частоты возбуждения и амплитуд колебаний вблизи резонансных зон [4,8]. Именно по этой причине большинство вибрационных технологических машин, колебания рабочего органа которых возбуждаются центробежным вибровозбудителем с приводом от электродвигателя, эксплуатируются на до- или зарезонансных режимах.

К настоящему время достаточно хорошо проработан вопрос стабилизации резонансного режима дебалансного вибровозбудителя с электродвигателем постоянного тока за счет включения обратной связи в систему управления угловой скорости (например, путем изменения сопротивления в цепи якоря, изменением тока возбуждения или подводимого напряжения) [9-11]. Условия существования и устойчивости резонансных колебаний, возбуждаемых в авторезонансной машине с синхронным электродвигателем, описаны в [12, 13], где рассмотрены возможности возбуждения автоколебаний и управления ими путём изменения сдвига фаз в цепи обратной связи, и предложены некоторые схемы реализации авторезонансного режима. При определенном согласовании параметров колебательной системы и цепи положительной обратной связи, авторезонансная система обеспечивает автоматическое поддержание резонансного состояния при изменении в широких пределах нагрузки [5].

Другой способ повышения стабильности резонансных машин при высокой добротности их колебательных систем без средств автоматического управления основан на возбуждении параметрических колебаний, в которых реализуются многократные комбинационные резонансные режимы [14,15].

Схожие проблемы устойчивого поддержания резонансных режимов колебаний возникают и при использовании электромагнитных, магнитострикционных и пьезоэлектрических

вибровозбудителей (например [12]), которые успешно решаются путем введения в систему управления обратной связи по скорости путем регулирования сдвигом фазы сигнала обратной связи.

Вместе с тем вопрос о стабилизации резонансного режима колебаний в системах с асинхронным электродвигателем (наиболее используемым в вибрационных технологических машинах) до настоящего времени мало изучен и требует своего дальнейшего развития. Успешное решение поставленных в настоящем проекте задач позволит получить ряд принципиально новых результатов, которые по своей новизне и значимости будут существенно превосходить мировой уровень знаний в этой области.

Анализ установившихся колебаний технических систем с приводом ограниченной мощности обычно проводят при учете его статической характеристики [1, 6-8]. Подобный подход позволяет сравнительно просто выявить основные закономерности поведения системы, включая эффект Зоммерфельда, застревание вращающегося ротора в зоне резонанса, скачки частот и амплитуд при «квазистатическом» прохождении зоны резонанса.

Вместе с тем расчеты, выполненные на основе статических характеристик привода, лишь приближенно описывают поведение системы в пределах одного цикла движения (оборота). Использование этих характеристик не позволяют выявить особенности переходных режимов, а также объяснить возникновение значительных пиковых динамических нагрузок в колебательной системе [2,8,13].

Для описания переходных процессов, как правило, используют линеаризованные динамические характеристики привода, которые учитывают собственную постоянную времени двигателя и отображают связь не только координат и скоростей с развиваемой движущей силой (моментом), но и ее производной. Однако, линеаризованные динамические характеристики вибропривода также ограничивают возможности анализа динамики системы, в частности, вводить в рассмотрение обратные связи систем управления приводом. Последнее обстоятельство особенно важно при создании систем устойчивого поддержания резонансных режимов вибромашин и других технических устройств.

В настоящей статье рассматриваются особенности моделирования и анализа динамики механической системы, колебания которой возбуждаются при вращении неуравновешенного ротора асинхронного электродвигателя переменного трехфазного тока с короткозамкнутым ротором.

Расчетная схема вибрационной машины с центробежным вибровозбудителем. В общем случае рабочий орган вибрационной технологической машины совершает в поле сил тяжести вертикальные и горизонтальные колебания относительно центра масс с заданной частотой. При несовпадении центра масс рабочего органа с центром вращения ротора дополнительно возбуждаются и угловые колебания.

Для исследования нелинейных эффектов взаимодействия механических колебаний и электропривода ограниченной мощности, достаточно рассмотреть одномерные (вертикальные или горизонтальные) колебания рабочего органа грохота. При этом принципиального значения не имеет, в каком направлении будут совершаться колебания, так как структура уравнений в обоих случаях оказывается идентичной. Поэтому ниже будет рассматриваться система, совершающая вертикальные колебания.

Предполагается, что асинхронный электродвигатель с неуравновешенным ротором установлен на технологической машине так, что в исходном положении равновесия их центры масс расположены на одной вертикале, совпадающей с направлением действия силы тяжести. Ось вращения ротора расположена горизонтально и перпендикулярно вертикальной плоскости. Весь машинный агрегат будем представлять в виде единого твердого тела – платформы с общей массой m, установленной на упруговязкой опоре (рис. 1).

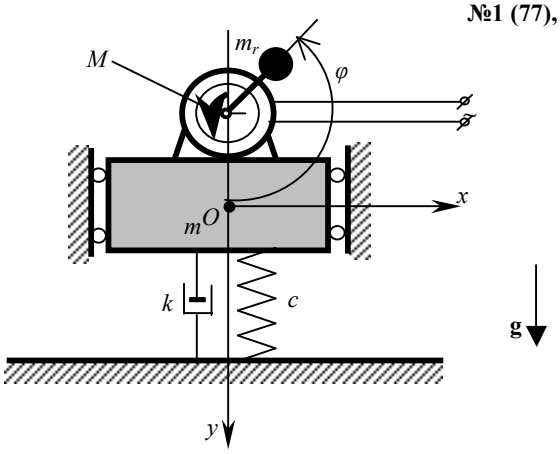


Рис. 1. Расчетная схема

Платформа может совершать вертикальные колебания относительно положения статического равновесия общего центра масс, сосредоточенного в точке *O*; горизонтальное движение системы ограничено идеальными направляющими (рис. 1). Упруговязкая опора всей системы обладает линейными характеристиками жесткости и демпфирования с коэффициентами *c* и *k*, соответственно.

Предполагается, что система настроена на зарезонансный режим работы, когда номинальная угловая скорость вращения ротора превышает частоту малых собственных колебаний механический системы.

Неуравновешенность ротора характеризуется статическим моментом его дисбаланса $D = m_r r$, где m_r – масса ротора, r – эксцентриситет. Ротор вращается под действием движущего электромагнитного момента M, который возникает в результате электромагнитного взаимодействия роторной и статорной обмоток при подаче на последнюю напряжения питания. Учитывается также постоянный момент M_c сопротивления вращения ротора двигателя.

Движение системы рассматривается относительно неподвижной системы координат *xOy* (рис. 1), начало которой совмещено с положением общего центра масс, причем вертикальная ось *Oy* совпадает с направлением вектора сила тяжести. Вращение ротора описывается углом φ, отсчитываемым против часовой стрелки от положительного направления оси *Oy*.

Уравнения движения исследуемой системы имеют вид [2 4, 6-8]

$$\begin{cases} m\ddot{y} + k\dot{y} + cy = m_r r\left(\ddot{\varphi}\sin\varphi + \dot{\varphi}^2\cos\varphi\right); \\ J\ddot{\varphi} - m_r r\left(\ddot{y}\sin\varphi - g\sin\varphi\right) = M - M_C, \end{cases} \quad (1)$$

где J – приведенный момент инерции ротора; точками обозначены полные производные по времени t.

Движущий момент, развиваемый приводом с асинхронным электродвигателем. Движущий электромагнитный момент может быть записан в следующем виде [7,10,11

]:

$$M = \frac{1}{2\sqrt{3}} p_n \left[\left(2\psi_{1A} - \psi_{1B} - \psi_{1C}\right) i_{1B} - \left(2\psi_{1A} - \psi_{1B} - \psi_{1C}\right) i_{1C} - 3\left(\psi_{1B} - \psi_{1C}\right) i_{1A}\right], \quad (2)$$

где ψ - потокосцепления между соответствующими фазами ротора и статора, i - токи в соответствующих обмотках, которые определяются индексами, цифрой 1 обозначены пере-

менные, относящиеся к фазам *A, B, C* статора; цифрой 2 ниже обозначены переменные, относящиеся к фазам *a, b, c* ротора

Связь между потокосцеплениями и токами устанавливается из условий равновесия напряжений для всех фаз статора и ротора [10, 11]. В предположении, что обмотка ротора приведена к статору, магнитная система не насыщена, магнитодвижущие силы, созданные фазными токами, синусоидально распределены вдоль воздушного зазора, а режим работы двигателя – симметричный
($i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0$), уравнения равновесия напряжений для фаз статора и ротора имеют вид:

$$u_{1A} = R_1 i_{1A} + \frac{d\psi_{1A}}{dt}, \qquad 0 = R_2 i_{2a} + \frac{d\psi_{2a}}{dt},$$
$$u_{1B} = R_1 i_{1B} + \frac{d\psi_{1B}}{dt}, \qquad 0 = R_2 i_{2b} + \frac{d\psi_{2b}}{dt},$$
$$u_{1C} = R_1 i_{1C} + \frac{d\psi_{1C}}{dt}, \qquad 0 = R_2 i_{2c} + \frac{d\psi_{2c}}{dt},$$

или в векторно-матричной форме:

$$\begin{cases} \boldsymbol{u_1} = R_1 \boldsymbol{i_1} + \dot{\boldsymbol{\psi}}_{\boldsymbol{1}}; \quad \boldsymbol{0} = R_2 \boldsymbol{i_2} + \dot{\boldsymbol{\psi}}_{\boldsymbol{2}}; \\ \boldsymbol{\psi_1} = \boldsymbol{L}_1 \boldsymbol{i_1} + \boldsymbol{L}_{12} \boldsymbol{i_2}; \quad \boldsymbol{\psi_2} = \boldsymbol{L}_{21} \boldsymbol{i_1} + \boldsymbol{L}_2 \boldsymbol{i_2}, \end{cases} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{u_1} = \begin{Bmatrix} u_{1A} \\ u_{1B} \\ u_{1C} \end{Bmatrix}; \ \boldsymbol{0} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \ \boldsymbol{i_1} = \begin{Bmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{Bmatrix}; \ \boldsymbol{i_2} = \begin{Bmatrix} i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{Bmatrix}; \ \boldsymbol{\psi_1} = \begin{Bmatrix} \psi_{1A} \\ \psi_{1B} \\ \psi_{1C} \end{Bmatrix}; \ \boldsymbol{\psi_2} = \begin{Bmatrix} \psi_{2a} \\ \psi_{2b} \\ \psi_{2c} \end{Bmatrix},$$

где R_1 и R_2 – сопротивления в обмотках статора и ротора; $\boldsymbol{u_1}$, $\boldsymbol{i_1}$, $\boldsymbol{i_2}$, $\boldsymbol{\psi_1}$, $\boldsymbol{\psi_2}$ – вектор-столбцы мгновенных значений напряжений, токов и потокосцеплений статора и ротора; **0** – нулевой вектор-столбец (нулевое напряжение на всех фазах ротора)

Матрицы индуктивностей $\boldsymbol{L}_1$, $\boldsymbol{L}_2$ характеризуют зависимости между токами и потокосцеплениями фаз статора и ротора:

$$\boldsymbol{L_1} = \frac{L_m}{3}\begin{bmatrix} A_1 & -1 & -1 \\ -1 & A_1 & -1 \\ -1 & -1 & A_1 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{L_2} = \frac{L_m}{3}\begin{bmatrix} A_2 & -1 & -1 \\ -1 & A_2 & -1 \\ -1 & -1 & A_2 \end{bmatrix},$$

где $A_1 = 2 + 3\dfrac{L_{1\sigma}}{L_m}$, $A_2 = 2 + 3\dfrac{L_{2\sigma}}{L_m}$ – комплексы, образованные из постоянных

(паспортных данных) электродвигателя: L_m – главная индуктивность,

Матрицы $\boldsymbol{L}_{12}$, $\boldsymbol{L}_{21}$ учитывают взаимовлияние токов ротора и статора на соответствующие потокосцепления:

$$\boldsymbol{L_{12}} = \frac{L_m}{1{,}5}\begin{bmatrix} \cos(\varphi p_n) & \cos\left[(\varphi p_n)+\frac{2\pi}{3}\right] & \cos\left[(\varphi p_n)-\frac{2\pi}{3}\right] \\ \cos\left[(\varphi p_n)-\frac{2\pi}{3}\right] & \cos(\varphi p_n) & \cos\left[(\varphi p_n)+\frac{2\pi}{3}\right] \\ \cos\left[(\varphi p_n)+\frac{2\pi}{3}\right] & \cos\left[(\varphi p_n)-\frac{2\pi}{3}\right] & \cos(\varphi p_n) \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{L_{21}} = \frac{L_m}{1{,}5}\begin{bmatrix} \cos(\varphi p_n) & \cos\left[(\varphi p_n)-\frac{2\pi}{3}\right] & \cos\left[(\varphi p_n)+\frac{2\pi}{3}\right] \\ \cos\left[(\varphi p_n)+\frac{2\pi}{3}\right] & \cos(\varphi p_n) & \cos\left[(\varphi p_n)-\frac{2\pi}{3}\right] \\ \cos\left[(\varphi p_n)-\frac{2\pi}{3}\right] & \cos\left[(\varphi p_n)+\frac{2\pi}{3}\right] & \cos(\varphi p_n) \end{bmatrix}.$$

Из (3) после преобразований, можно получить

$$\begin{cases} \boldsymbol{\psi_1} = \frac{1}{R_1}\boldsymbol{L_1}\left(\boldsymbol{u_1} - \dot{\boldsymbol{\psi}}_1\right) - \frac{1}{R_2}\boldsymbol{L_{12}}\dot{\boldsymbol{\psi}}_2, \\ \boldsymbol{\psi_2} = \frac{1}{R_1}\boldsymbol{L_{21}}\left(\boldsymbol{u_1} - \dot{\boldsymbol{\psi}}_1\right) - \frac{1}{R_2}\boldsymbol{L_2}\dot{\boldsymbol{\psi}}_2. \end{cases} \quad (4)$$

Тогда в матрично-векторной форме выражение (2) для электромагнитного момента запишется в виде:

$$M = \frac{1}{2R_1\sqrt{3}}\, p_n \boldsymbol{\psi}_1^T \boldsymbol{\Psi}_C^T \left(\boldsymbol{u_1} - \dot{\boldsymbol{\psi}}_1\right), \quad (5)$$

где матрица коэффициентов

$$\boldsymbol{\Psi_C} = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

вектор напряжений

$$\boldsymbol{u}_1 = \begin{bmatrix} U\sin\omega_n t \\ U\sin\left(\omega_n t + \frac{2}{3}\pi\right) \\ U\sin\left(\omega_n t - \frac{2}{3}\pi\right) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

U – амплитуда напряжения.

Таким образом, уравнения (1) с учетом (4) и (5) полностью описывают колебания, возбуждаемые неуравновешенным ротором асинхронного электродвигателя.

Введем масштабы времени $\tau = t/T_*$, перемещений $\xi = y/Y_*$, потокосцеплений $\tilde{\boldsymbol{\psi}}_1 = \boldsymbol{\psi}_1/\psi_*$, $\tilde{\boldsymbol{\psi}}_2 = \boldsymbol{\psi}_2/\psi_*$ и напряжений $\tilde{\boldsymbol{u}}_1 = \boldsymbol{u}_1/U_*$. Тогда полная система уравнений в безразмерной форме:

$$\begin{cases} \xi'' + 2\lambda\xi' + \xi = \varepsilon(\varphi''\sin\varphi + (\varphi')^2\cos\varphi); \\ \varphi'' - \varepsilon(\xi''\sin\varphi - \rho\sin\varphi) = \gamma\tilde{\boldsymbol{\psi}}_1^T\boldsymbol{\Psi}_C^T\tilde{\boldsymbol{u}}_1 - \gamma\tilde{\boldsymbol{\psi}}_1^T\boldsymbol{\Psi}_C^T\tilde{\boldsymbol{\psi}}_1' - \beta; \\ \tilde{\boldsymbol{\psi}}_1 = \eta\tilde{\boldsymbol{L}}_1\tilde{\boldsymbol{u}}_1 - \mu_1\tilde{\boldsymbol{L}}_1\tilde{\boldsymbol{\psi}}_1' - \mu_2\tilde{\boldsymbol{L}}_{12}\tilde{\boldsymbol{\psi}}_2'; \\ \tilde{\boldsymbol{\psi}}_2 = \eta\tilde{\boldsymbol{L}}_{21}\tilde{\boldsymbol{u}}_1 - \mu_1\tilde{\boldsymbol{L}}_{21}\tilde{\boldsymbol{\psi}}_1' - \mu_2\tilde{\boldsymbol{L}}_2\tilde{\boldsymbol{\psi}}_2', \end{cases} \quad (8)$$

где $T_* = \sqrt{m/c}$; $Y_* = \sqrt{J/m}$; $\boldsymbol{\psi}_* = U_*T_*$; U_* – номинальное напряжение в сети; $\lambda = (kT_*)/(2m)$; $\varepsilon = \frac{1}{mX_*} = \frac{X_*}{J}$; $\eta = \frac{L_m U_*}{1{,}5R_1\boldsymbol{\psi}_*}$; $\mu_1 = \frac{L_m}{1{,}5R_1T_*}$; $\mu_2 = \frac{L_m}{1{,}5R_2T_*}$;

$\gamma = \frac{p_n}{2R_1\sqrt{3}}\frac{\psi_*^2T_*}{J}$; $\beta = \frac{M_cT_*^2}{J}$; $\rho = \frac{gT_*^2}{X_*}$; штрихами обозначено дифференцирование по безразмерному времени $\tau = t/T_*$.

Численное решение. Приведем полученную систему к нормальной форме Коши, введя следующие обозначения:

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 & x_{10} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

Тогда

$$\begin{Bmatrix} \xi \\ \varphi \\ \xi' \\ \varphi' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 = x_1' \\ x_4 = x_2' \end{Bmatrix} \rightarrow \xi'' = x_3', \varphi'' = x_4',$$

$$\tilde{\boldsymbol{\psi}}_{\mathbf{1}}=\begin{Bmatrix}\tilde{\psi}_{1A}\\ \tilde{\psi}_{1B}\\ \tilde{\psi}_{1C}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}x_5\\ x_6\\ x_7\end{Bmatrix}=\tilde{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{1\psi}},\qquad \tilde{\boldsymbol{\psi}}_{\mathbf{2}}=\begin{Bmatrix}\tilde{\psi}_{2a}\\ \tilde{\psi}_{2b}\\ \tilde{\psi}_{2c}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}x_8\\ x_9\\ x_{10}\end{Bmatrix}=\tilde{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{2\psi}},$$

С учетом введенных обозначений система (6) в нормальной форме Коши принимает вид:

$$\begin{pmatrix}x_1'\\ x_2'\\ x_3'\\ x_4'\\ \tilde{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{1\psi}}'\\ \tilde{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{2\psi}}'\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0&\mathbf{0}^T&\mathbf{0}^T&\mathbf{0}^T\\ 0&1&0&0&\mathbf{0}^T&\mathbf{0}^T\\ 0&0&1&-C\sin x_2&\mathbf{0}^T&\mathbf{0}^T\\ 0&0&-C\sin x_2&1&\gamma\tilde{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{1\psi}}^{\boldsymbol{T}}\Psi_C^T&\mathbf{0}^T\\ \mathbf{0}&\mathbf{0}&\mathbf{0}&\mathbf{0}&\mu_1\tilde{\boldsymbol{L}}_1&\mu_2\tilde{\boldsymbol{L}}_{12}\\ \mathbf{0}&\mathbf{0}&\mathbf{0}&\mathbf{0}&\mu_1\tilde{\boldsymbol{L}}_{21}&\mu_2\tilde{\boldsymbol{L}}_2\end{bmatrix}^{-1}\begin{Bmatrix}x_3\\ x_4\\ -2\lambda x_3-x_1+C(x_4)^2\cos x_2\\ -C\beta\sin x_2+\gamma\tilde{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{1\psi}}^{\boldsymbol{T}}\Psi_C^T\tilde{\boldsymbol{u}}-\alpha_C\\ \eta\tilde{\boldsymbol{L}}_1\tilde{\boldsymbol{u}}_1-\tilde{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{1\psi}}\\ \eta\tilde{\boldsymbol{L}}_{21}\tilde{\boldsymbol{u}}_1-\tilde{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{2\psi}}\end{Bmatrix}. \qquad (9)$$

Все расчеты выполнялись в математического пакета MatLAB (листинг программы приведен в приложении). Программа содержит три основных *m*-функции. В первой *m*-функции (*Variables.m*) задаются значения параметров электрической и механической частей, высчитываются безразмерные комплексы, а также вычисляются безразмерные матрицы индуктивностей $\boldsymbol{L}_1$, $\boldsymbol{L}_2$. Во второй *m*-функции (*SistemaDY.m*) задается система уравнений, на каждом шаге интегрирования вычисляются матрицы взаимоиндукции $\boldsymbol{L}_{12}$, $\boldsymbol{L}_{21}$, а также мгновенные значения напряжения на обмотках статора. Третья *m*-функция (*main.m*) является основным решателем. Здесь задаются начальные условия, определяются условия интегрирования, происходит обработка полученных данных.

Выходными параметрами при решении системы является матрица, в которой содержаться значения для $\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 & x_{10}\end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$ в каждый момент времени.

Для анализа переходных процессов, а также пусковых режимов задаются нулевые начальные условия, а электрическое напряжение $\tilde{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{1}}=\boldsymbol{u}_1/U_*$ прикладывается мгновенно (ступенчатым образом) к обмоткам статора (рис. 2). Важно подчеркнуть, что уровень задаваемого напряжения фактически эквивалентно мощности двигателя.

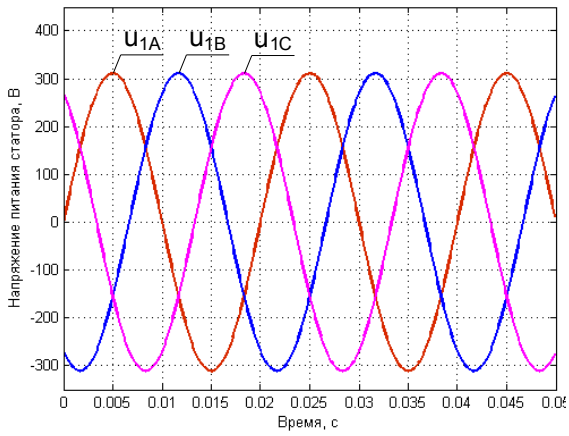


Рис. 2. Напряжение питания обмоток статора.

Установившиеся колебания исследуются при ступенчатом изменении напряжения (рис. 3). При этом вектор начальных условий $\boldsymbol{x}_{0i}$ задается для каждого i-го значения напряжения. При $i=1$ задаются нулевые начальные условия. Начальные условия для $i+1$ значения напряжения определяются установившимися значениями переменных при i-м значении напряжения в момент t_i..

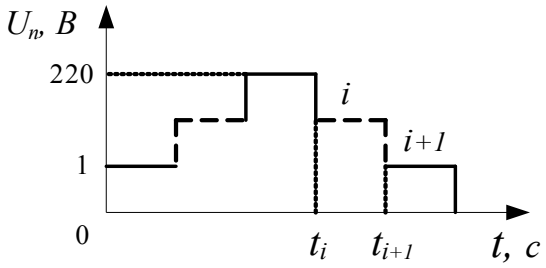


Рис. 3. Закон изменения напряжения сети.

При численной реализации задавались следующие значения параметров системы и электродвигателя: $J=0,0026$ кг$\cdot$м^2; $m_r=1,5$ кг; $m=50$ кг; r =0,02 м; $c=444$ кН/м; $k=0,5$ кН$\cdot$с/м; $U_*=220$ В; f_n=50 Гц; $M_C=0,02$ Н$\cdot$м; $p_n=2$; $g=9,81$ м/с^2; $L_{1\sigma}=0,089$ Гн; $L_{2\sigma}=0,156$ Гн; $L_m=1,364$ Гн; $R_1=56,84$ Ом; $R_2=46,23$ Ом. Движение системы анализировалось на интервале времени, равном 5 *с* с шагом 0.01 *с*.

Анализ результатов численного решения. Основные результаты приведены в безразмерной форме на рис. 4 – 8. Представляет интерес анализ переходных процессов, возникающих в системе при использовании двигателей различной мощности. С этой целью варьировалось напряжение *U*, подаваемое скачкообразно на статорную обмотку двигателя. Графики изменения угловой скорости ротора во времени приведены на рис. 4.

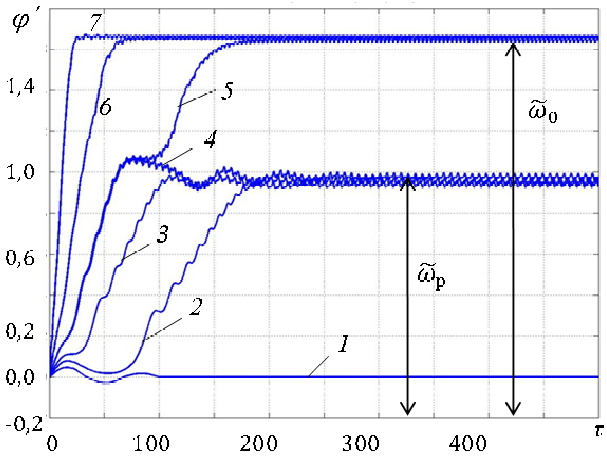


Рис. 4. Изменение безразмерной угловой скорости ротора во времени:
1 – при напряжении U=55 В; *2* – 69 В; *3* – 80 В; *4* – 100 В; *5* – 101 В; *6* – 140 В; *7* – 220 В

При напряжениях менее 68 В (кривая *1* на рис. 4) ротор после непродолжительных угловых колебаний относительно некоторого угла $\varphi_* \neq 0$ останавливается (рис. 5). Среднее значение угла φ_* определяется уровнем подаваемого напряжения.

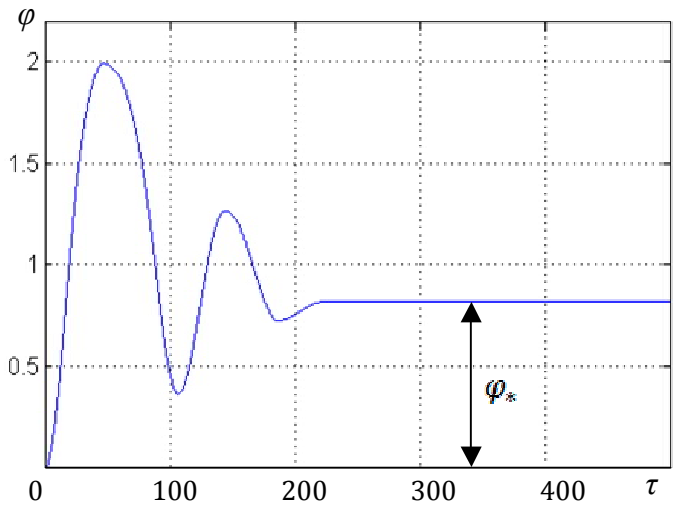


Рис. 5. Изменение угла поворота ротора во времени при *U*= 69 В

При напряжениях свыше 68 В и до 100 В (кривые *2 – 4* на рис. 4) двигатель раскручивается до усредненной угловой скорости $\varphi'_{mean} = \delta\tilde{\omega}_{\text{р}}$, близкой (но не равной) к резонансной частоте системы ($\tilde{\omega}_{\text{р}} = 1$ – безразмерная резонансная частота системы, $\delta \approx 0{,}9 - 0{,}97$). Невозможность преодолеть резонансную частоту при *U* < 100 В связана с малой мощностью двигателя. При этом среднеквадратические значения амплитуд колебаний платформы практически не зависят от напряжения, а определяются только уровнем демпфирования. Из анализа поведения кривой *4* (рис. 4) следует, что при напряжении 100 В двигатель «пытается» преодолеть резонанс системы, но, тем не менее, скорость его вращения в установившемся режиме не превышает резонансную частоту и достигает значения $\varphi'_{mean} = 0{,}97\tilde{\omega}_{\text{р}}$. Наличие момента сопротивления вращению не позволяет двигателю раскрутить с угловой скоростью, равной собственной частоте системы (параметр δ оказывается всегда меньше единицы).

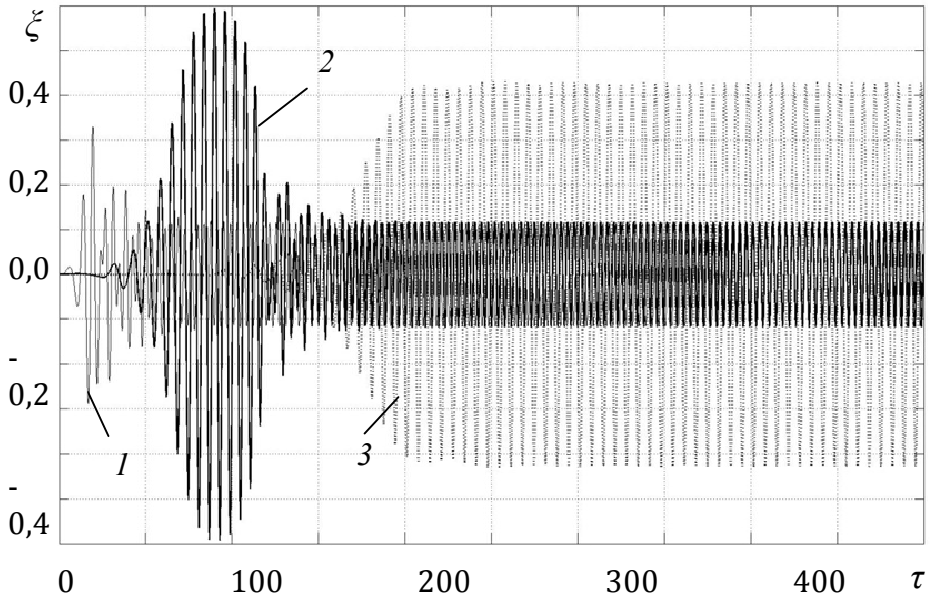


Рис. 6. Колебания платформы во времени при напряжении:

1 – 220 В; *2* – 101 В; *3* – 69 В

Вращение ротора с угловой скоростью, близкой к номинальной частоте $\tilde{\omega}_0 = \left(2\pi f_n / p_n\right) T_*$, достигается при напряжениях свыше 100 В (кривые *5* – *7* рис. 4). При напряжении 101 В и примерно до 120 В, ротор на некоторое время, как-бы «застревает» вблизи резонансной частоты, но в последующем раскручивается до номинальной угловой скорости $\tilde{\omega}_0$. С увеличением мощности двигателя уменьшается время переходного процесса.

Графики колебаний платформы при напряжениях в 69 В, 101 В, 220 В приведены на рис. 6. Здесь видно, что амплитуды колебаний, возникающие при прохождении резонанса, существенно зависят от подаваемого напряжения. Увеличение напряжения приводит к уменьшению амплитуд резонансных колебаний платформы (кривые *1* и *2*), что представляется вполне естественным, так как с увеличением напряжения повышается скорость прохождения резонанса. При незначительной мощности двигателя (кривая *3*), когда ротор раскручивается лишь до скорости, близкой к резонансной частоте, но не преодолевает ее, амплитуды установившихся колебаний могут оказаться меньше, чем амплитуды, развиваемые при прохождении резонанса более мощным двигателем (кривая *2*). Этот факт может послужить основой для рационального выбора мощности двигателей, применяемых в резонансных вибрационных технологических машинах.

Графики, характеризующие установившиеся угловые скорости ротора и амплитуды колебаний платформы в зависимости от медленного «квазистатического» изменения управляющего параметра – напряжения питания, представлены на рис. 7 и 8, где по оси абсцисс отложено безразмерное напряжение $\tilde{U} = U/U_*$ ($U_* = 220$ В).

При увеличении напряжения (кривая *1* на рис. 7) примерно до 81 В из-за ограниченной мощности двигателя и наличия момента сопротивления ротор не вращается. Дальнейшее увеличение напряжения приводит к скачкообразному возникновению вращения с угловой частотой, близкой к собственной частоте механических колебаний системы, которое продолжается в интервале изменения напряжения 81 – 120 В. При напряжении около 120 В происходит скачкообразное увеличение угловой скорости ротора до значения, близкого к номинальной частоте вращения на холостом ходу. Уменьшение напряжения сопровождается (при U≈40 В) скачкообразным уменьшением угловой скорости до значения, близкого к резонансной частоте $\tilde{\omega}_\text{р}$. При U≈15 В ротор останавливается.

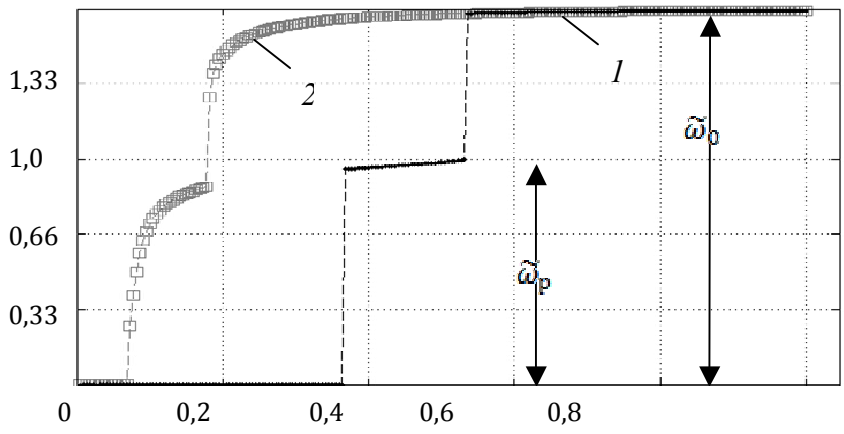


Рис. 7. Зависимость угловой скорости ротора в зависимости от медленного изменения напряжения питания

Увеличение напряжения до U = 81 В не приводит к заметным колебаниям платформы (рис. 8). Дальнейшее увеличение напряжения сопровождается ростом амплитуды колебаний платформы, которая при U_1 = 120 В скачкообразно уменьшается и в последующим стабилизируется. При уменьшении напряжения при U_1 = 40 В происходит скачкообразное увеличение амплитуды колебаний, которая в последующем монотонно уменьшается.

Отметим, что при пусковом режиме, когда напряжение задается ступенчатым образом, пороговые напряжения, при которых происходят скачки угловой скорости ротора и амплитуды колебаний платформы, отличаются от аналогичных, вычисленных для случая квазистатического изменения напряжения питания.

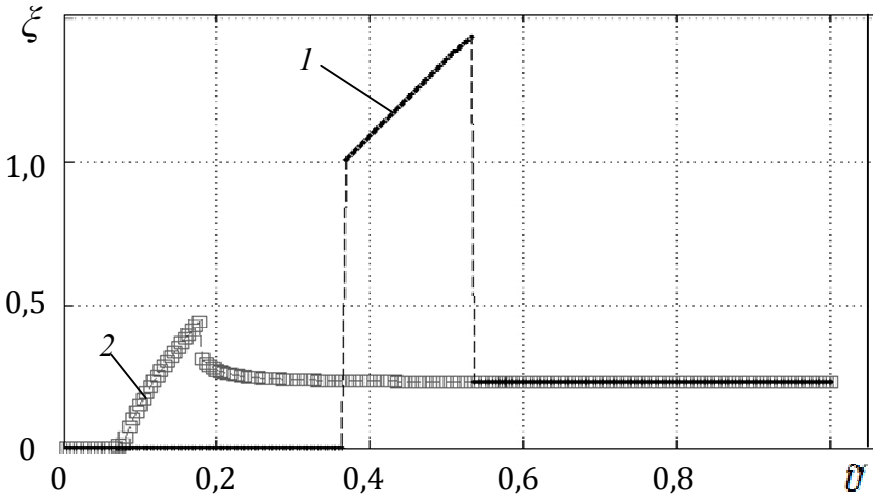


Рис. 8. Зависимость амплитуды колебаний платформы в зависимости от медленного изменения напряжения питания

Заключение. В результате выполненной работы была предложена расчетная схема и проведено моделирование технологической машины с неуравновешенным ротором асинхронного двигателя переменного тока с учетом потокосцеплений и токов в его обмотках. Разработанный алгоритм и полученные решения позволили выявить основные особенности динамики системы на переходных и установившихся режимах, установить пороговые значения напряжений, при которых реализуются различные типы движения системы. Предложенная модель является основой для разработки систем управления вибрационных машин с приводом от асинхронного электродвигателя переменного тока.

Список литературы

1. Асташев В.К., Бабицкий В.И., Вульфсон И.И. Динамика машин и управление машинами. М.: Машиностроение. 1988. 240 с.

2. Блехман И.И. Вибрационная механика. - М.: Наука, 1994. - 394 с.

3. Вайсберг Л.А. Проектирование и расчет вибрационных грохотов. М.: Недра, 1986. 144 с.

4. Вульфсон И.И. Динамика цикловых машин. - Спб.: Политехника, 2013. - 425 с.

5. Горбунов А.А., Дмитриев, В. Н. Исследование пусковых режимов асинхронного деблансного вибродвигателя // Известия высших учебных заведений. Проблемы эднергетики. – 2008. – № 1-2. С. 119−122.

6. Гуськов А.М., Пановко Г.Я. Нелинейные эффекты при колебаниях линейных механических систем с центробежным возбудителем ограниченной мощности // Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. № 6 (6). С. 43.

7. Ниселовская Е.В., Пановко Г.Я., Шохин А.Е. Колебания механической системы, возбуждаемые неуравновешенным ротором асинхронного электродвигателя // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013, № 6, с. 17-23.

8. Кононенко В.О. Колебательные системы с ограниченным возбуждением. - М.: Наука, 1964. - 256 с.

9. Волкова Л.Ю., Лупехина И.В., Пановко Г.Я., Яцун С.Ф. Исследование динамики вибрационного инструмента при его взаимодействии с обрабатываемой средой // Машиностроение и инженерное образование. 2010, №4(25), с. 43-52.

10. Соколовский Г.Г. Электроприводы переменного тока с частотным управлением. М.: Academia, 2006, - 262 с.

11. Токарев Б.Ф. Электрические машины: Учебное пособие для вузов. М., Энергоатомиздат, 1990.

12. Асташев В.К., Андрианов Н.А., Козочкин М.П., Колик Л.В., Крупенин В.Л., Солис-Пинарготе Н.В. К реализации авторезонансной ультразвуковой технологии // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2009. - № 6. - С. 52-58.

13. Асташев В.К., Бабицкий В.И., Соколов И.Я. Авторезонансное вибровозбуждение синхронным электродвигателем // Проблемы машиностроения и надёжности машин. - 1990. -№4. –С.41-46.

14. Антипов В.И. Динамика вибромашины с комбинационным параметрическим возбуждением // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2001. - №2. - С.16-20.

15. Антипов В.И., Асташев В.К. О принципах создания энергосберегающих вибрационных машин // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2004. №4. С. 3-8.