УДК 531.391

ФРИКЦИОННЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ УСТРОЙСТВА ДЛЯ СБОРА КОНКРЕЦИЙ СО ДНА МОРЯ

© М.М. Ветюков, М.Ю. Платовских, И.П. Тимофеев
Санкт-Петербургский горный институт. Санкт-Петербург, Россия
vetyukov.m@mail.ru

Аннотация. *Рассматривается фрикционная одномассовая колебательная система, в которой масса груза, протягиваемого по неподвижному основанию, возрастает в зависимости от пройденного пути. Жесткость тягового элемента при этом относительно невелика. Последнее может приводить к возникновению нежелательных фрикционных колебаний. Как показано ниже, учет переменной массы системы приводит в уравнениях динамики к появлению слагаемого, имеющего смысл дополнительного квадратичного сопротивления.*

| В Санкт-Петербургском горном институте разрабатываются модели устройства для добычи полезных ископаемых из придонного морского грунта [1]. Такие устройства используются, в первую очередь, для сбора марганцевых конкреций с небольших глубин порядка 50 – 100 м, в акватории Балтийского моря. В простейшей модели грунт собирается в контейнер, который протягивается по дну за судном с использованием металлической цепи или прочного троса (рис.1).

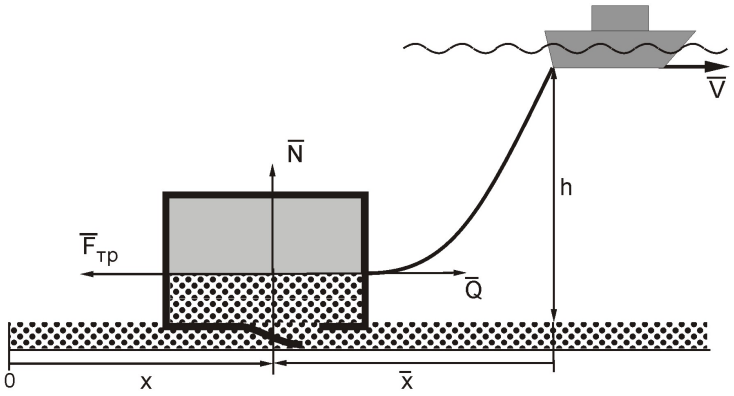


Рис.1 Модель устройства по сбору конкреций

Определим сначала для неупругой нити (цепи), изображенной на рис.2, зависимость горизонтальной составляющей продольной силы в крайней правой точке горизонтального участка нити ($x=x_1$) от абсциссы правого конца $Q = Q_x(x_2)$.

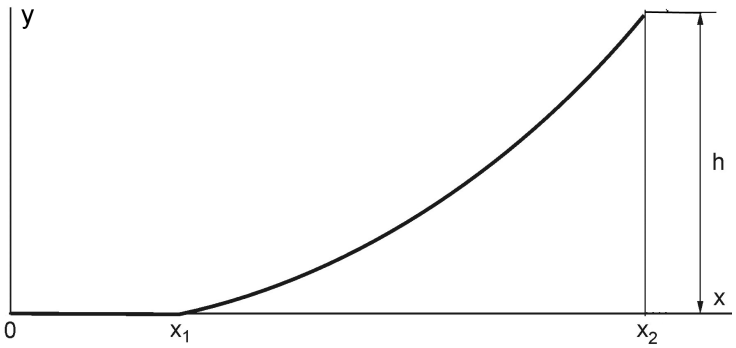


Рис. 2 Расчетная схема параметров нити

Согласно работе [2], линия прогибов неупругой нити дается выражением (переменные x, y и сила Q – безразмерные, т.е. отнесенные к полной длине нити ℓ и ее весу),

$$y = C_1 ch\left(\frac{x}{C_1} + C_2\right) + C_3, \quad y' = C_1 sh\left(\frac{x}{C_1} + C_2\right), \tag{1}$$

а продольная сила

$$Q_x = \frac{C_1}{dx/d\varepsilon}, \tag{2}$$

где ε- криволинейная координата, C_1, C_2, C_3 - постоянные, для определения которых имеем уравнения

$$y'(x_1) = 0 \Rightarrow \frac{x_1}{C_1} + C_2 = 0 \Rightarrow x_1 = -C_1 C_2, \tag{3а}$$

$$y(x_1) = 0 \Rightarrow C_1 ch\left(\frac{x_1}{C_1} + C_2\right) + C_3 = 0 \Rightarrow C_1 + C_3 = 0, \tag{3б}$$

$$y(x_2) = 0 \Rightarrow C_1 ch\left(\frac{x_2}{C_1} + C_2\right) + C_3 = h. \tag{3в}$$

Длина провисающего участка нити $1 - x_1$ определяется выражением

$$1 - x_1 = C_1\left[sh\left(\frac{x_2}{C_1} + C_2\right) - sh\left(\frac{x_1}{C_1} + C_2\right)\right]. \tag{4}$$

Тогда из (3а) – (3в) получаем систему уравнений для определения постоянных C_1, C_2 в зависимости от абсциссы правого конца нити x_2

$$\begin{aligned} C_2 &= arcch\left(1 + \frac{h}{C_1}\right) - \frac{x_2}{C_1}, \\ C_1\, sh\left(\frac{x_2}{C_1} + C_2\right) &- C_1 C_2 - 1 = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

Продольная сила (здесь безразмерная величина), постоянная на горизонтальном участке [0: x_1], имеет вид

$$Q(x_2) = Q_x = C_1\, ch\, C_2. \tag{6}$$

Для получения размерного значения продольной силы выражение (6) следует умножать на множитель $\mu g \ell$ (μ - погонная масса нити).

На рис. 3 приведена зависимость продольной силы на горизонтальном участке [0;x_1] от горизонтальной проекции длины нити x_2. Горизонтальному («лежащему») отрезку нити соответствует сплошной участок кривой. Участок кривой, отмеченный точками (выше пунктирной линии), соответствует значениям абсциссы правого конца нити (x_2), при котором нить на всей длине оторвана от дна. Расчеты показывают, что лежащий на дне участок имеет место при подавляющем большинстве сочетаний параметров h и x_2. Именно такое расположение нити и представляется оптимальным: отсутствует вертикальная составляющая силы натяжения нити, стремящаяся оторвать агрегат от дна. На рис. 3 приведена также линейная аппроксимация указанной зависимости (пунктир).

$$Q = \tilde{c}\, x_2 - \tilde{b} \tag{7}$$

(на рис. 3 при h=55,5м и ℓ=100 м имеем $\tilde{c}$ = 0,02, $\tilde{b}$ = 0,2).

Коэффициенты $\tilde{c}$ и $\tilde{b}$ в (7) – безразмерные величины. Размерные величины $c = \mu g \tilde{c}$, $b = \mu g \ell \tilde{b}$, μ – погонная масса нити.

Исследуем теперь динамику рассматриваемой системы. Считаем, что груз с начальной массой m_0, закрепленный на левом конце нерастяжимой нити, может поступательно двигаться вдоль негладкой горизонтальной поверхности.

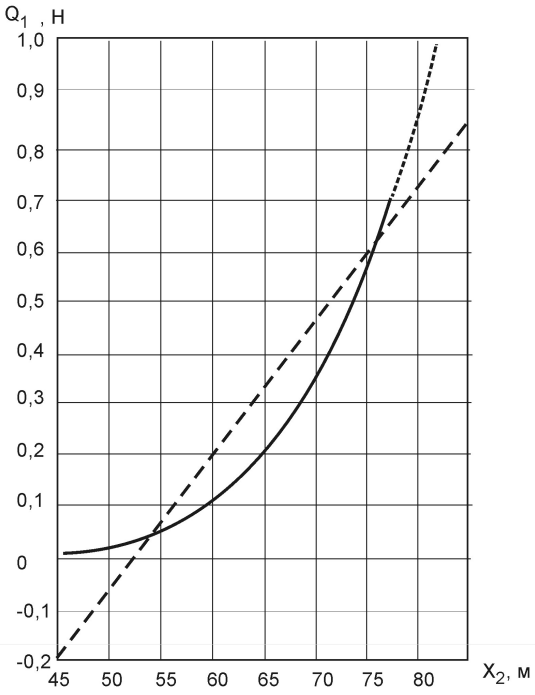


Рис.3 (h=55,5м и l=100 м)

Правый конец нити перемещается в направлении оси x с постоянной скоростью v. Массу груза предполагаем меняющейся со временем

$$\dot{m} = k\,\dot{x}\,, \tag{8}$$

k - коэффициент изменения массы.

Здесь мы ввели абсолютную координату x и относительную $\bar{x} < 0$, имеющую тот же смысл, что и введенное выше x_2.

Предположим, что между грузом и поверхностью, по которой он движется, действует сила сухого некулонова трения $F_T = -f(\dot{x})N$, $\dot{x}$ - абсолютная скорость груза. Зависимость коэффициента трения от абсолютной скорости груза $f(\dot{x})$ имеет вид

$$f(\dot{x}) = \begin{cases} f_{0,} & \dot{x} = 0 \\ f_{1,} & \dot{x} > 0 \end{cases}$$

Кроме того, на груз со стороны среды действует сила лобового сопротивления $F_{л.с.} = -k_1\,\dot{x}^2$.

Со стороны нити на груз действует сила, равная горизонтальной составляющей силы натяжения нити Q. Эта сила зависит от расстояния между грузом и поступательно движущимся правым концом нити, и по (7) имеет вид

$$Q = c\,|\bar{x}| - b = -c\,\bar{x} - b.$$

Уравнение движения груза имеет вид уравнения движения точки переменной массы (уравнение Мещерского [3]):

$$m\,\ddot{x} = Q(|\bar{x}|) - F_T - F_{л.с.} - \dot{m}\dot{x}\,. \tag{9}$$

Последнее слагаемое в (9) – реактивная сила, обусловленная скоростью добавления массы. Здесь $m=m(t)$ – переменная масса груза.

Уравнения (8), (9) для относительной координаты (при $\dot{\bar{x}} \neq 0$) можно переписать в виде

$$\begin{cases} m\ddot{\bar{x}} = (-c\,\bar{x} - b) - f(\dot{\bar{x}} + v)N - (k + k_1)(\dot{\bar{x}} + v)^2, \\ \dot{m} = k(\dot{\bar{x}} + v) \end{cases}. \tag{10}$$

Начальные условия

$$t = 0:\ \bar{x} = -x_0,\ \dot{\bar{x}} = -v, m = m_0. \tag{11}$$

Начальное относительное смещение груза можно определить из условия равновесия $x_0 = -\dfrac{b + f_0 m_0 g}{c}$.

При обращении относительной скорости в ноль наступает режим застоя

$$\dot{\bar{x}} = -v,\ \bar{x} = \bar{x}(t_1) - v(t - t_1). \tag{12}$$

Здесь t_1 – момент остановки, определяемый из условия $\dot{\bar{x}} = -v$.

На этапе застоя груз будет находиться в покое до тех пор, пока сила натяжения нити не станет равной силе трения, действующей на груз

$$Q(t) = f_0 m(t_1) g. \tag{13}$$

Введем безразмерные переменные

$$\tau = \lambda t,\ \xi = \frac{c}{f_1 m_0 g} x,\ \rho = \frac{m}{m_0} \tag{14}$$

и параметры $\lambda = \sqrt{\dfrac{c}{m_0}}$; $\alpha = k\dfrac{f_1 g}{c}$ – безразмерный коэффициент изменения массы груза (m_0 – начальная масса груза); $\sigma = \lambda \dfrac{v}{f_1 g}$ – безразмерная скорость движения судна; $\gamma = (k + k_1)\dfrac{f_1 g}{c}$ – безразмерный коэффициент эквивалентного (связанного с изменением массы и с лобовым сопротивлением движению) сопротивления; $\beta = \dfrac{b}{m_0 f_1 g}$; $\varepsilon = \dfrac{f_0}{f_1}$.

Безразмерные уравнения имеют вид:

на этапе проскальзывания $(\xi' < -\sigma,\ 0 < \tau < \tau_1)$

$$\begin{cases} \xi'' = \left[-\xi - \beta - \rho - \gamma(\xi' + \sigma)^2\right]\dfrac{1}{\rho}, \\ \rho' = \alpha(\xi' + \sigma); \end{cases} \tag{15}$$

на этапе застоя

$$\xi' = -\sigma,\ \xi = \xi(\tau_1) - \sigma(\tau - \tau_1). \tag{16}$$

Условие остановки для определения τ_1 примет вид $\xi'(\tau_1) = -\sigma$.

Начальные условия

$$\tau = 0,\ \xi = -\varepsilon - \beta,\ \rho = 1. \tag{17}$$

Условие окончания этапа застоя (13) в безразмерном виде

$$\xi = -\varepsilon\,\rho(\tau_1) - \beta. \tag{18}$$

Численное интегрирование уравнений (15) позволяет построить области на плоскости параметров, при которых груз совершает безостановочные колебательные движения или же в движении присутствуют этапы абсолютного застоя.

С помощью численных расчетов можно построить области, в которых реализуются различные режимы колебаний. На рис. 4 на плоскости параметров k (коэффициент, характеризующий быстроту набора массы) и c (жесткость нити в продольном направлении). Расчеты выполнены при скорости буксировки устройства 1 м/с и различных значениях коэффициента трения покоя, приведены границы областей, разделяющих безостановочные режимы (область выше соответствующей кривой) и режимы с остановками (область ниже кривой).

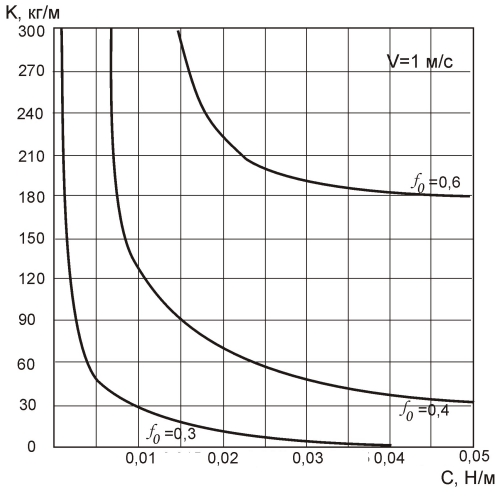


Рис. 4.

При этом остальные параметры принимались следующими: μ=200 кг/м, m_0=1000 кг, b=0.1 Н/м, f_1=0,2, k_1=50 кг/м, ℓ=100 м. При увеличении скорости движения правого конца нити область режимов с остановками уменьшается. Эти режимы с остановками имеют здесь, по сути, характер нежелательных низкочастотных фрикционных автоколебаний [4].

На рис. 5 приведены зависимости безразмерных относительных координаты и скорости груза от безразмерного времени τ.

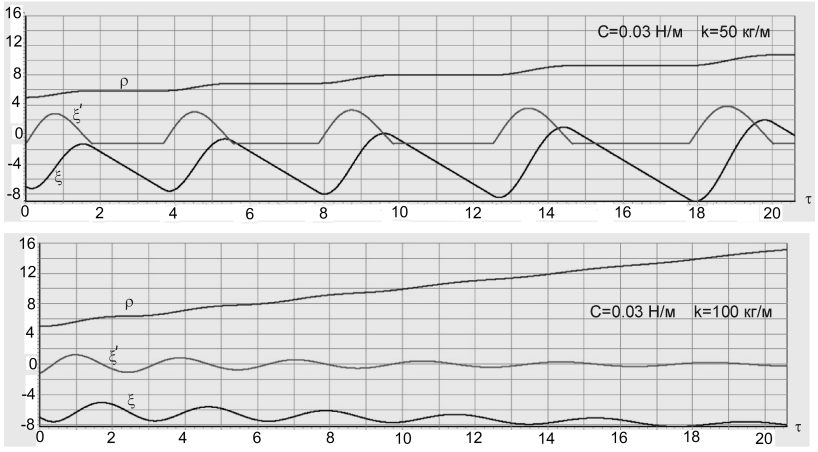


Рис. 5.

Из рис. 5 видно, что возникновение движений с остановками приводит к уменьшению скорости набора массы груза и поэтому является нежелательным и с точки зрения производительности системы.

Литература

1. *Ветюков М.М., Платовских М.Ю., Смирнов Д.В., Юнгмейстер Д.А,* Расчет параметров и экспериментальное исследование исполнительных органов придонного агрегата для сбора железомарганцевых конкреций // Горное оборудование и электромеханика. 2008. №11.С. 52 – 56.
2. *В.А. Светлицкий.* Механика гибких стержней и нитей. М.: Машиностроение. 1978.
3. *Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье.* Курс теоретической механики. Т.2. М.: Наука. 1983. 640 с.
4. *Ветюков М.М., Нагаев Р.Ф., Платовских М.Ю.* Автоколебания в системе тел, связанных силами сухого трения. // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1993. №1. С. 37 – 41.

Поступила: 01.07.11.