УДК 621

КАРТИНЫ СТОЯЧИХ ВОЛН С ИЗЛОМАМИ ПРОФИЛЕЙ, В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ОБЪЕКТАХ, СОУДАРЯЮЩИХСЯ С ПРЕПЯТСТВИЯМИ РАЗЛИЧНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ (ЧАСТЬ I)

© В.К. Асташев, В.Л. Крупенин

Учреждение Российской академии наук институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия; v_astashev@mail.ru

Аннотация. *Даны результаты экспериментов (картина стоячих волн) с распределенным ударным элементом - системой (струной), движение которой сопровождается ее ударным взаимодействием с ограничителями хода различной топологии. Рассмотрены точечные, двухточечные, тавровые и прямые наклонные, типы ограничителей. Изучены динамические эффекты, сопровождающие возникновение в таких системах периодических трапециевидных стоячих волн, а также стоячих волн других типов, характеризующихся изломами их профилей, которые могут быть составлены из отрезков прямых.*

Ключевые слова: *распределенные ударные элементы, эксперименты с соударяющимися объектами, хлопки, изломы профилей струны*

1. Введение. В работах [1, 2] развиты элементы теории распределенных виброударных систем (струн) с точечными ограничителями хода. Потребность в такой теории возникает в связи с расчетами разнообразных элементов машинных конструкций, а также различного рода измерительных приборов, например, электроакустических (струнных) тензометров [2]. До последнего времени модели, с которыми оперируют расчетчики, не полны, ибо не всегда учитывают возможные соударения струн с жесткими частями конструкций. В последнее время получила развитие теория виброударных систем с распределенными ударными элементами [3-5] (обзорные статьи [6 - 8] содержат ряд библиографических указаний).

При этом наряду с протяженными ограничителями рассматриваются и упомянутые точечные ограничители хода [2], вводимые в модель при условии, что протяженность преграды пренебрежимо мала в сравнении с длиной колеблющегося объекта. Родство двух типов указанных систем объясняется тем, что в первом случае размеры ударных элементов соизмеримы с длинами упругих волн, генерируемых ударами. Во втором же случае виброударный процесс сопровождается непременным выстоем распределенных элементов около точечных ограничителей и, следовательно, в этом случае соизмеримы времена ударного взаимодействия и распространения упругих волн в распределенном ударном элементе. Примером комбинации точечных и прямых протяженных преград служат тавровые препятствия [10].

Дальнейшие примеры систем с распределенными ударными элементами, дают например системы с прямыми наклонными препятствиями и криволинейными ограничителями хода.

Теория систем с распределенными ударными элементами и родственных систем с параллельными ударными парами [7, 11] получила определенное экспериментальное обоснование. В настоящей работе описываются и систематизируются экспериментальные данные о динамических явлениях, возникающих вследствие взаимодействия вибрирующих струн с ограничителями. Показано, что, как и в случае установки протяженных

ограничителей, возникающие виброударные процессы сопровождаются появлением периодических трапециевидных стоячих волн, а также стоячих волн других типов, характеризующихся изломами их профилей. Эксперименты были выполнены на стенде "Аллигатор-Т" (ИМАШ РАН) своем первоначальном виде разработанным А. М. Веприком, и его модификациях.

2. Точечные ограничители (препятствия). Рассмотрим сначала точечные ограничители. Динамические модели стоячих волн в распределенных системах, взаимодействующих с точечными ограничителями, строятся по следующему образцу [2]. Рассмотрим модель линейной одномерной распределенной системы, представляющей собой, например, натянутую струну, балку или какой-либо другой подобный объект длиной l, определяемый оператором динамической податливости $\mathbf{L}(x,y,p)$ [12], причем x, y $\in [0, l]$; p - оператор дифференцирования. Вид указанного оператора определяется, в частности, геометрической и (или) динамической структурой системы и граничными условиями.

Пусть искомое перемещение $u(x, y)$ ограничивает помещенный в точке (a, Δ) точечный ограничитель, так что $u(a, t) > \Delta$. Предполагая, что движение осуществляется под действием T-периодической распределенной силы, запишем представление, определяющее T-периодические виброударные процессы, в виде

$$u(x,t) = w(x,t) - \int_{\alpha}^{\beta} R(s)\chi(x,a,t-s)ds, \qquad (1)$$

Где

$\chi(x,y;t)$ – Т-периодическая функция Грина линейной системы, полностью определяемая оператором $\boldsymbol{L}$ [8]. Т-периодическая стоячая волна $w(x,t)$ определяется решением соответствующей линейной задачи; моменты времени α и $\beta \in [0, T]$, определяющие время выстоя струны на ограничителе $t^* = |\beta - \alpha|$, а также сила реакции $R(t)$ подлежат определению из некоторых дополнительных условий [2]. В этих работах, в частности, при помощи представлений типа (1) получены аналитические выражения для искомых стоячих волн, имеющих изломанные профили. Ниже рассматриваются именно такие волны, полученные опытным путем.

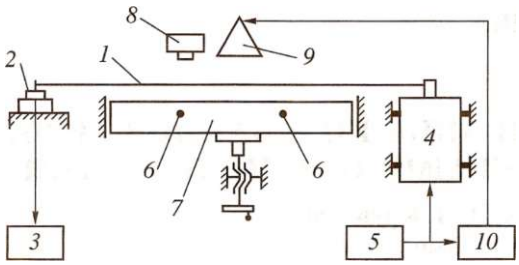


Рис.1

3. Опытная установка. Приведем краткое описание стенда "Аллигатор-Т" (рис. 1). Устновки такого типа были разработаны А.М. Веприком и неоднократно использовались как для экспериментального анализа систем с распределенными ударными элементами, так и для систем с большим числом традиционных ударных пар. В качестве распределенного упругого элемента в экспериментальной установке использован резиновый жгут 1. Один конец жгута жестко связан с установленным на станине датчиком силы 2, измеряющим составляющую натяжения жгута в направлении, перпендикулярном его оси. Сигнал с датчика, пропорциональный углу поворота жгута в заделке, регистрировался электронно-

лучевым осциллографом 3. Второй конец жгута связан с якорем электродинамического возбудителя *4* поперечных колебаний жгута. Питание возбудителя осуществляется от генератора 5 электрических колебаний. Конструкция креплений жгута допускает регулировку натяжения жгута с целью изменения его собственных частот. Точечные ограничители *6* выполнены в виде тонких стержней, установленных перпендикулярно плоскости колебаний жгута на каретке 7, позволяющей изменять зазор между жгутом и ограничителями. Кроме того, конструкция стенда допускает изменение количества ограничителей и их положения относительно жгута вдоль его оси.

Формы жгута и их трансформации в процессе колебаний фотографировали фотоаппаратом 8 в освещении вспышек стробоскопической лампы 9, получающей питание от анализатора движения *10.* Конструкцмя стенда позврляют также использовать фиксацию движения жгута посредством видеокамеры. Приводимые результаты отвечают случаям, когда 1-я собственная частота струны длиной $l = 52$ см составляет (в отсутствие соударений) $f = 33$ Гц, а ограничители установлены с зазором $\Delta = 12$ мм.

Отметим, что материалы ограничителей, с которыми взаимодействовал резиновый жгут выбирались следующими: протяженные части ограничителей – гетинакс, металлические части (точечные ограничители, выступающие части тавровых ограничителей, выпуклые ограничители – инструментальная сталь.)

4. Картины стоячих волн (1). В экспериментах обнаружены частотные зоны возбуждения нелинейных волн, профили которых составлены из прямолинейных отрезков. В числе прочих, приведем результаты экспериментов, которые были ранее опубликованы, так как наща цель хотя бы частично продемонстрировать общий взгляд стоячие волны с изломанными профилями, определяющие свойства которых идентичны и, кроме того, в определенном смысле идентичны свойствам простейшей виброударной системы (ударного осциллятора [12]).

Здесь приведены фотографии (рис. 2), демонстрирующие изменение конфигураций волны в различных фазах движения при различном числе и расположении ограничителей.

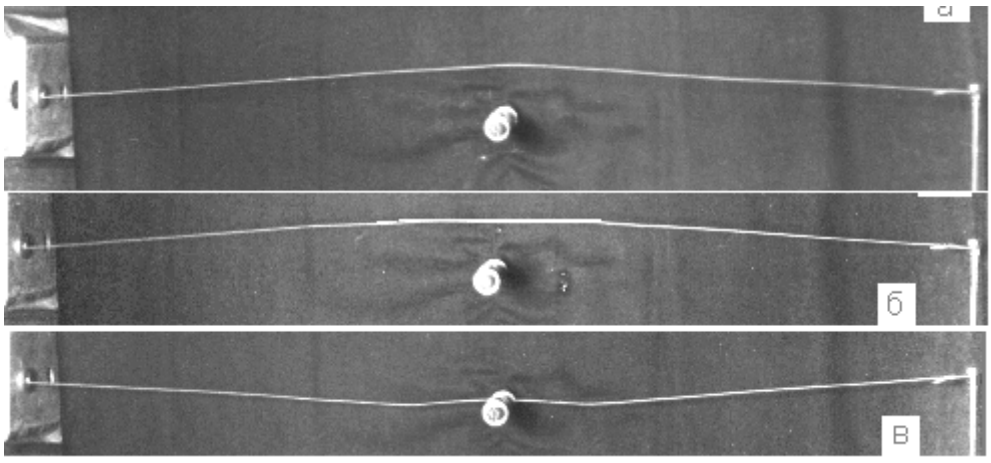


Рис.2.

Конфигурации а, б, в на рис. 2 получены при возбуждении жгута с частотой $f = 39$ Гц. Единственный ограничитель расположен в середине жгута с зазором $\Delta = 12$ мм. В момент максимального отклонения от ограничителя, когда все точки струны неподвижны, конфигурация волны имеет вид равнобедренного треугольника (рис. 2а). При движении в

пределах зазора форма волны принимает вид равнобочной трапеции (рис. 26), боковые стороны которой неподвижны, а малое основание движется с постоянной скоростью, увеличиваясь по длине при движении к центральному положению и уменьшаясь при движении от центрального положения. Заметим, что аналогичные волны наблюдались в экспериментах при анализе движений распределенных систем с протяженным ограничителем [13] и многомассных дискретных систем с множественными параллельными ударными парами [13, 14]. После достижения малым основанием трапеции ограничителей точка касания останавливается и конфигурация волны изменяется: трапеция раздваивается, как бы обтекая ограничитель (рис. 2, в). В конечном положении, в котором все точки жгута останавливаются, его форма имеет вид треугольных зубцов (рис. 2в) с боковыми сторонами, сходящимися к точкам расположения ограничителей. При этом форма жгута всегда симметрична относительно его середины.

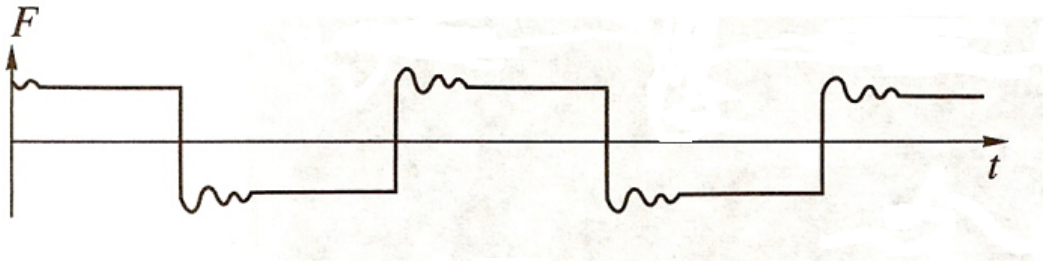


Рис.3.

Такое поведение форм жгута подтверждается осциллограммой сигнала с датчика силы, приведенной на рис. 3. Эта осциллограмма дает составляющую силы натяжения струны в направлении колебаний. Из нее видно, что в моменты прохождения нейтрального положения регистрируемая сила, а следовательно, и угол поворота струны в точке заделки изменяются скачком, оставаясь постоянными величинами в течение половины периода колебаний.

В экспериментах с одним точечным ограничителем исследовалось влияние асимметрии положения ограничителя относительно середины жгута на профиль стоячей волны.

Установлено, что по мере смещения ограничителя вдоль жгута его профиль становится все более несимметричным, сохраняя при этом прямолинейные участки с "острыми" переходами от одного к другому. Сказанное иллюстрируют фотографии (рис. 4,а-4,в) конфигураций жгута в различных фазах движения при той же частоте возбуждения $f = 39$ Гц.

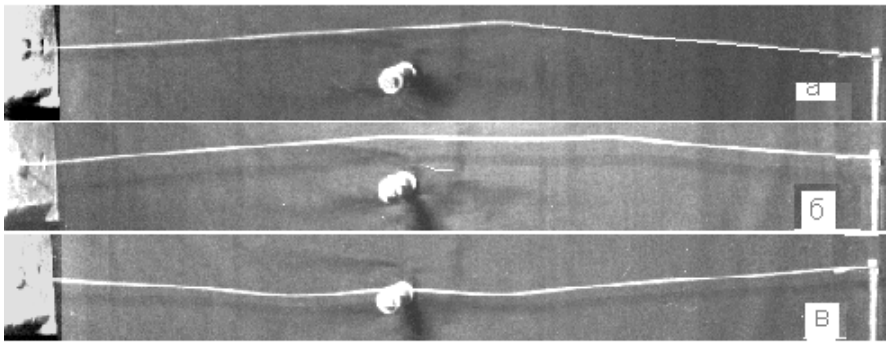


Рис. 4

Ограничитель расположен на расстояниях 29 и 23 см от точек закрепления жгута. При максимальном отклонений от ограничителя профиль жгута (рис. 4, а), все точки которого неподвижны, близок к треугольному с вершиной, смещенной от середины в сторону, противоположную смещению ограничителя. При движении к ограничителю вершина волны "размывается" и образуется прямолинейная полка (рис. 4,б), которая, расширяясь по мере движения, при подходе к ограничителю занимает относительно него симметричное положение. При дальнейшем движении струна огибает ограничитель, образуя в финальной позиции (рис. 4, в) острые зубцы по обе стороны от ограничителя.

5. Два точечных ограничителя. Серия экспериментов, проведенных с системой, содержащей два точечных ограничителя, выявила аналогичное поведение волновых, процессов. Рисунки 5, а-*5,в* - фотографии, иллюстрирующие трансформацию профиля волны в различных фазах движения струны, взаимодействующей с двумя точечными ограничителями, несимметрично расположенными на расстояниях 22 и 14 см от точек заделки струны.

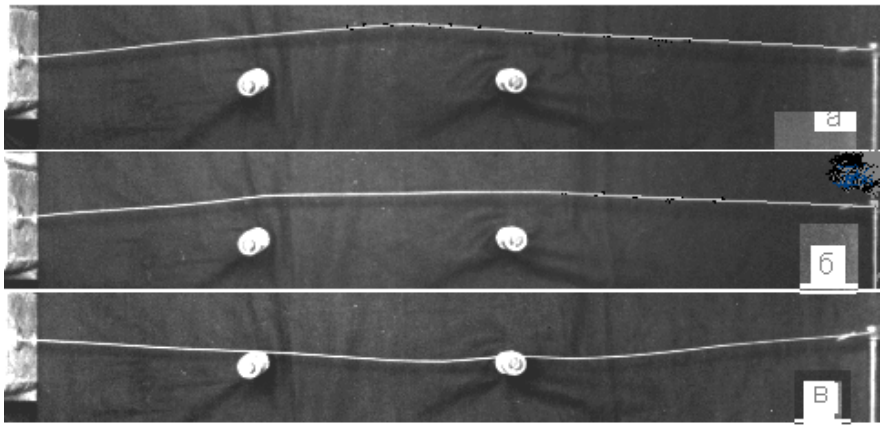


Рис.5

И в этом случае при движении в пределах зазора жгут изменяет свою форму: от треугольной в начальной конфигурации (рис. 5,а) до трапециевидной с изменяющейся по мере движения длиной малого основания (рис. 5, б). И здесь, как и ранее, после достижения ограничителей струна огибает их и образуются характерные острые зубцы по обе стороны от каждого из ограничителей (рис. 5, в). Приведенные фотографии получены при возбуждении колебаний с частотой $f = 37$ Гц.

Струна с двумя симметрично расположенными ограничителями ведет себя аналогично с тем лишь различием, что ее профиль всегда остается симметричным относительно середины струны.

Отметим, что в то время как системы с одним точечным ограничителем допускают создания соответствующей «аналитической» теории, то исчерпывающее описание рассмотренной в этом п. системы и, тем более, систем с многоточечными ограничителями – дело будущего.

6. Тавровые ограничители. Случаи одноточечных и прямых протяженных ограничителей в определенном смысле оказываются противоположными: прямой протяженный ограничитель весьма представительно характеризуется образованием стоячих волн типа хлопков – при их реализации отскок участков струны происходит практически

мгновенно. Образование трапециевидных волн в случае точечного ограничителя сопровождается выстоями струны см. (1). В работах [10] был рассмотрен промежуточный случай таврового ограничителя, состоящего из точечной и прямой протяженных частей.

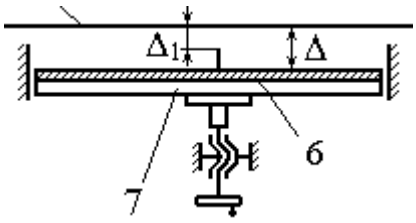


Рис.6

Видоизменим установку «Аллигатор-Т» так, что зона взаимодействия будет содержать прямой протяженный участок, находящийся от жгута на расстоянии Δ, а посередине ограничителя установим перпендикулярный к нему штырь, оказывающейся для струны точечным ограничителем, установленным от струны на расстоянии Δ_1.Такой комбинированный ограничитель и называется тавровым. Заметим, что здесь возможно рассмотрение различных тавровых ограничителей (рис. 7) – смысл обозначений очевиден.

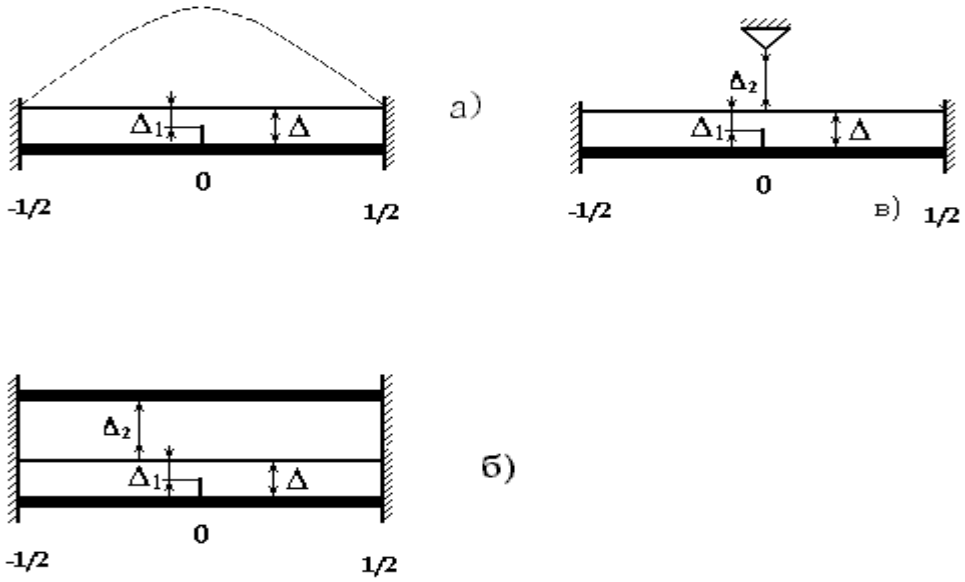


Рис.7.

Таким образом, если уравнение движения струны записать в виде нелинейного уравнения Клейна – Гордона [4, 5, 7], то получим

$$\square u+\Phi(u)=F(t;u,u_{t<\dots}), \quad \Phi(u)=\Phi_{\Delta}(u)+\Phi_{\Delta 1}(u), \qquad (2)$$

где обобщенная сингулярная функция $\Phi_{\Delta}(u)$ описывает мгновенный отскок, а функция $\Phi_{\Delta 1}(u)$ – взаимодействие с выстоем (см. формулу (1)). Гладкая функция $F(t;u,u_{t<\dots})$ – описывает прочие консервативные и неконсервативные составляющие модели.

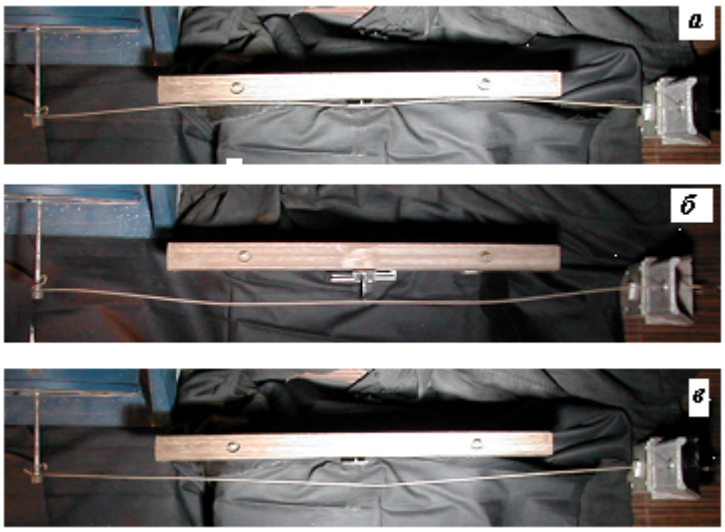


Рис.8

На рис. 8. даны профили стоячих волн, отвечающих одностороннему тавровому ограничителю. Профиль рис. 8, а отвечает окончанию примерно половине времени выстоя струны на «точечной части ограничителя» и удару двух верхних оснований трапециевидных профилей жгута. Рис. 8, б – сформировавшийся трапециевидный профиль, основание нижнее которого движется от ограничителей. Качественно это движение мало отличается от движения такой же струны, взаимодействующей с прямым протяженным препятствием. Наконец, рис 8, в – суть финальная «треугольная конфигурация». Далее процесс идет в обратном направлении. Отметим, что данная задача достаточно хорошо изучена. Заметим, что аналогичные эксперименты, описанные в работе [10] выполнялись на «цельно гетинаксовом» тавровом ограничителе.

7. Наклонные ограничители. Существование стоячих волн, реализующих хлопки, очевидно, не должно прекратиться, если наклонить ограничитель на некоторый угол $\pm\varphi$ по отношению к его первоначальному положению, параллельному линии статического равновесия натянутой струны.

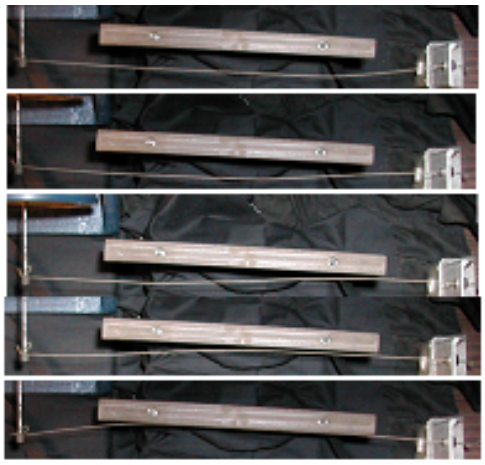


Рис.9

На рис. 9 показана эволюция стоячей волны – хлопка. Предельное значение угла φ, очевидно, зависит от метрических соотношений между длинами ограничителей и струны. После прохождения некоторого критического значения стоячая волна ьеряет стабильность. Кроме того, весьма трудно добиться ее плоской поляризации.

8. Динамические эффекты. Как и в других случаях экспериментального и теоретического изучения нелинейных волновых процессов в распределенных виброударных

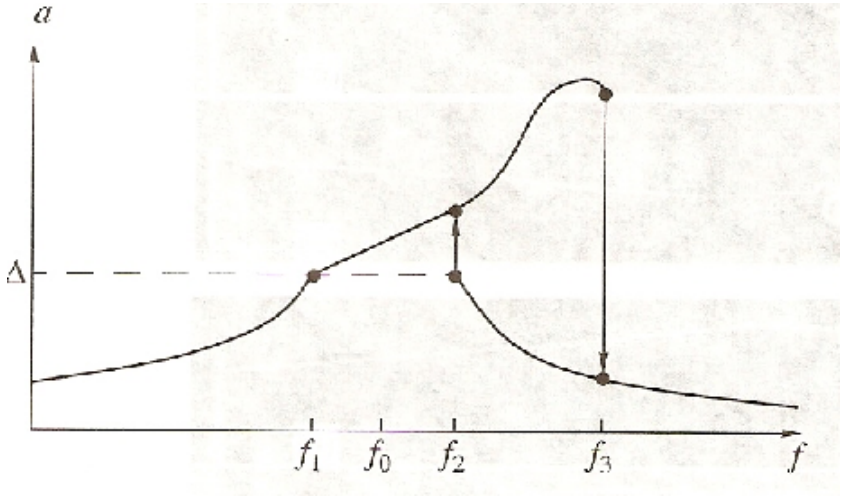


Рис.10

системах [2, 4, 5, 9, 10], проделанные опыты выявили аналогию между поведением традиционных
виброударных систем с одной сосредоточенной ударной парой и рассматриваемых систем с точечными ограничителями при реализации в них описанных выше стоячих волн. В экспериментах снимались амплитудно-частотные характеристики систем.

На рис. 10 для примера приведена амплитудно-частотная характеристика системы с одним симметрично расположенным точечным ограничителем, установленным с зазором Δ = 12 мм. При колебаниях с амплитудами в пределах зазора ($a < \Delta$) реализуются ветви резонансных кривых струны без ограничителя. Ветвь $a > \Delta$ соответствует колебаниям с ударами об ограничитель. Аналогичный вид имеют амплитудно-частотные характеристики и других рассмотренных выше систем с одним и двумя ограничителями, а также с тавровыми и наклонными ограничителями

. Как видно, поведение исследуемых систем подобно поведению традиционных виброударных систем с одной несимметричной ударной парой [7, 12] («ударного осциллятора»). При этом наблюдаются следующие динамические эффекты.

8.1.Затягивание по частоте. Все найденные типы стоячих волн могут быть затянуты от частоты близкой к собственной частоте f_0 линейных колебаний струны, до частоты f_3 "срыва" колебаний, лежащей выше частоты f_0.

Конкретные проявления явления затягивания и др.(см. далее) зависят от специвики системы. Для систем с точечными ограничителями установлено, что величина частотного диапазона затягивания при одном и том же зазоре уменьшается при увеличении несимметрии установки ограничителей и увеличении их количества. Так, например, в системе с одним симметрично расположенным ограничителем частота срыва колебаний f_3 = 41 Гц, а в системе с двумя несимметричными ограничителями f_3 = 38.5 Гц.

Затягивание в системах с тавровым ограничителем описано в [10].

8.2. Двузначность амплитудно-частотных характеристик. Существует частотная область двузначности амплитудно-частотных характеристик. зон В [2] показано, что диапазон существования скелетных кривых для систем с одним точечным ограничителем: $f_0 < f < 4/3\, f_0$. Все экспериментально полученные области укладываются в этот диапазон частот.

8.3.Срывы колебаний. После реализации предельных частот f_3 затягивания при дальнейшем увеличении частоты каждая нелинейная стоячая волна "срывается", т.е. виброударный процесс исчезает, и при синусоидальном возбуждении устанавливаются линейные стоячие волны с амплитудами, лежащими в пределах установки ограничителей. При уменьшении частоты возбуждения после прохода частоты срыва линейные волны не исчезают до достижения частоты f_2, при прохождении которой происходит срыв колебаний на верхнюю виброударную ветвь с появлением трапециевидных волн.

8.4. Жесткий запуск. При возбуждении из нулевых начальных условий колебаний в частотном диапазоне $f_2<f< f_3$, в системе устанавливаются линейные волны с амплитудами $a<\Delta$. Для получения режимов, соответствующих верхней ветви амплитудной - частотной характеристики, можно, как и в случае традиционных виброударных систем с одной ударной парой, придать системе дополнительную запускающую начальную энергию, позволяющую установиться трапециевидным волнам при тех же частотах возбуждения, что и линейные волны. Это свойство двузначности вполне аналогично известному свойству традиционных систем с одной ударной парой [7, 12]. Пользуясь той же аналогией, придание упомянутых запускающих начальных условий будем называть *жестким запуском* [7, 12].

Указанные эффекты сопровождают все типы экспериментально наблюдаемых периодических трапециевидных стоячих волн.

9. Заключительные замечания. Во второй части и далее мы вернемся к рассматриваемым системам и картинах стоячих волн, не реализующих свойства ударного осциллятора. Так что будет показано существенное многообразие систем с распределенными ударными элементами и, присущее им, богатство, динамических явлений.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 10-08-00500).

Литература

1. Cabbanes H., Haraus A. Mouvements presque – periodiques d'une cordevibrantee en presence d'un obstacle fixe, rectiligne ou ponctuel // I.J. Nonlinear Mecanics. 1981,V.55, №5/6, p.p. 449-457.

2. Крупенин В.Л. К расчету резонансных колебаний гибкой нити, взаимодействующей с точечным ограничителем хода// Проблемы машиностроения и надежности машин. 1992,№2, с.29-36.

3. Amerio L., Prouse G. Study of the Motion of a String Vibrating Against an Obstacle //Rend. di Mat. Ser. 6(8). 1975. N.2. P. 563-585.

4. Крупенин В.Л. Трансформация форм колебаний струны, взаимодействующей с двумя протяженными преградами// ДАН СССР,1990, т.313, N6, с. 1390-1394.

5. Крупенин В.Л. О представлении периодических виброударных процессов через параметры движения «импульс - фаза» //Проблемы машиностроения и надежности машин.2010.№1.С. 34-42.

6. Cabannes H. Cordes Vibrantes avec Obstacles // Acustica,. 1984, V.55, p.p. 14-20.

7.Асташев В.К., Крупенин В.Л. Волны в распределенных и дискретных виброударных системах и сильно нелинейных средах// Проблемы машиностроения и надежности машин. 1998, № 5, с. 13-30.

9. Крупенин В.Л. Об исследованиях одномерных и многомерных виброударных процессов при случайном широкополосном возбуждении //Проблемы машиностроения и надежности машин.2010. №6.С. 34-42.

10.Крупенин В.Л. К описанию динамических эффектов, сопровождающих колебания струн вблизи однотавровых ограничителей// Доклады Российской Академии наук. 2003. № 388 (3). С. 75-80.

11. Веденова Е.Г. Маневич Л.И. Периодические и локализованные волны в виброударных системах с регулярными структурами // Машиноведение. 1984. № 4,. p.p.21-30.

12. Babitsky V.I., Krupenin V.L. Vibration of Strongly Nonlinear Discontinuous Systems. Springer 2001, 330 p.

13. Веприк А.М., Крупенин В.Л. О резонансных колебаниях системы сраспределенным ударным элементом //Машиноведение. 1988. № 6. С. 39-47.

14. Асташев В.К. , Крупенин В.Л. Эксперименты с протяженными виброударными системами (резонансные движения) // Вестник научно-технического развития. 2010. № 7(35). С.3-10.

Поступила: 23.12.2010.