

УДК 621.7

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ВИБРАЦИОННОЙ МАШИНЫ С ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИМ ВОЗБУДИТЕЛЕМ КОЛЕБАНИЙ ПРИ ПИТАНИИ ОТ ИСТОЧНИКА НАПРЯЖЕНИЯ

Владимир Константинович Асташев, Кирилл Александрович Пичугин, Елена
Борисовна Семенова

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения
им. А.А. Благонравова Российской академии наук, Москва, Россия
v_astashev@mail.ru, pichugin-ka@yandex.ru, el_semenova@mail.ru

Аннотация. Приведены результаты анализа динамических свойств вибрационной технологической машины с электродинамическим возбудителем колебаний при ее питании от источника напряжения. Рассмотрена работа системы как на холостом ходу, так и с учетом нелинейной технологической нагрузки. Представлены амплитудно-частотные характеристики и указаны условия возникновения зон неоднозначности, соответствующих неустойчивым режимам.

Ключевые слова: вибрационная машина, нелинейная технологическая нагрузка, резонанс, амплитудно-частотная характеристика, скорость рабочего процесса.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-08-00168).

NONLINEAR DYNAMICS OF THE VIBRATION MACHINE WITH ELECTRODYNAMIC ACTUATOR OF VIBRATIONS POWERED FROM A VOLTAGE SOURCE

V.K. Astashev, K.A. Pichugin, E.B. Semenova

Mechanical Engineering Research Institute of RAS, Moscow, Russia
v_astashev@mail.ru, pichugin-ka@yandex.ru, el_semenova@mail.ru

Annotation. The results of the analysis of the dynamic properties of a technological machine with an electrodynamic vibration exciter when powered from a voltage source are presented. The work of the system is considered both at idle and under nonlinear technological load. The amplitude-frequency characteristics of the machine are presented and found conditions for the appearance of ambiguity regions corresponding to unstable modes.

Key words: vibration machine, non-linear technological load, resonance, amplitude-frequency characteristic, process speed.

Acknowledgements. Research was supported by RFBR (project no. 18-08-00168).

Электродинамические возбудители колебаний [1, 2], используемые в испытательных стендах, находят применение и в разнообразных вибрационных и виброударных машинах и устройствах в качестве привода рабочих органов [3–5], особенно при взаимодействии

рабочего органа с нелинейной технологической нагрузкой, возникающей при выполнении рабочего процесса. В статье выполнен анализ динамических характеристик машины при ее работе, как на холостом ходу, так и в рабочих режимах при питании возбудителя колебаний от источника тока и источника напряжения.

На рис. 1 показана схема вибрационной машины с электродинамическим возбудителем колебаний. В корпусе 1 жестко закреплена магнитная система, кольцевой магнит 2 который зажат между магнитопроводами 3 и 4. В кольцевом зазоре магнитопроводов размещена катушка 5 с возможностью перемещения вдоль оси устройства. Катушка жестко установлена на центральном стержне 6, который связан с корпусом упругими мембранами 7. На конце стержня установлен инструмент, взаимодействующий с обрабатываемым изделием или средой 8. Инструмент поджимается к изделию статической силой P , приложенной к корпусу машины.

Катушки получают питание от источника переменного тока. Проходящий через обмотку катушки переменный ток $i(t)$ создает переменную силу $f(t)$ возбуждения колебаний катушки [1, 2] и жестко связанного с ней инструмента

$$f(t) = Bli(t) \quad (1)$$

где B – магнитная индукция магнитного поля в зазоре; l – длина проводника обмотки катушки; i – сила тока.

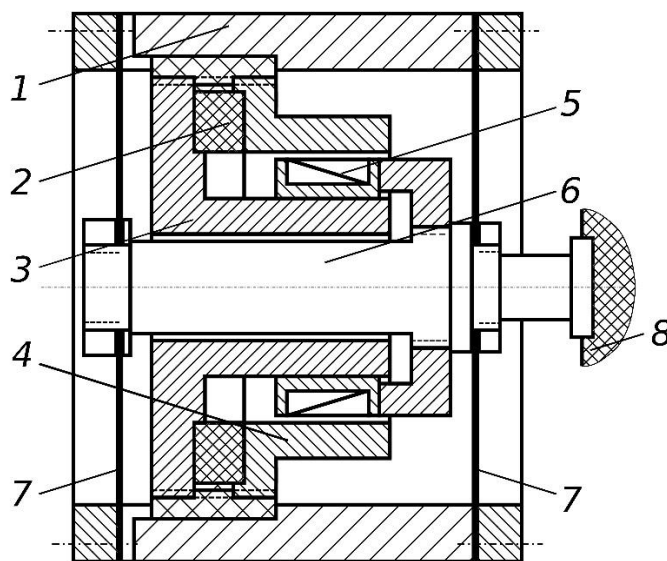


Рис. 1.

В то же время движение катушки в магнитном поле создает в ее обмотке противоэлектродвижущую силу

$$e(t) = Bl\dot{x}(t), \quad (2)$$

где $x(t)$ – закон движения катушки.

Взаимодействие рабочего органа с обрабатываемой средой создает технологическую нагрузку на колебательную систему. Для описания технологической нагрузки используется нелинейная динамическая характеристика $f_l = f_l(x, \dot{x})$ рабочего процесса [6, 7], которая определяет зависимость силы взаимодействия инструмента с деталью от перемещения x и скорости \dot{x} инструмента.

Режимы холостого хода. Рассмотрим сначала динамические свойства системы при работе

на холостом ходу, т.е. при отсутствии технологической нагрузки $f_l = 0$. Состояние электромеханической системы при установившихся гармонических колебаниях с учетом (1) и (2) описывается уравнениями

$$\begin{aligned}(c - m\omega^2 + j\omega b)\tilde{a} &= Bl\tilde{I}, \\ (R + j\omega L)\tilde{I} &= \tilde{U} - j\omega Bl\tilde{a},\end{aligned}\tag{3}$$

где m , c , b – масса подвижных частей, жесткость мембран и коэффициент вязкого сопротивления соответственно; R , L – сопротивление цепи питания и индуктивность катушки; \tilde{U}, \tilde{I} – комплексные амплитуды напряжения питания катушки и тока в ее проводнике; \tilde{a} – комплексная амплитуда колебаний инструмента; ω – частота колебаний; $j = \sqrt{-1}$.

Питание электродинамического возбудителя колебаний, как правило, производится от источника напряжения. В этом случае сила тока в проводнике катушки зависит не только от параметров катушки. При движении в магнитном поле в проводнике катушки возникает противозлектродвижущая сила $e = -Bl\dot{x}$. В этом случае состояние системы описывается уравнениями (3), в которых заданным является напряжение $u(t) = Ue^{j\omega t}$. Решая систему уравнений (3) относительно неизвестных комплексных амплитуд \tilde{a} и \tilde{I} получим

$$\tilde{a} = \frac{BlU}{Z(j\omega)W(j\omega) + j\omega(Bl)}, \quad \tilde{I} = \frac{W(j\omega)U}{Z(j\omega)W(j\omega) + j\omega(Bl)^2}\tag{4}$$

Для более наглядной физической интерпретации полученных далее решений запишем эти уравнения в виде:

$$\tilde{a} = \frac{BlU}{Z(j\omega)W_{\Sigma}(j\omega)}, \quad \tilde{I} = \frac{W(j\omega)U}{Z(j\omega)W_{\Sigma}(j\omega)}\tag{5}$$

где $W_{\Sigma}(j\omega) = W(j\omega) + j\omega(Bl)^2/Z(j\omega)$ – динамическая жесткость полной электромеханической системы. Ее развернутое выражение

$$W_{\Sigma}(j\omega) = c - \omega^2(m + kL) + j\omega(b + kR),\tag{6}$$

где величина $k = \frac{(Bl)^2}{[R^2 + (\omega L)^2]}$ имеет смысл коэффициента приведения электрических параметров к их механическим аналогам.

Резонанс системы при ее питании от источника напряжения согласно (6) возникает при $Re W_{\Sigma}(j\omega) = 0$, т. е. при частоте $\omega = \omega_r$, определяемой равенством

$$\omega_r = \sqrt{c/(m + kL)}.\tag{7}$$

Поскольку коэффициент k зависит от частоты ω , соотношение (7) является уравнением относительно искомой резонансной частоты ω_r . В результате решения этого уравнения находим

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - (Bl)^2/Lc}.\tag{8}$$

Как следует из (8), при питании от источника напряжения резонансная частота системы оказывается более низкой, чем при питании от источника тока, за счет сложного сочетания

параметров магнитоэлектрической и механической частей системы. В данном случае резонанс реализуется при $(Bl)^2 < Lc$. При $(Bl)^2 \rightarrow Lc$ резонансная частота $\omega_r \rightarrow 0$. Электродинамические возбудители с большими значениями $(Bl)^2 \gg Lc$ используются в вибрационных стендах, позволяя получить практически постоянные амплитуды колебаний в достаточно широком диапазоне частот.

Из соотношений (5) с учетом равенств (6) и (7) найдем величины резонансных амплитуд колебаний инструмента и тока в цепи питания катушек

$$a_r = \frac{BLU}{b(\omega_r L)^2 + R(Bl)^2}, \tilde{I}_r = \frac{(c - m\omega_r^2 + jb\omega_r)U}{b(\omega_r L)^2 + R(Bl)^2} \quad (9)$$

Рассмотрим поведение системы при двух характерных частотах. При частоте $\omega = 0$ из уравнений (4) с учетом принятых обозначений находим $I = U/R, a = BLU/Rc$, что вполне очевидно, так как система находится в состоянии статического равновесия. В практике эксплуатации вибрационных машин с электродинамическим возбудителем колебаний зачастую в качестве рабочей выбирают настройку на собственную частоту $\omega = \omega_0 = \sqrt{c/M}$ механической колебательной системы. В таком режиме амплитуда колебаний рабочего органа

$$\tilde{a}(\omega_0) = \frac{BLU}{-L\omega_0^2 b + j\omega_0(Bl)^2}, \tilde{I}(\omega_0) = \frac{j\omega_0 b BLU}{-L\omega_0^2 b + j\omega_0(Bl)^2}$$

Этот режим интересен тем, что амплитуда силы тока минимальна и при $b \rightarrow 0$ амплитуда силы тока $I \rightarrow 0$, т.е. механические колебания происходят, а ток в катушках отсутствует. Это происходит потому, что в этом режиме противоэлектродвижущая сила, возникающая в проводнике катушки, оказывается равной напряжению питания. По сути, в данном случае мы имеем дело с явлением антирезонанса в электрической цепи.

На рис. 2 показаны амплитудно-частотные характеристики колебаний рабочего инструмента при питании системы от источника тока (кривая 1) и источника напряжения при $(Bl)^2 < Lc$ (кривая 2) и при $(Bl)^2 > Lc$ (линия 3).

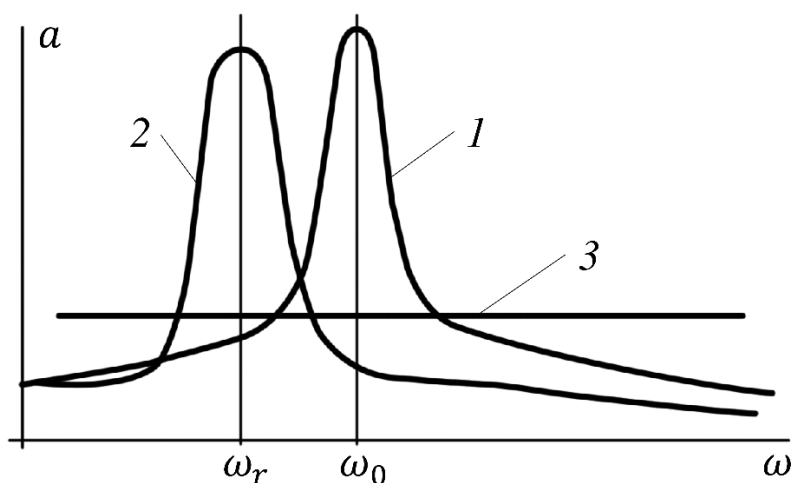


Рис. 2.

Нелинейная технологическая нагрузка. Взаимодействие рабочего органа с обрабатываемым изделием или средой создает дополнительную технологическую нагрузку на рабочий орган машины. Как правило, нагрузку можно представить в виде действующей на

рабочий орган силы $f_l = f_l(x, \dot{x})$, нелинейно зависящей от координаты x и скорости \dot{x} рабочего органа. Уравнение движения при питании от источника тока по аналогии с (3) принимает вид

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = B l e^{j\omega t} - f_l(x, \dot{x}). \quad (10)$$

Отыскивая приближенное гармоническое решение нелинейного уравнения (10), проведем гармоническую линеаризацию [6] функции $f_l = f_l(x, \dot{x})$

$$f_l(x, \dot{x}) \approx P_l(a) + c_l(a)x + b_l(a)\dot{x}, \quad (11)$$

где $P_l(a)$ – постоянная составляющая технологической нагрузки; $c_l(a), b_l(a)$ – коэффициенты гармонической линеаризации, вычисляемые по формулам

$$P_l(a) = \frac{1}{T} \int_0^T f_l(x, \dot{x}) dt, \quad (12)$$

$$c_l(a) = \frac{2}{T a} \int_0^T f_l(x, \dot{x}) \cos(\omega t) dt, \quad b_l(a) = -\frac{2}{T a \omega} \int_0^T f_l(x, \dot{x}) \sin(\omega t) dt,$$

где $T = 2\pi/\omega$ – период колебаний.

Поскольку вся система поджимается к обрабатываемой среде постоянной силой P (рис.1), очевидно, что постоянная составляющая нелинейной нагрузки $P_l = P$, а уравнение колебаний (10) с учетом (11) принимает вид

$$m\ddot{x} + (b + b_l)\dot{x} + (c + c_l)x = B l e^{j\omega t}. \quad (13)$$

Таким образом, получено линейное уравнение, коэффициенты которого зависят от неизвестной амплитуды. Решая уравнение (13), получаем выражение для комплексной амплитуды

$$\tilde{a} = -\frac{B l l}{(c + c_l) - m\omega^2 + j\omega(b + b_l)}. \quad (14)$$

В качестве примера рассмотрим работу системы, предназначенной для внедрения инструмента в хрупкую среду. Примем, что рабочий процесс описывается характеристикой жесткопластического материала [7]

$$f(x) = \frac{1}{2} D \eta(x - \Delta)(1 + \text{sign} \dot{x}), \quad (15)$$

где D – сила, при которой происходит необратимая деформация или разрушение материала; $\eta(x)$ – функция Хевисайда; Δ – координата инструмента в момент начала его взаимодействия с обрабатываемой средой. Коэффициенты гармонической линеаризации функции (15) имеют вид [8]

$$P_l(a) = \frac{D}{2\pi} \arccos \frac{\Delta}{a}, \quad c_l(a) = \frac{D}{\pi a} \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta}{a}\right)^2}, \quad b_l(a) = \frac{D}{\pi a \omega} \left(1 - \frac{\Delta}{a}\right). \quad (16)$$

Учитывая равенство $P_l(a) = P$, из первого соотношения в (16) находим $\frac{\Delta}{a} = \cos\left(\frac{2\pi P}{D}\right)$ и после подстановки в (16) получаем

$$c_l(a) = \frac{D}{\pi a} \sin \frac{2\pi P}{D}, \quad b_l(a) = \frac{2D}{\pi a \omega} \sin^2 \frac{\pi P}{D} \quad (17)$$

Разность $a - \Delta$ определяет величину внедрения инструмента в обрабатываемую среду за один цикл колебаний. Очевидно, что средняя скорость процесса $v = \frac{(a-\Delta)\omega}{2\pi}$ и с помощью первого соотношения в (16) находим

$$v = \frac{a\omega}{\pi} \sin^2 \frac{\pi P}{D} \quad (18)$$

В реальных процессах и машинах $P \ll D$. Поэтому, выражения (17) и (18) с высокой точностью можно представить в виде

$$c_l(a) = \frac{2P}{a}, \quad b_l(a) = \frac{2\pi P^2}{a\omega D}, \quad v = \pi a \omega \left(\frac{P}{D}\right)^2 \quad (19)$$

Нелинейная динамика машины. Перейдем к построению динамических характеристик машины в рабочем режиме. Выше было показано, что все решения, полученные для режимов холостого хода, остаются справедливыми после замены величин c и b на величины $(c + c_l)$ и $(b + b_l)$.

Используя выражения (5), (6) (19), запишем уравнение относительно амплитуды колебаний инструмента

$$a = \frac{BLU}{\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2) \left\{ \left[\left(c + \frac{2P}{a} - \omega^2(m + kL) \right) \right]^2 + \left[\omega b + kR + \frac{2\pi P^2}{aD} \right]^2 \right\}}} \quad (20)$$

и линии предельных амплитуд

$$a_{rl} = -\frac{2P}{c(1 - \omega_{rl}^2/\omega_r^2)}, \quad a_{rl} = \left[\frac{BLU}{R_{rl}} - \frac{2\pi P^2}{D} \right] (\omega_{rl} b)^{-1} \quad (21)$$

где $R_{rl} = \sqrt{(R^2 + \omega_{rl}^2 L^2)}$ – сопротивление цепи питания при частоте $\omega = \omega_{rl}$.

Из (21) следует, что скелетная кривая определена в частотной области $\omega > \omega_r$, а резонансные колебания можно реализовать при выполнении условия

$$BLU > \frac{2\pi P^2}{D} \sqrt{(R^2 + \omega_{rl}^2 L^2)}. \quad (22)$$

Пренебрегая потерями энергии в механической ($b = 0$) и электрической ($R = 0$) частях системы, приведем уравнение (20) к квадратному

$$[c - \omega^2(m + kL)]^2 a^2 + 4P[c - \omega^2(m + kL)]a + 4P^2 \left\{ \left[1 + \left(\frac{\pi P}{D} \right)^2 \right] - \left(\frac{BLU}{2PR_\omega} \right)^2 \right\} = 0.$$

Решение уравнения имеет вид

$$a = \frac{-2P \left[1 \pm \sqrt{\left(\frac{BLU}{2PR\omega}\right)^2 - \left(\frac{\pi P}{D}\right)^2} \right]}{c(1 - \omega^2/\omega_r^2)} \quad (23)$$

Необходимое условие реализации виброударного режима имеет вид

$$BLU > 2\pi R\omega P^2/D. \quad (24)$$

При $\omega = \omega_{rl}$ неравенство (24), совпадающее с условием (22) реализации резонансных колебаний, ограничивает частотный диапазон существования виброударных процессов при заданной силе P

$$\omega < \omega_m = BLUD/2\pi LP^2. \quad (25)$$

Заметим, что виброударный процесс в диапазоне $\omega < \omega_r$ возможен при

$$BLU > 2PR\omega\sqrt{1 + \left(\frac{\pi P}{D}\right)^2}. \quad (26)$$

При выполнении (26) каждой частоте из диапазона (25) соответствует единственное значение амплитуды (23) колебаний. Отвечающая условию (26) амплитудно-частотная характеристика показана на рис. 3 (линия P_1).

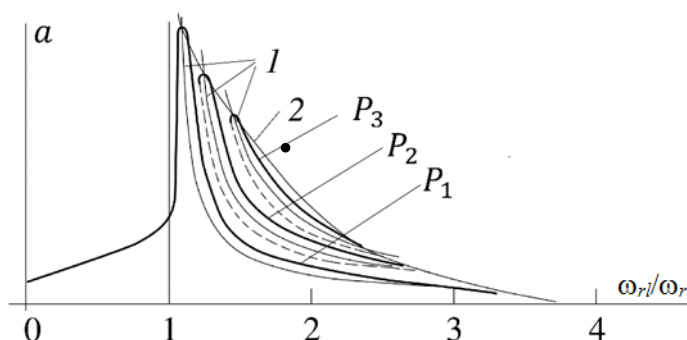


Рис. 3.

При нарушении условия (26) виброударные режимы реализуются только в частотном диапазоне $\omega_r < \omega < \omega_m$, где амплитудно-частотная характеристика (23) имеет вид петли, ветви которой разделены скелетной кривой (21). На рис. 3 показаны амплитудно-частотные характеристики при различных значениях силы P . Тонкими линиями показаны скелетные кривые 1 и линии 2 предельных амплитуд. Штриховыми линиями показаны ветви неустойчивых режимов. По мере увеличения силы $P_3 > P_2 > P_1$ частотный диапазон существования виброударного режима сужается и в пределе при $P = P_m$ стягивается в точку, выделенную черным кружком. Графически в этой точке происходит касание скелетной кривой и линии предельных амплитуд, отвечающей предельному значению силы P .

Отметим, что приведенные результаты позволяют провести полный расчет машины с электродинамическим возбудителем колебаний. Поскольку резонансные режимы являются наиболее эффективными [9] при работе вибрационной машины, понимание происходящих процессов позволяет найти лучшие пути реализации этих режимов.

Список литературы

1. *Римский-Корсаков А.В.* Электроакустика. - М.: Связь, 1973. - 272 с.
2. *Харкевич А.А.* Теория электроакустических преобразователей. Избранные труды. - М.: Наука, 1973. - Т. 1. - С. 33.
3. *Покровский В.В.* Электродинамические вибровозбудители. Вибрации в технике. Справочник. - М.: Машиностроение, 1981. - Т. 4. - С. 269.
4. *Краснопольская Т.С.* Автономное возбуждение механических колебаний электродинамическим вибратором // Прикладная механика. - 1977. - Т. 13, № 2. - С. 108.
5. *Astashev V.K., Babitsky V.I.; Kolovsky M.Z* Dynamics and Control of Machines. - Berlin: Springer, 2000. - 235 p.
6. *Бабицкий В.И.* Теория виброударных систем. - М.: Наука, 1967. - 352 с.
7. *Асташев В.К., Крупенин В.Л.* Нелинейная динамика ультразвуковых технологических процессов: - М.: МГУП им. Ивана Федорова, 2016. - 372 с.
8. *Пальмов В.А.* Колебания упругопластических тел. - М.: Наука, 1976. - 328 с.
9. *Антипов В.И., Асташев В.К.* О принципах создания энергосберегающих вибрационных машин // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2004. - № 4. - С. 3.

Дата поступления: 26 ноября 2020 г.