

УДК 534.26

ИЗЛУЧЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕКОЙ ОБОЛОЧКИ**Олег Иванович Косарев, Алла Константиновна Пузакина***Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, Москва, Россия*oikosarev@yandex.ru

Аннотация. Предложен численно-аналитический метод расчета гидроакустического излучения цилиндрической оболочки в дальнем поле, включающий расчет вынужденных колебаний оболочечной конструкции, погруженной в жидкость, к которой приложены дискретные вынуждающие силы.

Ключевые слова: излучение, цилиндрическая оболочка, дальнее поле.

RADIATION OF A CYLINDRICAL SHELL**O.I. Kosarev, A.K. Puzakina***Blagonravov Mechanical Engineering Research Institute of RAS, Moscow, Russia*oikosarev@yandex.ru

Abstract. A numerical and analytical method is proposed for calculating a cylindrical shell radiation in a far field. The method involves calculating the forced vibrations of a shell structure immersed in a fluid to which discrete exciting forces are applied.

Keywords: sonar radiation, finite cylindrical shell, far field.

Для расчета звукового давления излучаемого цилиндрической оболочкой в дальнем поле (диаграммы направленности) используется формула Кирхгофа, приведенная к виду [1]

$$p = \frac{e^{-ikR_1 n}}{2R} \left[\mu J'_n(\mu) \int_0^L p(x) e^{i\lambda x} dx - a r \omega^2 J_n(\mu) \int_0^L w(x) e^{i\lambda x} dx \right] \quad (1)$$

где $\lambda = kx \cos \theta$. В формулу (1) входит звуковое давление $p(x)$ и перемещение $w(x)$ на поверхности оболочки, которые связаны импедансом излучения. Главным элементом в данной задаче является определение перемещения $w(x)$ из расчета вынужденных колебаний оболочечной конструкции.

Разработан численно-аналитический метод расчета вынужденных колебаний цилиндрических оболочек в жидкости. Идея метода состоит в следующем. Система условно разбивается на подсистемы, включающие оболочки и кольца. Для каждой оболочки составляются дисперсионные уравнения и определяются их корни. Решение свободных колебаний оболочки записывается в виде вектора перемещений, (u, v, w, w') . Функция распределения перемещений оболочек по их длине записываются через перемещения

торцевых сечений. Внутренние силы в оболочках тоже приводятся к торцам оболочек. Определяются матрицы динамических жесткостей колец. Уравнение вынужденных колебаний всей системы состоит из диагонально расположенных блок-матриц четвертого порядка (ленточного типа). Это позволяет упростить и ускорить решение уравнений высокого порядка (несколько сотен).

Уравнения движения цилиндрической оболочки в перемещениях, основанные на моментной теории упругих оболочек Кирхгофа - Лява, имеют вид [2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial \xi} + \frac{\partial S}{\partial \varphi} - \rho_* h a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + q_1 a &= 0 \\ \frac{\partial T_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial S}{\partial \xi} + \frac{1}{a} \left(\frac{\partial M_2}{\partial \varphi} + 2 \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) - \rho_* h a \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + q_2 a &= 0 \\ \frac{1}{a} \left(\frac{\partial^2 M_1}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial \xi \partial \varphi} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial \varphi^2} \right) - T_2 - \rho_* h a \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q_3 a &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

где u, v, w - осевые, окружные и радиальные перемещения оболочки, T_1, T_2, S, H, M_1, M_2 - упругие силовые факторы, q_1, q_2, q_3 - поверхностные нагрузки, a - радиус оболочки, h - толщина оболочки, $\xi = x/a$ и φ - координаты в осевом и окружном направлениях, t - время, ρ_* - плотность материала оболочки, $0 \leq x \leq L$, L - длина оболочки.

Решения уравнений свободных колебаний конечной цилиндрической оболочки (2) записываются в форме

$$\begin{aligned} u &= U \cos(n\varphi) e^{i\omega t}, \quad v = V \sin(n\varphi) e^{i\omega t}, \quad w = W \cos(n\varphi) e^{i\omega t}, \\ U &= \sum_{j=1}^8 C_{jn} \frac{\Delta_{jn}^{(2)}}{\Delta_{jn}^{(1)}} e^{i\alpha_{jn}\xi}, \quad V = \sum_{j=1}^8 C_{jn} \frac{\Delta_{jn}^{(3)}}{\Delta_{jn}^{(1)}} e^{i\alpha_{jn}\xi}, \quad W = \sum_{j=1}^8 C_{jn} e^{i\alpha_{jn}\xi}, \end{aligned} \quad (3)$$

где n - окружные гармоники ряда Фурье, $n=0, 1, 2, 3, \dots$, α_{jn} - корни дисперсионного уравнения, $j=1-8$ - порядковые номера корней, C_{jn} - искомые коэффициенты, Δ_{jn} - миноры матрицы уравнения движения оболочки, $\omega = 2\pi f$ - угловая частота колебаний, f - частота колебаний. В решение (3) входят подлежащие определению корни дисперсионного уравнения α_{jn} и коэффициенты C_{jn} . Для получения дисперсионного уравнения примем $q_1 = q_2 = q_3 = 0$ и решение уравнения (2) представим в упрощенном виде

$$v = V \cdot e^{i\alpha y} \sin n\varphi; \quad u = U \cdot e^{i\alpha y} \cos n\varphi; \quad w = W \cdot e^{i\alpha y} \cos n\varphi$$

В результате подстановки этих решений в уравнение (2) получим уравнение свободных колебаний оболочки в матричном виде [10]

$$\begin{bmatrix} L_{11} + \omega_*^2 & L_{12} & L_{13} \\ -L_{12} & L_{22} + \omega_*^2 & L_{23} \\ -L_{13} & L_{23} & L_{33} + \omega_*^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \end{Bmatrix} = \frac{a}{q} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ p_s \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

Дисперсионное уравнение (5) для конечной цилиндрической оболочки, погруженной в жидкость, имеет вид [2]

$$\frac{\Delta_0(\alpha)}{\Delta^1(\alpha)} - \frac{\rho_0 \omega^2 a H_n^{(2)}(ka)}{q k H_n^{(2)'}(ka)} = 0, \quad (5)$$

где $\Delta_0(\alpha)$ – определитель, $\Delta^1(\alpha)$ – минор матрицы (4). Каждое из решений U, V, W (2) состоит из восьми слагаемых по числу конечных граничных условий оболочки. Соответственно числу слагаемых для каждой гармоники n и для каждой частоты колебаний ω надо определить восемь корней α_j .

Для составления уравнений вынужденных колебаний оболочечной конструкции, состоящей из набора оболочек, соединенных между собой кольцами, каждое уравнение движения записывается для перемещений трех соседних подсистем с номерами: k -текущей, $k-1$ -предыдущей и $k+1$ - последующей. Подсистемами являются оболочки и кольца. Внутренние силы оболочки, приложенные, например, к кольцу k , выражаются через перемещения концов оболочек, присоединенных к кольцу слева (в конце предыдущей оболочки $k-1$) и справа (в начале последующей оболочки $k+1$).

Матричное уравнение движения оболочечной конструкции формируется следующим образом. С учетом принятых обозначений уравнение движения кольца номера k в матричной форме имеет вид

$$M_k Z_k = P_k - F_k^{(1)} + F_k^{(2)}, \quad (6)$$

где P_k – вектор возмущающих сил, $F_k^{(1)}, F_k^{(2)}$ – векторы внутренних сил, приложенные от оболочек к кольцу слева и справа, M_k – матрица динамических жесткостей кольца номера k . Z_k – вектор перемещений кольца. Подставляя в уравнение движения кольца значения сил и перемещений оболочек, получим систему уравнений порядка $4(N+1)$, где N – общее количество оболочек, $N+1$ – общее количество колец. В уравнениях движения порядковые номера колец обозначим q , где $0 \leq q \leq p$. Уравнения (6) составляются для каждого кольца последовательно. Уравнения для первого кольца $q=0$, для каждого промежуточного кольца от $q=1$ до $q=N-1$ и для последнего кольца $q=N$ имеют вид

$$\begin{aligned} & \left[M_0 - H_0^4 G_1^*(0) C_1^1 H_0^2 \right] Z_0 - H_0^4 G_1^*(0) C_1^2 H_1^1 Z_1 = P_0 \\ & H_q^3 G_q^*(\ell_q) C_q^1 H_{q-1}^2 Z_{q-1} + \\ & + \left[M_q + H_q^3 G_q^*(\ell_q) C_q^2 H_q^1 - H_q^4 G_{q+1}^*(0) C_{q+1}^1 H_q^2 \right] Z_q - H_q^4 G_{q+1}^*(0) C_{q+1}^2 H_{q+1}^1 Z_{q+1} = P_q \\ & H_p^3 G_p^*(\ell_p) C_p^1 H_{p-1}^2 Z_{p-1} + \left[M_p + H_p^3 G_p^*(\ell_p) C_p^2 H_p^1 \right] Z_p = P_p. \end{aligned} \quad (7)$$

Общее матричное уравнение (7) для оболочечной конструкции имеет ленточную диагональную структуру расположения блок - матриц размером 4×4 и в сумме может иметь порядок нескольких сотен. В результате решения этой системы определяются векторы перемещений колец Z_q .

После определения векторов перемещений Z_q на кольцах q можно построить АЧХ колебаний в заданных сечениях (кольцах) оболочечной конструкции, а также формы вынужденных колебаний для каждой оболочки и всей оболочечной конструкции в целом. Метод расчета реализован в виде алгоритмов и компьютерных программ, написанных на языке Fortran. На рис.1 представлены примеры диаграмм направленности (1) в дальнем поле в зависимости от угла наблюдения θ для оболочки: длина $L=70$ м, радиус $a=4$ м, толщина $h=0.04$ м., материал – сталь, возмущающая сила $P=1000$ Н на левом конце.

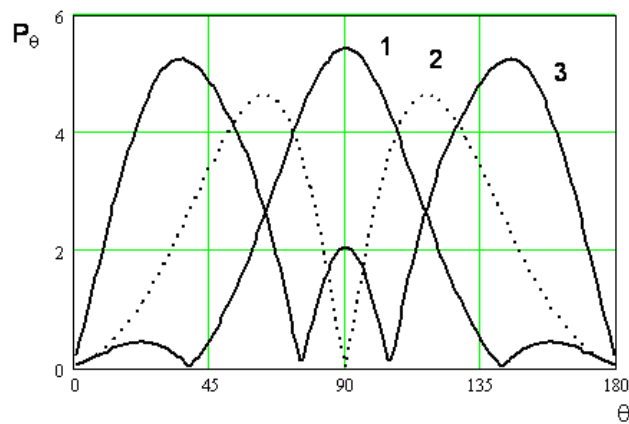


Рис.1

Список литературы

1. Косарев О.И., Остапишин Н.М., Пузакина А.К. Звуковое давление в дальнем поле, создаваемое колеблющейся конечной цилиндрической оболочкой // Проблемы машиностроения и автоматизации. - 2017. - №4. - С.98-103.
2. Косарев О.И. Дисперсионное уравнение свободной конечной цилиндрической оболочки, погруженной в жидкость // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2019. - №5. - С.36-44.

References

1. Kosarev O.I., Ostapishin N.M., Puzakina A. K. Sound pressure in the far field generated by an oscillating finite cylindrical shell.// Engineering and automation problems. - 2017. - №4. - P.98-103.
2. Kosarev O.I. Dispersion equation of a free finite cylindrical shell in a liquid // Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin. - 2019. - №5. - P.36-44.

Дата поступления: 18 июня 2020 г.