

УДК 621.01:534.1

ДИНАМИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ЦИКЛОВЫХ МЕХАНИЗМОВ ПРИ СОВМЕСТНОМ УЧЕТЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

© Иосиф Исаакович Вульфсон

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна", СПГУПТД, Санкт-Петербург, Россия
jvulf@yandex.ru

Аннотация. В статье представлена методика оптимального совмещения геометрических и частотных характеристик цикловых механизмов, во многом определяющих производительность машин, качество продукции, долговечность и надежность оборудования, а также условия труда человека-оператора. Полученные результаты свидетельствуют о значительном уменьшении динамических нагрузок по сравнению с общепринятыми способами синтеза данных систем. и могут быть использованы для повышения производительности машин, точности воспроизведения программного движения рабочих органов и устранения других нарушений при выполнении поставленных технологических задач.

Ключевые слова: цикловые механизмы, законы движения, динамический синтез, колебания, геометрические и частотные характеристики.

DYNAMIC SYNTHESIS OF CYCLIC MECHANISMS WITH JOINT CONSIDERATION OF GEOMETRIC AND FREQUENCY CHARACTERISTICS

© I. I. Vulfson

Saint Petersburg State University of Industrial Technologies and Design, Saint-Petersburg, Russia
jvulf@yandex.ru

Abstract. The article presents a methodology for the optimal combination of geometric and frequency characteristics of cyclic mechanisms, which largely determine the performance of machines, product quality, durability and reliability of equipment, as well as the working conditions of a human operator. The results obtained indicate a significant decrease in dynamic loads compared to conventional methods for the synthesis of these systems. and can be used to increase the productivity of machines, the accuracy of reproduction of the programmed movement of the working bodies and to eliminate other violations when fulfilling the set technological tasks.

Key word: cyclic mechanisms, laws of motion, dynamic synthesis, vibrations, geometric and frequency characteristics.

Вводные замечания. Интенсификации производственных процессов в конечном итоге всегда сопутствует рост рабочих скоростей, что, в свою очередь, диктует необходимость более глубокого и разностороннего учета динамических факторов. Проблемам динамики машин посвящено большое число учебных пособий и монографий, что представляется естественным, так как этому разделу машиноведения свойственно не только большое разнообразие задач, но и многоступенчатость при уровне освещения одной и той же проблемы. Последнее связано как с различными интересами, преследуемыми как при решении конкретной инженерной задачи, так и с большим числом условий и факторов, определяющих конечный результат. Поэтому при формировании подходов к решению задач этого класса менее всего пригодны готовые рецепты.

Нередко решение задач динамики машин базируется на допущении классической теории механизмов о недеформируемости звеньев. Динамические процессы иногда ошибочно воспринимаются как возможность решить динамическую задачу чисто геометрическими средствами. Между тем практика эксплуатации машинных агрегатов свидетельствует о том, что при современных рабочих скоростях это допущение нередко оказывается приемлемым лишь в первом приближении, а в ряде случаев даже приводит к неверной ориентации при анализе сложных динамических процессов и выборе направлений дальнейшего совершенствования машины. Таким образом, создание современных машин немислимо без учета колебательных процессов, во многом определяющих производительность машин, качество продукции, долговечность и надежность оборудования, условия труда человека-оператора. Бесспорное влияние здесь конечно принадлежит и геометрическим характеристикам цикловых механизмов – функции положения, и передаточным функциям. Напомним, что длительное время при решении научных задач синтеза законов движения, а также в процессе преподавания курса теории механизмов и машин, основным аргументом служил параметр времени. Лишь в 1932 г. профессорами Ленинградского Политехнического института Х.Ф. Кетовым и Н.И. Колчиным, было предложено разделение геометрических и динамических характеристик, что внесло существенный вклад в развитие инженерных расчетов [1].

Цикловые механизмы как составная часть колебательной системы машины обладают особенностями, выделяющими их исследование в самостоятельный класс динамических задач. Одна из главных особенностей качественного характера состоит в том, что цикловые механизмы одновременно являются источником возбуждения колебаний и объектом виброзащиты. Это требует специальных подходов к расчету виброактивности и динамических ошибок, а также способов их уменьшения. Другая особенность обусловлена повышенной сложностью цикловых колебательных систем, поскольку наличие цикловых механизмов обычно приводит к возникновению параметрических и нелинейных и эффектов, вызванных как нелинейной трансформацией координат, так и конструктивными факторами. Весьма показательным является большое число различных модификаций так называемых оптимальных законов движения, которым приписывается способность устранять колебания выходных звеньев, не принимая во внимание частотные характеристики системы.

Движения исполнительных органов, обеспечивающие выполнение заданных технологических или транспортных операций, называются программными. Программные движения оказывают существенное влияние на уровень возбуждаемых колебаний, поэтому задача снижения виброактивности машин тесно сопрягается с проблемой формирования оптимальных законов движения.

Будем понимать под *идеальным механизмом* его кинетостатическую модель при абсолютно точном воспроизведении заданных характеристик, т.е. такой абстрактный механизм, в

котором звенья не деформируются, отсутствуют зазоры и погрешности изготовления. Если такой механизм имеет одну степень подвижности, то положение любого звена механизма однозначно определяется в зависимости от угла поворота входного звена φ_1 . Для определенности примем, что звено n совершает вращательное или поступательное движение, описываемое одной координатой φ_n . Тогда $\varphi_n = \Pi_n(\varphi_1)$, где Π_n – функция положения звена n . Рассмотрим следующие функции, полученные дифференцированием функции положения

$$\Pi'_n = \frac{d\Pi_n}{d\varphi_1}; \quad \Pi''_n = \frac{d^2\Pi_n}{d\varphi_1^2}; \quad \Pi'''_n = \frac{d^3\Pi_n}{d\varphi_1^3}, \quad (1)$$

которые называются соответственно *первой, второй и третьей геометрическими передаточными функциями*, либо аналогами скоростей, ускорений и так называемых ускорений второго порядка [1- 5]. Если φ_1 отвечает угловой координате, то размерность передаточных функций совпадает с размерностью Π_n .

Плоскопараллельное движение звена может быть описано тремя функциями положения, фиксирующими угловую координату звена и положение одной из его точек. Связь геометрических характеристик Π'_n , Π''_n , Π'''_n с кинематическими $\dot{\varphi}_n = d\varphi_n / dt$; $\ddot{\varphi}_n = d^2\varphi_n / dt^2$; $\ddot{\varphi}_n = d^3\varphi_n / dt^3$ определяется следующими зависимостями:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varphi}_n &= \Pi'_n(\varphi_1)\dot{\varphi}_1; \\ \ddot{\varphi}_n &= \Pi''_n(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 + \Pi'_n(\varphi_1)\ddot{\varphi}_1; \\ \ddot{\varphi}_n &= \Pi'''_n(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^3 + 3\Pi''_n(\varphi_1)\dot{\varphi}_1\ddot{\varphi}_1 + \Pi'_n(\varphi_1)\ddot{\varphi}_1. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Структура выражений (2) свидетельствует о том, что при использовании передаточных функций имеет место четкое разделение геометрических и кинематических характеристик, описывающих движение рассматриваемого звена механизма. В частном случае, в зубчатых механизмах с постоянным передаточным отношением функция положения линейна. Как следует из зависимостей (2), в этом случае $\dot{\varphi}_n = \Pi'_n\dot{\varphi}_1$; $\ddot{\varphi}_n = \Pi'_n\ddot{\varphi}_1$; $\ddot{\varphi}_n = \Pi'_n\ddot{\varphi}_1$, причем коэффициентом пропорциональности здесь служит первая передаточная функция. Если к тому же входное звено движется с постоянной скоростью $\dot{\varphi}_1 = \text{const}$, то и выходное звено будет перемещаться равномерно. Следовательно, возникновение инерционных нагрузок в подобных механизмах возможно только за счет нарушения условий $\dot{\varphi}_1 = \text{const}$ или $\Pi'_n = \text{const}$ из-за ошибок при изготовлении и других погрешностей.

При нелинейной функции положения, свойственной так называемым цикловым механизмам – кулачковым, рычажным, шаговым и т.п., динамические условия работы оказываются более напряженными по сравнению с механизмами с линейной функцией положения. Даже в идеальном цикловом механизме в силу $\ddot{\varphi}_n \neq 0$ возникают инерционные нагрузки, причем нередко, – весьма значительные. Кроме того, возникает силовая связь между ведущим и ведомым звеньями. Если, например, на ведомом звене n приложена сила F , которая на ведущем звене уравнивается моментом M , то в силу равенства работ на возможных перемещениях $M = \Pi'_n(\varphi_1)F$.

Очевидно, что при $\Pi'_n \neq \text{const}$ даже постоянная сила F приводит к возникновению на входном звене переменного момента, способного возбуждать вынужденные колебания привода. Приведенные зависимости свидетельствуют о том, что геометрические характеристики существенно влияют на динамику механизма. Поэтому экстремальные значения функций $|\Pi'|_{\max}$, $|\Pi''|_{\max}$, $|\Pi'\Pi''|_{\max}$ могут быть использованы в качестве простейших динамических критериев, с помощью которых производится сопоставление различных законов движения, а также синтез новых законов, обладающих в определенном смысле оптимальными свойствами. Для контроля за пульсацией инерционных нагрузок на ведомом и ведущем звеньях могут быть использованы критерии

$$K_1 = \Pi''_{\max} + \xi_1 |\Pi''_{\min}|; K_2 = (\Pi'\Pi'')_{\max} + \xi_2 |(\Pi'\Pi'')_{\min}|. \quad (3)$$

Здесь ξ_1 и ξ_2 – некоторые весовые коэффициенты, с помощью которых можно отразить степень важности положительной и отрицательной составляющих.

Вопросы, связанные с определением геометрических характеристик механизмов, освещены во многих монографиях и учебных пособиях. Здесь лишь подчеркнем, что по способу формирования геометрических характеристик механизмы можно разделить на две группы: механизмы дискретного синтеза и функционального синтеза. К *первой группе* относят механизмы типа рычажных, у которых при синтезе определению подлежит лишь конечное число параметров. Геометрические характеристики таких механизмов, по существу заложены в их схеме, и поэтому рациональным выбором параметров можно лишь приблизиться к заданной функции положения. Ко *второй группе* относятся механизмы типа кулачковых, в которых профилированием рабочих поверхностей можно непосредственно реализовать заданную функцию положения. Это во многих случаях существенно расширяет возможности учета динамических факторов при синтезе подобных механизмов. Приведенные критерии, основанные на геометрических представлениях, носят ограниченный характер и не могут исчерпать динамическую задачу. Тем не менее, их использование оказывается весьма полезным, особенно при анализе вынужденных и параметрических колебаний.

Независимо от специфических требований, предъявляемых к цикловому механизму, а также его функционального назначения в конкретной машине, он должен удовлетворять ряду общих динамических условий. Чаще всего – это требование плавности движения, включающее возможность нарушения непрерывности функции положения Π и первой геометрической передаточной функции Π' . При этом достаточно общей оказывается трехпериодная структура интервала движения, при которой перемещение выходного звена в одном направлении (прямой или обратный ход) рассматривается как совокупность трех участков: разбега, равномерного движения 2 и выбега 3. Проекции боковых сторон, в безразмерной форме представленные на рис.1, определяются параметрами s , которыми можно управлять геометрическим законом программного движения [4, 5].

Динамический синтез. Динамический синтез механизма относится к числу наиболее важных и трудных задач, встречающихся при проектировании машинных агрегатов. В этом отношении особо следует выделить первую предварительную стадию синтеза, когда в широком диапазоне варьируются компоновочные, кинематические и динамические параметры проектируемого механизма. Известно, что именно эта стадия синтеза, в которой до сих пор иногда преобладает интуитивный подход, существенным образом сказывается не только на сроках проектирования, но и во многом определяет техническое

совершенство опытного образца машины, а также объем дополнительных затрат, потребных при подготовке машины к серийному выпуску.

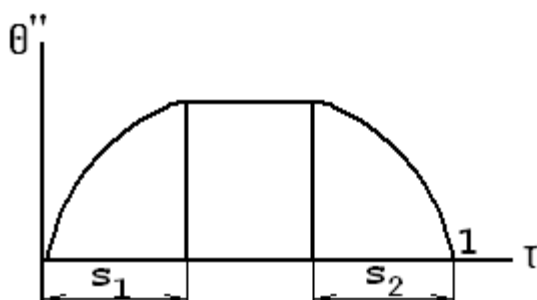


Рис. 1. График модифицированной трапеции.

На рис. 2 представлена типовая динамическая модель привода, которой мы здесь воспользуемся для выявления эффектов и инженерных рекомендаций при совместном учете геометрических и частотных характеристик. Для большей наглядности при исследовании ограничимся анализом системы с одной степенью свободы, принимая $c_1 = \infty$.

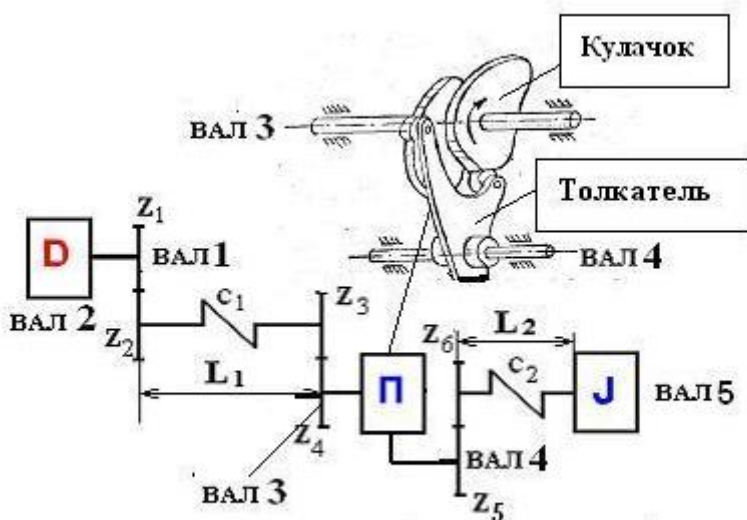


Рис.2. Динамическая модель

Независимо от специфических требований, предъявляемых к цикловому механизму и его функционального назначения в конкретной машине, он должен удовлетворять ряду общих динамических условий. Чаще всего это требование плавности движения, исключающее возможность нарушения непрерывности функции положения Π и первой геометрической передаточной функции Π' . При этом достаточно общей оказывается трёхпериодная структура интервала движения, при которой перемещение выходного звена в одном направлении (прямой или обратный ход) рассматривается как совокупность трёх участков (рис. 3): разбега 1, равномерного движения 2 и выбега 3.

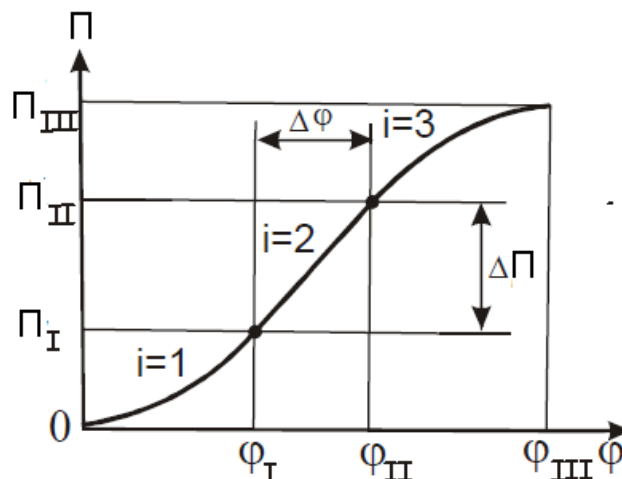


Рис.3. Трехпериодная структура движения рабочего органа.

При синтезе законов движения целесообразно воспользоваться аппаратом безразмерных характеристик. Введём в рассмотрение следующие функции:

$$\frac{\varphi}{\varphi_I} = \tau_1; \quad \frac{\Pi}{\Pi_I} = \theta_1(\tau_1) \quad \text{при } \varphi \in [0, \varphi_I];$$

$$\frac{\varphi_{III} - \varphi}{\varphi_{III} - \varphi_{II}} = \tau_3; \quad \frac{\Pi_{III} - \Pi}{\Pi_{III} - \Pi_{II}} = \theta_3(\tau_3) \quad \text{при } \varphi \in [\varphi_{II}, \varphi_{III}].$$

(4)

При этом $\tau_1 = 0$, $\theta_1 = 0$ при $\varphi = 0$; $\tau_1 = 1$, $\theta_1 = 1$ при $\varphi = \varphi_I$; $\tau_3 = 1$, $\theta_3 = 1$ при $\varphi = \varphi_{III}$; $\tau_3 = 0$, $\theta_3 = 0$ при $\varphi = \varphi_{II}$. Графики безразмерных характеристик $\theta_1(\tau_1)$ и $\theta_3(\tau_3)$ вписываются в квадрат со сторонами равными единице. Если на разбеге и выбеге принят один и тот же тип закона движения, то функции θ_1 и θ_3 совпадают. Функции положения и геометрические передаточные функции, выраженные через безразмерные характеристики, приведены в табл.1.

Далее сопоставим результаты анализа при учете геометрических данных и при рациональном совместном учете геометрических и динамических характеристик (рис. 4). При этом кривые 1 соответствуют функции положения Π , кривые 2 – первой передаточной функции, пропорциональной скорости, кривые 3 – второй передаточной функции, пропорциональной ускорению.

Пусть $N=10$, где N – отношение собственной частоты к угловой скорости двигателя. На рис. 4,а сопоставим максимальные значения ускорений при корректировании геометрических характеристик. При наиболее рациональной коррекции максимум ускорений свыше трех раз превышает заданный закон движения. На рис. 4,б показан результат при $N=30$, что достигается повышением собственной частоты за счет роста коэффициента жесткости. Разумеется, уменьшение массы в данном случае обычно не представляется целесообразным. В этом случае максимальное значение ускорений уменьшается до 1,2 раза. Если повторно произвести геометрическую коррекцию (рис. 4,в), то полученный результат практически совпадает с заданным законом движения.

Таблица 1

Функции и константы	$0 \leq \tau \leq s_1$	$s_1 \leq \tau \leq 1-s_2$	$1-s_2 \leq \tau \leq 1$
θ	$\frac{2s_1}{\pi} \theta_{\max}'' \left(\tau - \frac{2s_1}{\pi} \sin \frac{\pi\tau}{2s_1} \right)$	$\theta_{\max}'' \left[\frac{\tau^2}{2} - s_1 \tau \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) + s_1^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \right) \right]$	$\theta_{\max}'' \left\{ \frac{4s_2^2}{\pi^2} \left[1 - \sin \frac{\pi(1-\tau)}{2s_2} \right] + b_1(\tau_1 - 1 + s_2) + b_2 \right\}$
θ'	$\frac{2s_1}{\pi} \theta_{\max}'' \left(1 - \cos \frac{\pi\tau}{2s_1} \right)$	$\theta_{\max}'' \left[\tau - s_1 \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \right]$	$\theta_{\max}'' \left[b_1 + \frac{2s_2}{\pi} \cos \frac{\pi(1-\tau)}{2s_2} \right]$
θ''	$\theta_{\max}'' \sin \frac{\pi\tau}{2s_1}$	θ_{\max}''	$\theta_{\max}'' \sin \frac{\pi(1-\tau)}{2s_2}$
$\theta'_{\max}; \theta''_{\max}$	$\theta'_{\max} = \frac{\pi(2s_2 + b_1\pi)}{4s_2^2 + \pi^2(b_1s_2 + b_2)}; \quad \theta''_{\max} = \frac{\pi^2}{4s_2^2 + \pi^2(b_1s_2 + b_2)};$		
$(\theta'\theta'')_{\max}$	$(\theta'\theta'')_{\max} = (\theta''_{\max})^2 \sqrt{1-b_3^2} \left[\frac{2s_2}{\pi} b_3 + b_1 \right];$		
$b_1; b_2$	$b_1 = 1 - s_2 - s_1 \left(1 - \frac{2}{\pi} \right); \quad b_2 = (1-s_2) \left(\frac{1}{2} - \frac{s_2}{2} - s_1 + \frac{2s_1}{\pi} \right) + s_1^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \right);$		
b_3	$b_3 = \frac{1}{4} \left(-\frac{\pi}{2s_2} b_1 + \sqrt{\frac{\pi^2}{4s_2^2} b_1^2 + 8} \right).$		

Для выявления качественных особенностей возникающих при этом эффектов, в рамках данной статьи для модели 1 ниже воспользуемся компьютерным моделированием на базе системы дифференциальных уравнений, объединяющей механические и электромеханические характеристики системы [3, 4, 5]

$$\left. \begin{aligned} \Delta\omega' + (\Delta M + \Delta M' \tau \Omega^i u) \Omega_{\bar{\Delta}0} (1-s_0) v_{\bar{\Delta}} &= 0; \\ [1 + 0,5\bar{p}_0(1 - \cos 2\varphi)] \Delta\omega' \Omega^i u^{-1} + 0,5\bar{p}_0 u^{-1} \sin 2\varphi (\Omega^i + \Delta\omega)^2 - \Delta\omega J_0^{-1} &= r \cos \varphi; \\ \Omega^i \Delta\varphi - \Delta\omega &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где \bar{p}_0 – среднеквадратичное значение переменной собственной частоты $p_0(\varphi)$.

На основании решения системы уравнений (5) на рис.5,а показаны графики относительных отклонений угловой скорости $\Delta\omega/\omega$ и соответствующие фазовые сдвиги углов поворота входного звена $\Delta\varphi$.

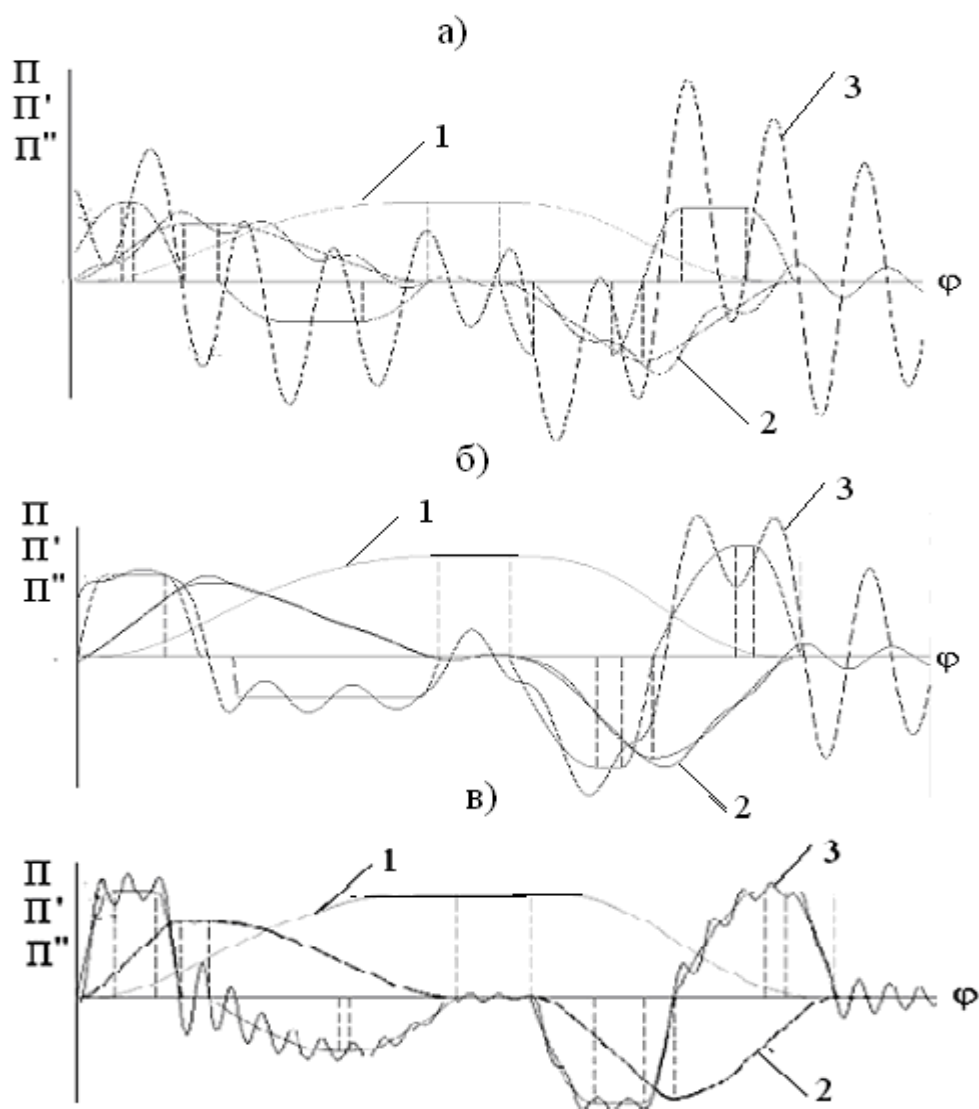


Рис. 4. Нарушения идеальных законов движения и их оптимизация.

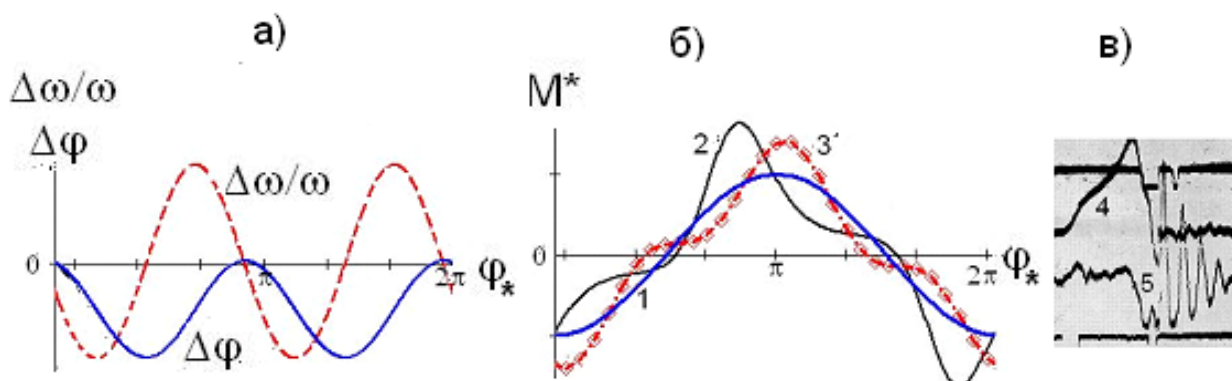


Рис.5. Искажения динамических характеристик при учете переменной скорости двигателя: 1– $\omega = \text{const}$; 2– $\tau = 0$; 3– $\tau \neq 0$; 4–скорость; 5– ускорение

На графиках наглядно видно уменьшение скорости на участках разбега прямого и обратного хода, рост скорости на участках торможения, а также соответствующие этим участкам фазовые сдвиги. При этом приходится сталкиваться с эффектом, когда аргумент геометрических характеристик циклового механизма φ из-за $\omega \neq \text{const}$ существенно отличается от линейной функции $\varphi = \omega t$, что может привести к значительным искажениям программного движения и изменению момента на двигателе. На рис. 5,б показана трансформация момента M^* , возникающая из-за этих искажений при учете статической и динамической характеристик двигателя. Представляет интерес смягчающий эффект проявления динамической характеристики по сравнению со статической. Последнее связано с влиянием электромагнитной постоянной времени τ , подавляющей резкие изменения динамических нагрузок.

На рис. 5,в приведена осциллограмма кинематических характеристик выходного звена, полученная на экспериментальной установке кулачкового механизма при исходном симметричном законе программного движения. На разбеге толкателя из-за больших инерционных нагрузок угловая скорость двигателя существенно снизилась, что привело к значительным искажениям заданного закона движения, а именно, к увеличению участка разбега и, соответственно, – к сокращению участка выбега. В результате – по сравнению с полученными результатами не только возросли ускорения на выбеге, но и возникли виброударные режимы на участке последующего за ним выстоя.

Заключение. В данной статье отражен современный подход к решению задач динамики машин, учитывающий влияние колебательных процессов на точность воспроизведения заданных законов движения.

Список литературы

1. Колчин Н.И. Механика машин. - М., Л.: 1962. -Т.1.–550 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. - М.: 1975.– 640 с.
3. Коловский М.З. Динамика машин.– Л.: Машиностроение, 1989.– 289 с.
4. Механика машин: учеб. пособие для втузов / И.И. Вульфсон, М.З. Коловский и др.; под ред. Р.А. Смирнова.– М.: Высш.Шк., 1996.–511 с.
5. Вульфсон И.И. Динамика машин. Колебания. - М.: Юрайт, 2017.– 274 с.

Дата поступления: 3 марта 2020 г.