

УДК 534.1

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИБРАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ В СИСТЕМАХ СО МНОЖЕСТВЕННЫМИ СОУДАРЕНИЯМИ

Виталий Львович Крупенин, Николай Алексеевич Андрианов

Институт машиноведения им. А.А.Благонравова РАН, Москва, Россия

krupeninster@gmail.com

Аннотация. В работе вибрационные поля в системах со множественными соударениями моделируются при помощи решетчатых конструкций. Изложены результаты теоретического и экспериментального исследования струнных решетчатых конструкций – пересекающихся струн с массивными узлами. Более подробно рассмотрены решетки с треугольными (центрированными гексагональными) ячейками. Струнные решетки оказываются естественным 2D-расширением классической модели – натянутой струны с бусинами, которая сыграла в теории колебаний принципиальную роль.

Ключевые слова: виброударная система, удар, струнная решётка, динамические эффекты.

Работа выполнена за счет гранта РФФИ (проект № 19-19-00065).

MODELING VIBRATION FIELDS IN SYSTEMS WITH MULTIPLE COLLISIONS

© N.A. Andrianov, V.L. Krupenin

IMASH RAN, Moscow, Russia

krupeninster@gmail.com

Abstract. In this work, vibration fields in systems with multiple collisions are modeled using lattice structures. The results of theoretical and experimental research of string lattice structures - intersecting strings with massive nodes are presented. Lattices with triangular (centered hexagonal) cells are considered in more detail. String lattices turn out to be a natural 2D extension of the classical model - a stretched string with beads, which played a fundamental role in the theory of oscillations.

Keywords: vibroimpact system, impact, string lattice, dynamic effects.

This work was supported by a grant from the Russian Science Foundation (No. 19-19-00065).

Введение. В представляемой работе системы со множественными соударениями моделируются при помощи решетчатых конструкций, вибрирующих вблизи ограничителей хода. Примеры рассмотрения подобных моделей других типов можно найти в статьях [1, 2]. Решетчатые конструкции широко распространены в авиа- и судостроении, во многих других отраслях современного машиностроения и строительстве. Важный подкласс таких систем – плоские (2D-) решётки. Они определяют конструкции ряда горных, просеивающих и сортировочных машин, с их помощью проводится моделирование многочисленных 2D-объектов – мембран, пластин, панелей, строительных конструкций. Кроме того, при их посредстве могут анализироваться волны в метаматериалах, композитных материалах с периодическим армированием, кристаллах, а также наноструктурированных поверхностных и приповерхностных слоях конструкционных материалов. И так далее.

Вместе с тем динамический анализ решетчатых конструкций по ряду причин не получил необходимого распространения, а работы, касающиеся динамики решетчатых конструкций с учетом соударений их узлов достаточно редки.

Динамическое поведение плоских решёток существенно зависит от их структурных особенностей, в частности от типов ячеек решёток. В этом докладе рассмотрены, в основном, задачи динамики струнных решёток с треугольными (центрированными гексагональными) и прямоугольными (по большей части - квадратными) ячейками. Приведены уравнения движения для дискретных и континуальных моделей, даны результаты подробного анализа ряда задач и описаны характерные динамические явления.

Базовые модели

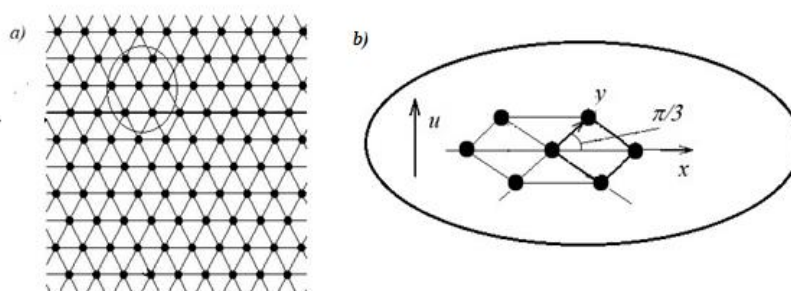


Рис.1. Решетка с треугольными ячейками

Основные (базовые) модели, рассматриваемые ниже, показаны на рис. 1 и рис. 2.

Уравнения движения для системы рис. 1. в предположении, что к каждому узлу (k, q) приложена сила $g_{kq}(d/dt; t, u_{kq})$, возможно, учитывающая столкновения с ограничителями, имеют вид:

$$m\ddot{u}_{kq} + c(6u_{kq} - u_{(k-1,q)} - u_{(k+1,q)} - u_{(k,q-1)} - u_{(k,q+1)} - u_{(k-1,q-1)} - u_{(k+1,q+1)}) = g_{kq}(d/dt; t, u_{kq}), \quad c > 0. \quad (1)$$

Здесь u_{kq} - перемещения узлов в плоскостях перпендикулярных положению равновесия решетки. Это уравнение содержит обобщенные функции, если рассматриваются виброударные режимы движения.

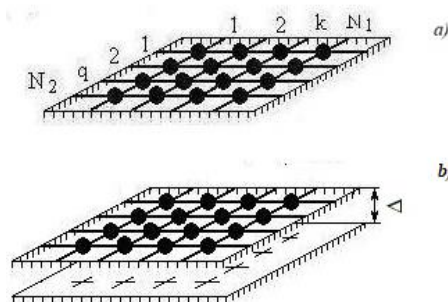


Рис.2. Решетка с квадратными ячейками: *a)*-ограничители отсутствуют; *b)*-система с зазором.

Аналогично для моделей Рис.2:

$$m\ddot{u}_{kq} + c(4u_{kq} - u_{(k-1,q)} - u_{(k+1,q)} - u_{(k,q-1)} - u_{(k,q+1)}) = g_{kq} \left(\frac{d}{dt}; t, u_{kq} \right), \quad c > 0. \quad (2)$$

Соответствующие (1) и (2) континуальные модели могут быть приведены к виду:

$$\rho u_{tt} - c[u_{xx}(x, y, t) + u_{yy}(x, y, t)] = g_0[x, y; \frac{\partial}{\partial t}; t, u(x, y, t)]; \quad (3)$$

$$\rho u_{tt} - c[u_{xx}(x, y, t) + u_{yy}(x, y, t)] = g_0[x, y; \frac{\partial}{\partial t}; t, u(x, y, t)]; \quad (4)$$

Динамические эффекты. При помощи моделей (1)-(4) были исследованы частные задачи. Были использованы аналитические методы частотно-временного анализа [3] и современные численные методы. По большей части рассматривались задачи, связанные с уравнениями (2) и (4).

Были изучены безударные колебания решёток разных размерностей и описаны собственные формы колебаний при разных типах граничных условий [4]. Построены семейства операторов динамической податливости и периодических функций Грина (ПФГ), необходимых для решения задачи о вынужденных колебаниях, а также для исследования периодических виброударных процессов в соответствующих системах, снабженных ограничителями.

Показано, что среди периодических режимов движения существуют синхронные режимы (названные ранее «хлопки»), при реализации которых все узлы решеток одновременно взаимодействуют с ограничителем. При реализации хлопков проявляются нелинейные резонансные эффекты, свойственные простейшей виброударной системе с одной степенью свободы («ударный осциллятор» [3]).

После прохождения первой собственной частоты линейных колебаний при увеличении частоты возбуждения амплитуда нарастает (при этом нарастают и силы удара), вплоть до срывов колебаний.

Это явление называют затягиванием по частоте, оно свойственно классическому ударному осциллятору и хлопку в одномерных цепочках и струнах.

Если стремиться к частотам срыва – амплитуды и силы удара стремятся к максимально возможным. При прохождении частотного диапазона после срыва в сторону уменьшения, получить хлопки можно только приданием элементам решеткам некоторого запускающего воздействие (эффект жесткого запуска) или после существенного возврата частоты ближе к значению линейного резонанса. При плавном увеличении величины зазора хлопок сохраняется, однако его амплитуда – возрастает. Это явление называется затягиванием по амплитуде.

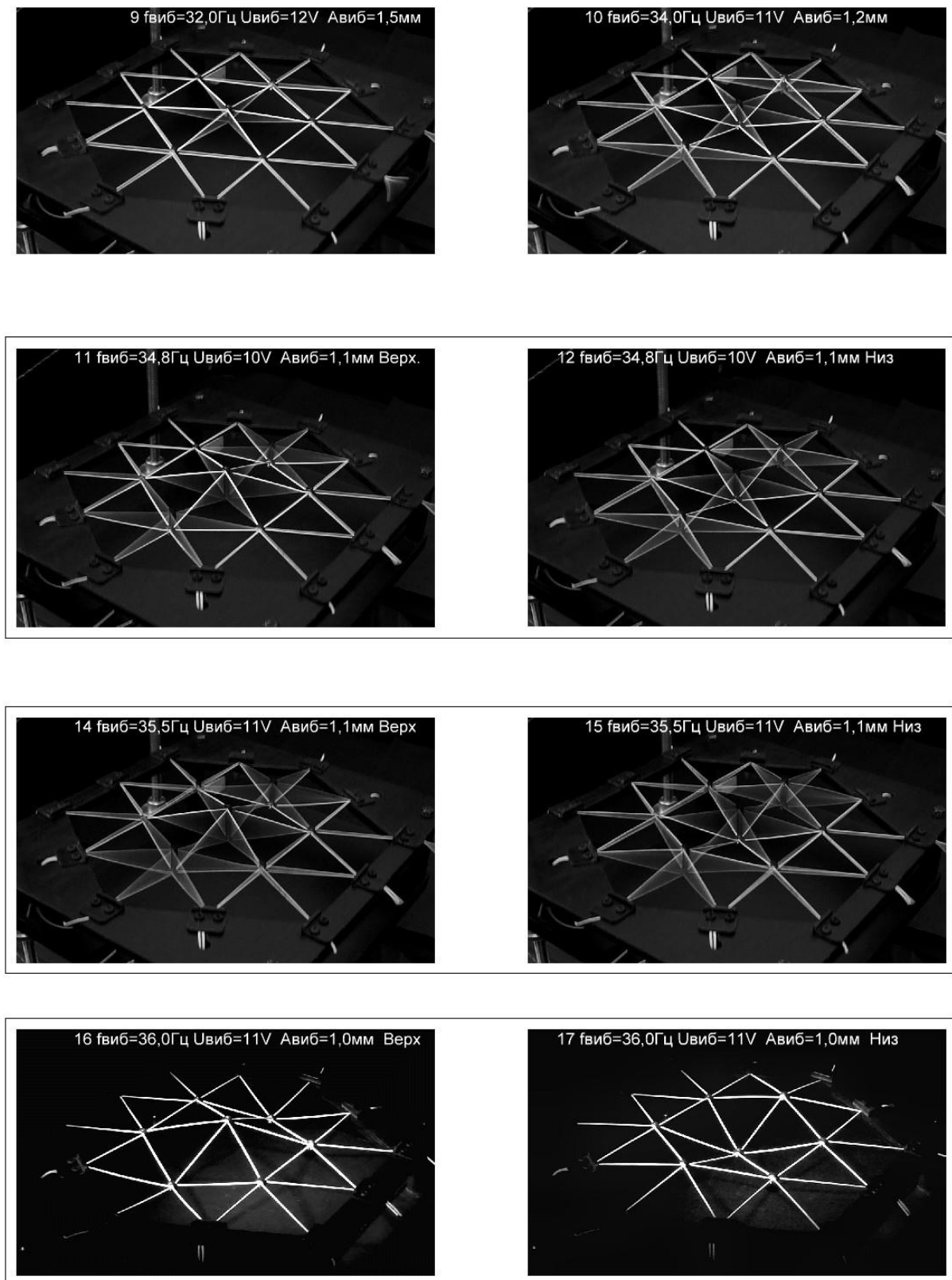


Рис.3 Примеры профилей решётки с треугольными ячейками при разной частоте возбуждения вибратора

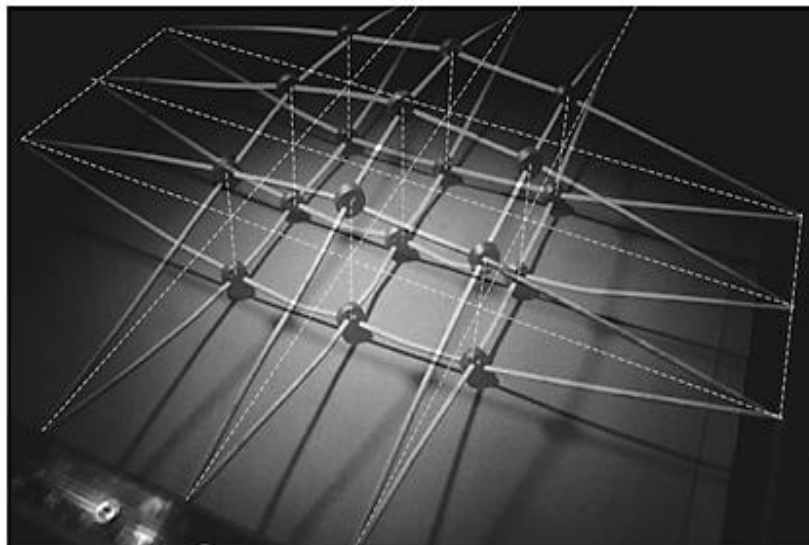


Рис.4. Эволюция профиля решётки с квадратными ячейками

Экспериментальные данные. Струнные решётки рассматриваемых видов изучались экспериментально на установках «Аллигатор-Квадрат» и «Аллигатор-Гексо» [5].

Для примера на рис. 3 показан профиль стоячей волны решётки с треугольными ячейками; на рис. 4, – эволюция профиля решетки 3×3 с квадратными ячейками при совмещении кадров.

Колебания происходят внутри поверхности усеченного октаэдра. Описанные выше резонансные эффекты были обнаружены экспериментально.

Заключение. Отметим в заключение, что при изменении параметров решёток возможно качественное изменение характера стоячих волн. Были исследованы стоячие волны в решетках с более широкими ячейками, чем в решетках, описанных выше. Эффект образования периодических стоячих волн - хлопков с синхронными соударениями всех узлов трансформировался в эффект возникновения периодических режимов с более сложными профилями.

Рассматривалась решетка 3×3 . Вначале синхронно соударялись восемь периферийных узлов, а затем – центральный. При этом сохранялся ряд перечисленных выше свойств, характерных для нелинейных резонансных режимов. Эффект синхронности всех соударений переходил в синхронность достижения узлами решетки некоторых плоскостей, расположенных выше плоскости зазора.

Указанные результаты требуют дальнейшего подробного теоретического изучения, а также ряда уточнений, касающихся выяснению роли числа узлов, ширин пролётов и некоторых других факторов, способных повлиять на динамику струнных решеток, находящихся в виброударных режимах.

Список литературы

1. Крупенин В.Л. К анализу неньютоновских виброударных процессов в трубных конструкциях и системах с параллельными ударными парами // Вестник научно-технического развития. - 2015. - №11. - С.44—59.
2. Крупенин В.Л. Об описании сильно нелинейных вибропроводящих и

- виброгенерирующих сред // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2016. - № 4. С. 9-19
3. Бабицкий В.И., Крупенин В.Л. Колебания в сильно нелинейных системах. - М.: Наука, 1985. - 320 с.
 4. Нагаев Р.Ф., Ходжаев К.Ш. Колебания механических систем с периодической структурой. - Ташкент: ФАН, 1973. - 272 с.
 5. Astashev V.K., Krupenin V.L., Andrianov N.A. Vibro-Impact Effects in Limited Vibrations of String Lattices with Massive Nodes. (2018) *Doklady Physics*, 480 (6).

Дата поступления: 1 декабря 2019 г.