

УДК 534.015

О ГАШЕНИИ КОЛЕБАНИЙ ПОСРЕДСТВОМ СИСТЕМЫ С БОЛЬШИМ ЧИСЛОМ СВОБОДНЫХ СОУДАРЯЮЩИХСЯ МАГНИТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Юрий Михайлович Замурагин², Александр Михайлович Гуськов^{1,2},
Виталий Львович Крупенин¹

¹ ИМАШ им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

² МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

zamuraagin@yandex.ru

***Аннотация.** Рассмотрен процесс вибрационного гашения колебаний сосредоточенного тела посредством динамического ударного виброгасителя, содержащего систему последовательных ударных пар, в которых соударяющиеся элементы представляют собой магниты. Рассмотрено влияние выбора проектируемых параметров виброгасителя на колебания тела. Описаны особенности настройки системы в режим широкой полосы виброгашения.*

***Ключевые слова:** динамическое гашение колебаний, магнитная ударная пара, последовательные ударные пары, сила ударного взаимодействия.*

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №19-19-00065).

ABOUT VIBRATION DAMPING USING SYSTEM WITH A LARGE NUMBER OF FREE COLLISING MAGNETIC ELEMENTS

© Y.M. Zamuragin², A.M. Gouskov^{1,2}, V.L. Krupenin¹

¹IMASH RAN, Moscow, Russia

²Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

zamuraagin@yandex.ru

***Abstract.** The body vibration damping process with a dynamic shock vibration damper containing a system of successive shock pairs in which the colliding elements are magnets is considered. The projected parameters effect of the vibration damper on the body oscillations is considered. The features of setting up the system in the mode of wide band vibration damping are described.*

***Key words:** impact vibration damping, magnetic impact pair, series impact pair, impact interaction force.*

***Acknowledgements.** The Russian Science Foundation supported the work (project №19-19-00065).*

Введение. Создание современных высокопроизводительных машин и скоростных транспортных средств, форсированных по мощностям, нагрузкам и другим определяющим рабочим характеристикам, неизбежно приводит к увеличению интенсивности и расширению спектров генерируемых вибрационных и виброакустических полей, вызывающих нежелательную вибрацию, появление которой, приводит к нарушению правильного функционирования систем. В таком случае важное значение приобретают, в частности, методы и средства уменьшения действующей вибрации, снижения виброактивности механизмов и машинных агрегатов [1].

Метод динамического гашения колебаний состоит в присоединении к объекту виброзащиты дополнительных устройств с целью изменения его вибрационного состояния в определенном частотном диапазоне внешнего воздействия [1-2]. В настоящей работе рассмотрена проблема использования многомассной системы с магнитными элементами в качестве динамического виброгасителя и проведено изучение динамики всей системы.

Динамический ударный гаситель колебаний с одной ударной парой рассматривался в работах [1, 5-Ошибка! Источник ссылки не найден.]. Вопросы, связанные с использованием магнитных элементов (элемент, состоящий из магнитоэологической жидкости) для уменьшения вибрации рассмотрены в [6]. Магнитный элемент в данной работе представлен демпфирующим звеном, коэффициент демпфирования которого, зависит от внешнего магнитного поля, действующего на элемент [7].

В настоящей работе рассматривается система со многими последовательными ударными парами, в состав которых входят магнитные элементы. Основы теории виброударных систем подобной структуры были заложены в работах [8, 9]. Одномерные цепочки разных структур изучались, в частности, в работах [10-13]. При этом в работах [10, 11] были рассмотрены цепочки, содержащие большое число ударных пар.

В результате проведенного исследования и численного моделирования выявлен ряд существенных обстоятельств. В частности, показана возможность осуществления настройки виброгасителя, путём регулирования расстояния между элементами в состоянии покоя. Такая настройка обеспечивает эффективное гашение колебаний демпфируемого тела в необходимом диапазоне частот.

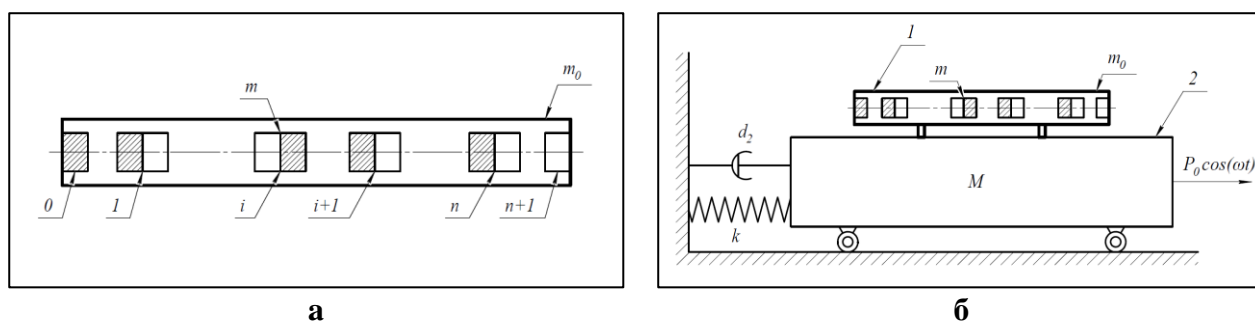


Рис. 1. а) Механическая модель виброгасителя; б) Механическая модель тела, с установленным на нём виброгасителем.

1. Постановка задачи. Устройство, применение которого в качестве динамического виброгасителя со многими ударными парами рассмотрено в данной работе, показано на Рис. 1а. Одинаковые магниты расположены внутри цилиндрической трубки. Магниты ориентированы друг к другу разноимёнными полюсами, т. е. между ними действуют силы отталкивания. Два крайних магнита жёстко закреплены на теле корпуса (трубки). Каждая пара соседних одноименных магнитных полюса создают упругую одностороннюю связь.

При их сближении, после преодоления силы отталкивания, возможны соударения. Данная система имеет n степеней свободы и n собственных частот. Подвижные элементы представляются абсолютно твердыми телами. В зависимости от уровня внешнего возбуждения, определяемого движением демпфируемого тела, ударные пары могут работать не одновременно. Наблюдаются различные возможные режимы работы такой динамической системы. При периодическом возбуждении основного тела могут возникать периодические движения без соударений. Так же возможны периодические движения с различной комбинацией числа ударных взаимодействий. При высоком уровне возбуждения могут наблюдаться сложные движения с множественными соударениями: учитывая ограниченный характер фазового пространства, движения могут носить квазипериодический и, по-видимому, хаотический характер. В настоящей работе дается численное моделирование динамики рассматриваемой системы.

2. Уравнения движения. Уравнение движения i -ого подвижного элемента в трубке, при гармоническом кинематическом воздействии $u(t) = B \cos(\omega t)$ на трубку, в которой находятся элементы, принимает следующий вид.

$$m \ddot{x}_i + d_1 \dot{x}_i = F_i - F_{i+1} + m B \omega^2 \cos \omega t, \quad i=1, \dots, n \quad (1)$$

где m – масса i -ого магнита,

$x_i, \dot{x}_i, \ddot{x}_i$ – смещение, скорость, ускорение i -ого магнита относительно положения равновесия, [м], [м/с], [м/с²],

d_1 – коэффициент трения, [кг/с],

F_i, F_{i+1} , – сила, действующая на i -ый магнит со стороны $(i-1)$ -ого и $(i+1)$ -ого магнитов соответственно, [Н],

B – амплитуда внешнего кинематического воздействия, [м],

ω – частота внешнего кинематического воздействия, [с⁻¹].

Зависимость от расстояния отталкивающей магниты силы принимается в следующем виде (подробнее см. **Примечание**)

$$F_i = F(z_i) = F_0 z_i / (1 + z_i^2)^\beta, \quad z_i = X_i / a, \quad X_i = A + x_i - x_{i-1} \quad (2)$$

где A – расстояние между магнитами в состоянии покоя, [м],

$F_0, [Н], a, [м], \beta, [1]$ – параметры магнита, определяемые экспериментально или аналитически.

Для приведения математической модели (1), (2) к безразмерному виду в качестве линейного масштаба $X_*, [м]$ и масштаба времени $T_*, [с]$ выберем $X_* = a, T_* = \sqrt{ma/F_0}$. Введем следующие безразмерные комплексы $\alpha, \gamma, \nu, \zeta$ и переменные ξ, τ :

$$\alpha = A/X_*, \quad \gamma = B/X_*, \quad \nu = \omega T_*, \quad \zeta_1 = T_* d_1 / 2m, \quad \zeta_2 = T_* d_2 / 2m, \quad \xi = x/X_*, \quad \tau = t/T_*$$

Уравнения (1), (2) принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_i + 2\zeta \dot{\xi}_i &= \Phi_i - \Phi_{i+1} + \gamma \nu^2 \cos \nu \tau, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \Phi_i &= \Phi(\xi_i, \xi_{i-1}) = z_i / (1 + z_i^2)^\beta; \quad z_i = \alpha + \xi_i - \xi_{i-1}, \quad i = 2, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (3)$$

Также для удобства задания интервала интегрирования вводится безразмерный период внешнего воздействия T_0 следующим образом

$$T_0 = 2\pi \nu^{-1}$$

С учетом относительной неподвижности крайних магнитов для первого и последнего (n -ого) справедливы следующие выражения:

$$\Phi_1 = \Phi(\xi_1, 0) = (\alpha + \xi_1) / \left(1 + (\alpha + \xi_1)^2\right)^\beta$$

$$\Phi_{n+1} = \Phi(0, \xi_n) = (\alpha - \xi_n) / \left(1 + (\alpha - \xi_n)^2\right)^\beta$$

Систему из n уравнений вида (3) можно линеаризовать около положения равновесия (положение, в котором находятся магниты в отсутствие внешнего нагружения) и привести к матричному виду (4) и получить спектр собственных частот и собственные формы малых колебаний [13].

$$\mathbf{m}\ddot{\xi} + \mathbf{r}\xi = 0, \quad \xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots\}^T \quad (4)$$

где \mathbf{m} – матрица масс системы,

\mathbf{r} – матрица жёсткости системы,

ξ – вектор состояния системы.

Характеристики данной системы были рассмотрены в [15]. Была проведена оценка параметров, при которых возникают ударные режимы в системе.

Не составляет труда решить уравнение относительно начального расстояния между магнитами α , чтобы получить систему (динамический виброгаситель), где одна из собственных частот будет равна заданной. На Рис. 2 показана зависимость значений собственных частот от расстояния между магнитами в состоянии покоя. Для того, чтобы необходимая собственная частота системы равнялась частоте внешнего воздействия, необходимо найти на Рис. 2 пересечение линии 5 (частота внешнего возбуждения) и одной из собственных частот (кривые 1-4). За расстояние между магнитами в состоянии покоя принять соответствующее значение α .

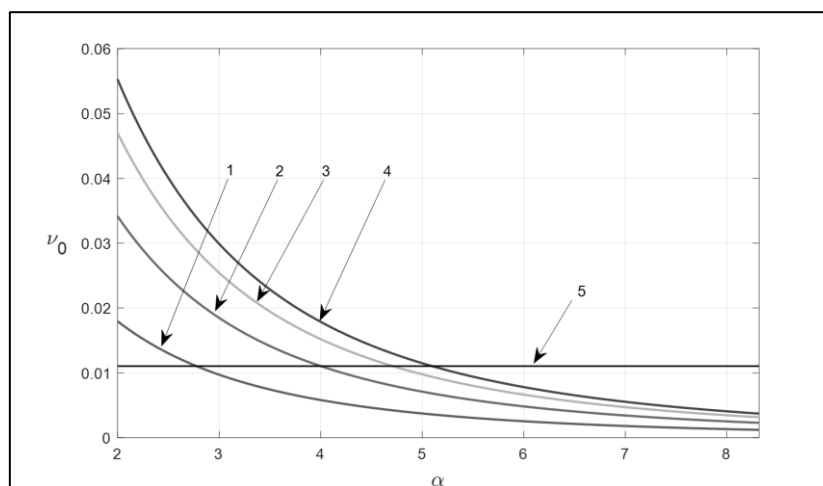


Рис. 2. Зависимость собственных частот от расстояния между магнитами в состоянии покоя для системы, состоящей из 4-ёх элементов (1-4 – номера собственных частот, 5 – частота внешнего воздействия)

Предлагается использовать описанное устройство в качестве динамического виброгасителя. Устройство устанавливается на демпфируемое тело массой M , колебания которого необходимо погасить. Механическая модель данной системы представлена на Рис. 16.

Система уравнений движения системы виброгаситель-демпфируемое тело принимает следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_1 (\ddot{\xi}_1 + \ddot{\xi}_{n+1}) + 2\zeta_1 \dot{\xi}_1 + \Phi_2 - \Phi_1 = 0 \\ \dots \\ \eta_i (\ddot{\xi}_i + \ddot{\xi}_{n+1}) + 2\zeta_i \dot{\xi}_i + \Phi_{i+1} - \Phi_i = 0, i=2, \dots, n-1 \\ \dots \\ \eta_n (\ddot{\xi}_n + \ddot{\xi}_{n+1}) + 2\zeta_n \dot{\xi}_n + \Phi_{n+1} - \Phi_n = 0 \\ \ddot{\xi}_{n+1} + \sum_{i=1}^n \eta_i \ddot{\xi}_i + 2\zeta_2 \dot{\xi}_{n+1} + \kappa \xi_{n+1} - \Pi(\tau) = 0 \end{array} \right. \quad (5)$$

где переменная ξ_{n+1} является перемещением демпфируемого тела. Здесь использованы также следующие обозначения:

$$\eta_i = m_i / \left(\sum_{j=1}^n m_j + M + m_0 \right), \quad \kappa = ka/F_0, \quad \Pi_0 = P_0/F_0$$

где m_0 – масса трубки, в которой находятся магниты,

m_i, m_j – масса i -го и j -ого магнитов,

n – количество магнитов в виброгасителе.

Для численного интегрирования система уравнений (5) приводится к матричному виду (6).

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{A}\mathbf{Y} + \mathbf{g}(\xi, t); \quad \mathbf{Y} = \{\xi^T, \dot{\xi}^T\}^T \quad (6)$$

Для описания взаимодействия элементов системы при ударе используется теория упругого удара Ньютона [14]. При соударении двух соседних элементов ($i-1$) и i их координаты и скорости преобразуются следующим образом в соответствии с [14]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_{i-1}^+ = \xi_{i-1}^- \\ \xi_i^+ = \xi_i^- \\ \dot{\xi}_{i-1}^+ = \frac{(m_{i-1} - rm_i) \dot{\xi}_{i-1}^- + m_i (1+r) \dot{\xi}_i^-}{m_{i-1} + m_i} \quad i = 2, \dots, n-1 \\ \dot{\xi}_i^+ = \frac{m_{i-1} (1+r) \dot{\xi}_{i-1}^- + (m_i - rm_{i-1}) \dot{\xi}_i^-}{m_{i-1} + m_i} \end{array} \right.$$

А также для магнитов $i=1$ и $i=n$, т.к. они соударяются с телом. Различие объясняется тем, что перемещения магнитов отсчитываются в подвижной системе координат (относительно движущегося тела, к которому прикреплено устройство), а координаты тела записываются в абсолютной, неподвижной системе координат.

$$\begin{cases} \xi_{n+1}^+ = \xi_{n+1}^- \\ \xi_i^+ = \xi_i^- \\ \dot{\xi}_{n+1}^+ = \dot{\xi}_{n+1}^- + \frac{m_i(1+r)\dot{\xi}_i^-}{M+m_i} & i=1, i=n \\ \dot{\xi}_i^+ = \frac{(m_i-rM)\dot{\xi}_i^-}{M+m_i} \end{cases}$$

Реализация движения при значениях параметров (7) представлена на Рис. 3 (магниты в виброгасителе) и Рис. 5 (тело с виброгасителем и без него).

$$\begin{aligned} n=4, \alpha=2.78, v_0=0.11, v=v_0, \mu=25.43, \zeta_1=4.78 \cdot 10^{-5}, \\ \zeta_2=4.78 \cdot 10^{-4}, r=0.95, \Pi_0=0.0226 \end{aligned} \quad (7)$$

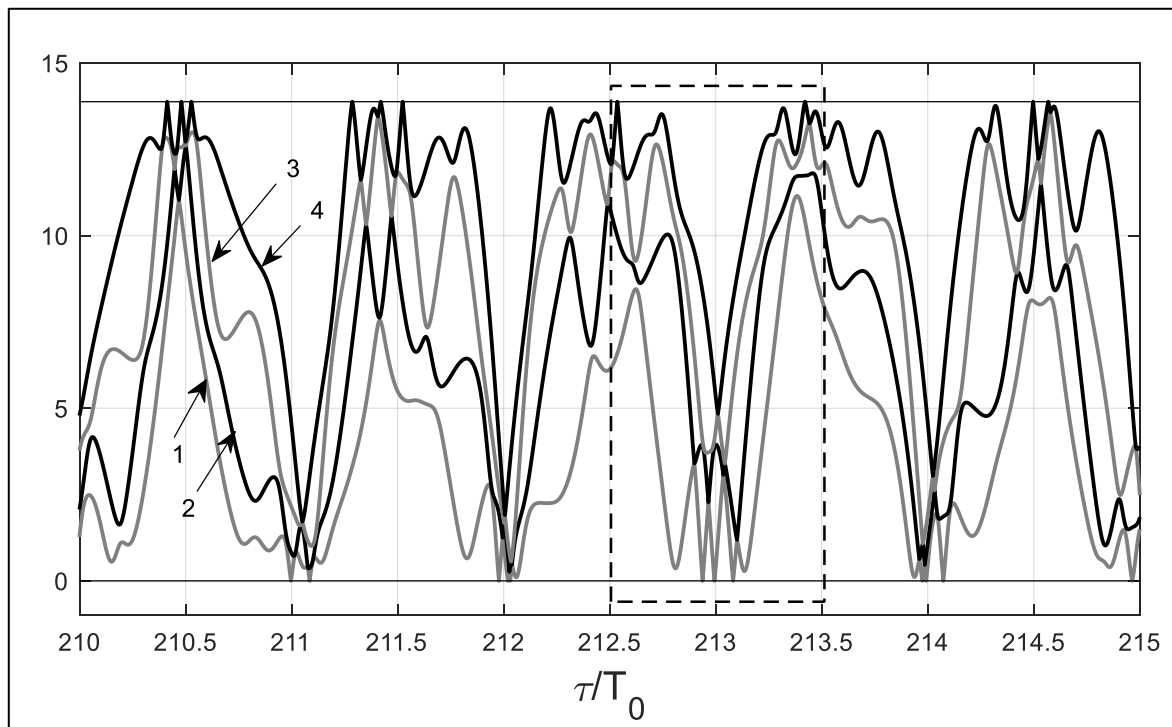


Рис. 3. Реализация движений магнитов в системе (числами указаны номера магнитов, которым соответствует закон движения)

На Рис. 4 жирными точками выделены моменты соударения между соседними магнитами в выделенной временной области из Рис. 3.

Из Рис. 5 видно, что колебания тела, с установленным динамическим виброгасителем, при данных параметрах уменьшились приблизительно в 10 раз по сравнению со случаем его отсутствия.

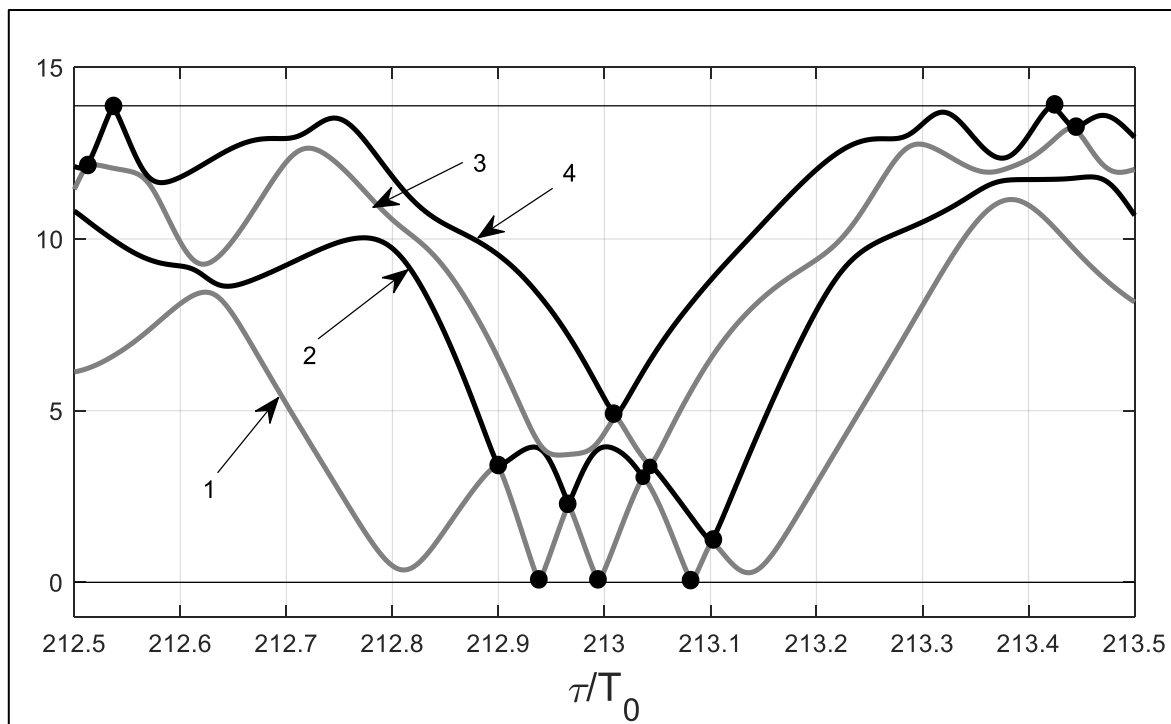


Рис. 4. Моменты соударения магнитов (числами указаны номера магнитов, которым соответствует закон движения, жирные точки – моменты соударения)

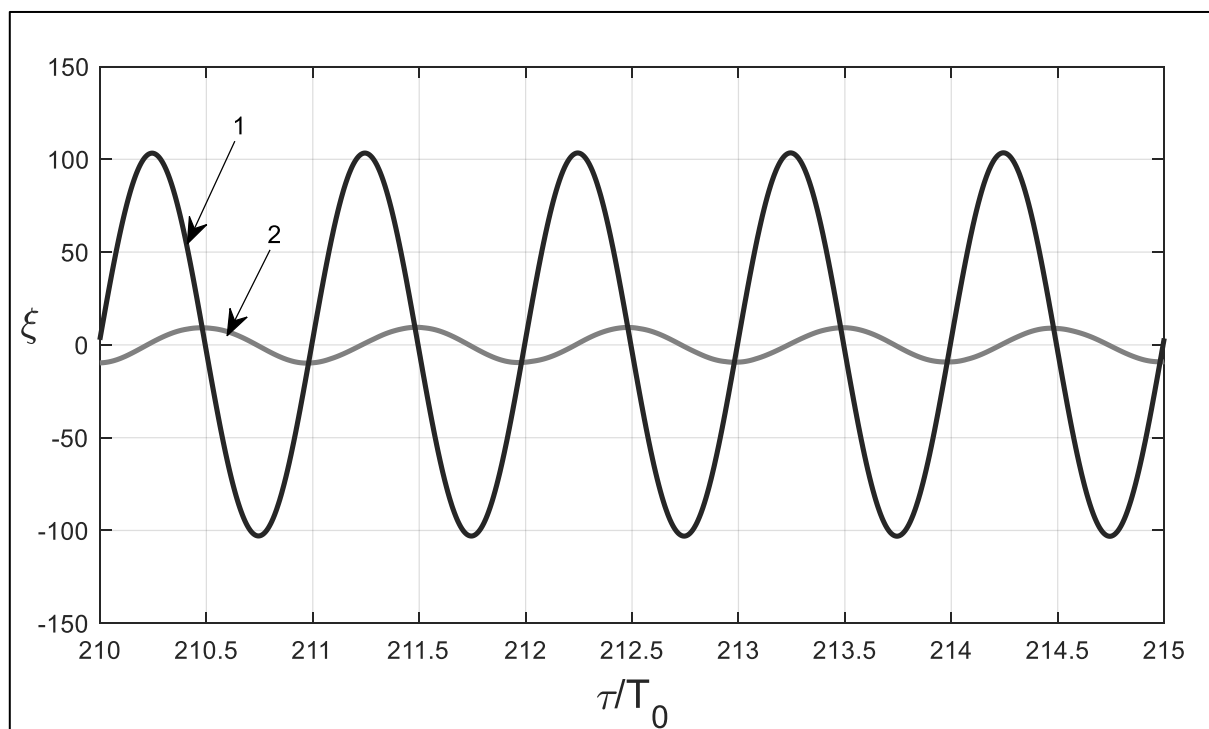


Рис. 5. Реализация движений тела с гасителем колебаний (2) и тела аналогичной массы без гасителя колебаний(1) на собственной частоте тела.

3. Амплитудно-частотная характеристика. Для оценки эффективности данного устройства как гасителя колебаний, целесообразно построить амплитудно-частотные характеристики двух тел. Первое тело массой M , с установленным на нём гасителем колебаний, массой M_1 , вычисленной по формуле (8). Второе тело будет иметь массу M_2 , которая будет аналогична полной массе тела с установленным на нём виброгасителем.

$$M_1 = m_0 + \sum_{j=1}^n m_j \quad (8)$$

Для сравнения представлены пять различных амплитудных характеристик для тела с установленным виброгасителем, состоящим из четырёх магнитов и тела без виброгасителя:

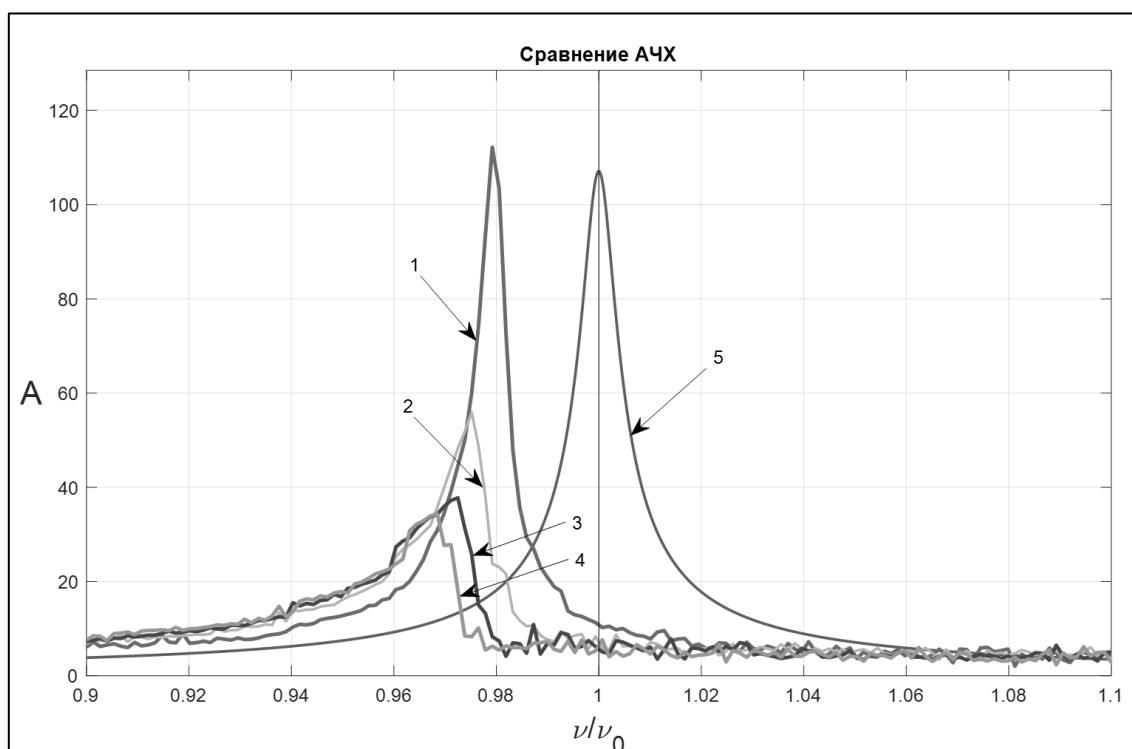


Рис. 6. Сравнение амплитудно-частотных характеристик

на Рис. 6 цифрами обозначено следующее:

- 1 – первая собственная частота устройства настроена на частоту внешнего воздействия
- 2 – вторая собственная частота устройства настроена на частоту внешнего воздействия
- 3 – третья собственная частота устройства настроена на частоту внешнего воздействия
- 4 – четвёртая собственная частота устройства настроена на частоту внешнего воздействия
- 5 – амплитудно-частотная характеристика тела без динамического виброгасителя.

Результаты, полученные при численном моделировании движения системы (Рис. 6), показывают, что при настройке второй, третьей или четвёртой собственных частот на частоту внешнего воздействия можно добиться эффективного гашения колебаний защищаемого тела в широком диапазоне частот. В частности, при $\nu_{(4)} \approx \nu_0$ в диапазоне $\nu \in [0.98, 1.1] \nu_0$ происходит практически полное гашение колебаний основного тела

Заключение. Использование предложенного устройства в качестве динамического виброгасителя колебаний эффективно уменьшает амплитуду колебаний демпфируемого тела. Для этого необходимо выполнить настройку на собственную частоту колебаний тела вторую, третью или четвёртую собственных частоту устройства.

Примечание. Аналитическая зависимость для магнитной характеристики найдена в соответствии с законом Био–Савара–Лапласа и законом взаимодействия контуров с током (подробнее см. [16]). Получено следующее выражение

$$F(X) = \frac{3}{2} \frac{\pi B_M^2 r^4 h^2 X}{\mu_0 (r^2 + X^2)^{5/2}}$$

где B_M – остаточная магнитная индукция материала,

r – радиус магнита, [м],

h – высота магнита, [м],

μ_0 – магнитная постоянная, [м · кг · с⁻² А⁻²]

X – расстояние между магнитами, [м].

Которое можно преобразовать к виду (9):

$$F(z) = \frac{F_0 z}{(1 + z^2)^{5/2}} \quad (9)$$

$$F_0 = \frac{3}{2} \frac{\pi B_M^2 h^2}{\mu_0} \quad z = \frac{X}{r}$$

Но лучшее соответствие с экспериментом для конкретных магнитов показывает следующая зависимость:

$$F(z) = \frac{F_0 (z - h/(2r))}{(1 + (z - h/(2r))^2)^3}$$

Она и была использована при численном моделировании установки.

Список литературы

1. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. Т. 6. Защита от вибрации и ударов/Под ред. К.В. Фролова. - М.: Машиностроение, 1995. - 456 с.
2. Encyclopedia of Vibration. Academic Press ISBN 978-0-12-227085-1, Editor-in-Chief - S. Braun, 2002, 1685 p.
3. Kobrinsky A.A. Mechanisms with Elastic Connections and Impact Systems. - Ilife Books Ltd., London, 1969.
4. Babitsky V.I. Ntheory of Vibro-Impact Systems and Applications. - Berlin-Heidelberg: Springer, 1998.
5. Timofeev G.A., Lyuminarskiy I.E., Lyuminarskiy S.E. To Calculation of Shock Vibration Suppressors of Unilateral Action. - Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering, 2019. - no. 1. - P. 90–100. DOI: 10.18698/0236-3941-2019-1-90-100.

6. Yancheng Li, Jiong Wang, Linfang “Nonlinear Characteristics of Magnetorheological Damper under Base Excitation” *NONLINEAR SCIENCE AND COMPLEXITY* (2007)
7. A. Spaggiari «Properties and applications of Magnetorheological fluids», *Frattura ed Integrità Strutturale*, 23 (2013) 57-61; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.23.06 Scilla 2012 - The Italian research on smart materials and MEMS
8. Кобринский А.А., Кобринский А.Е. Виброударные системы. - М.: Наука, 1973. - 592 с.
9. Nagaev R. F., Khodzhaev K. Sh., *Vibrations of Mechanical Systems with Periodic Structure*. Tashkent: FAN, 1973.
10. Крупенин В. Л., К теории сильно нелинейных вибропроводов // *Машиноведение*. – 1987. - №1. - С. 25-32.
11. Крупенин В.Л. Об описании сильно нелинейных вибропроводящих и виброгенерирующих сред // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. - 2016. - №4. - С. 9-19.
12. Erofeev V.I., Kolesov D.A., Malkhanov A.O. Nonlinear localized waves of deformation in the class of metamaterials as set as the mass-in-mass chain // *Advanced Structured Materials*. - 2019. - Vol.108 / *New Achievements in Continuum Mechanics and Thermodynamics. A Tribute to Wolfgang H. Muller* / Abali B.E., Altenbach H., dell’Isola F., Eremeyev V.A., Ochsner A. (eds). Springer Nature Switzerland AG. Part of Springer. Cham. Switzerland. - P.105-116.
13. Erofeev V.I., Kolesov D.A., Malkhanov A.O. Nonlinear strain waves in a metamaterial defined a mass-to-mass chain // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. - 2019 (in Press).
14. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. - Л., «Машиностроение», 1976. - 320 с.
15. Замурагин Ю.М., Гуськов А.М. «Амплитудно-частотная характеристика виброударной системы с магнитными элементами». XXX Международная инновационно-ориентированная конференция молодых ученых и студентов (МИКМУС - 2018): Сборник трудов конференции (Москва, 20-23 ноября 2018). - М: Изд-во ИМАШ РАН, 2019 – 742 с.- С. 304–307.
16. И.Е. Иродов Основные законы электромагнетизма. Учеб. пособие для студентов вузов. – 2-е, стереотип. – М.: Высш. шк., 1991.

Дата поступления: 7 октября 2019 г.