

УДК 621.01:534.1

О НЕКОТОРЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЭФФЕКТАХ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПЕРЕМЕЩЕНИИ ЦЕНТРА МАСС МАШИННОГО АГРЕГАТА

© Иосиф Исаакович Вульфсон

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна", СПбГУПТД, Санкт-Петербург, Россия

jvulf@yandex.ru

Аннотация. Анализируется ряд динамических эффектов при периодических перемещениях центров масс машинных агрегатов, возникающих при программном движении исполнительных органов технологических машин, в сельскохозяйственных, подъемно-транспортных и других машинах. В подобных машинах переменность положения центра масс приводит к возникновению реономных связей, вызывающих нестационарность частотных характеристик привода машины, возбуждение параметрических колебаний и возможность нарушений условий динамической устойчивости. В статье для подавления этих эффектов предложены способы определения пороговых значений диссипативных характеристик при медленных и высокочастотных режимах движения. Полученные результаты могут быть использованы для повышения производительности машин, точности воспроизведения программного движения рабочих органов и устранения других нарушений при выполнении поставленных технологических задач.

Ключевые слова: центр масс, параметрические колебания, динамическая устойчивость.

ABOUT SOME DYNAMIC EFFECTS DURING PERIODIC MOVEMENT OF THE MACHINE UNIT MASS CENTER

© Iosif Vulfson

Saint Petersburg State University of Industrial Technologies and Design,
Saint-Petersburg, Russia

jvulf@yandex.ru

Abstract. A number of dynamic effects are analyzed when periodic displacements of the machine assemblies mass centers that occur during the programmed movement of the executive bodies of technological machines, in agricultural, lifting, and other machines. In such machines, the variability of the position of the center of mass leads to the formation of rheonomic connections, causing non-stationary frequency characteristics of the machines drives, the excitation of parametric oscillations and the possibility of the dynamic stability conditions violation. To suppress these effects, the article proposes methods for determining the threshold values of dissipative characteristics in slow and high-frequency modes of motion. The results can be used to increase the productivity of machines, the accuracy of reproduction of the programmed movement of the working bodies and eliminate other violations when performing the assigned technological problems.

Key word: center of mass, parametric vibrations, dynamic stability.

1. Вводные замечания. Перемещение центра масс характерно для машин, осуществляющих перенос грузов, а также для многих технологических машин с неравномерным программным движением рабочих органов. В последнем случае при высоких скоростях машин, а также изменениях масс обрабатываемых изделий это нередко существенно отражается на динамике машин и реализации поставленных требований к качеству выпускаемой продукции.

Рассматриваемой проблеме посвящена статья [1], в которой была выявлена опасность, связанная с появлением реономных связей и возможностью потери динамической устойчивости возбуждаемых колебаний в зонах параметрических резонансов. По существу, эта опасность возникает в случае, когда уровень вносимой энергии превосходит энергию, отводимую диссипативными силами. Именно этой проблеме в данной статье будет уделено особое внимание.

На динамической модели (рис.1) машина отображается в виде объекта, располагающегося на двух упругих элементах. Заметим, что подобная модель при неподвижном центре масс была рассмотрена в работах [2, 3] применительно к анализу колебаний автомобиля. Одно из существенных изменений этой модели, использованной Я.Г. Пановко, в данной статье связано с перемещением центра масс из-за переменных параметров колебательной системы, возникающих в цикловых машинах при движении звеньев механизмов и элементов технологических операций. В этих машинах исполнительные органы совершают периодические программные движения, которые осуществляются так называемыми цикловыми механизмами – рычажными, кулачковыми, мальтийскими и им подобными. Кинематические характеристики цикловых механизмов являются не только источником возмущений, но и формируют нестационарные динамические связи, которые могут привести к нарушению динамической устойчивости.

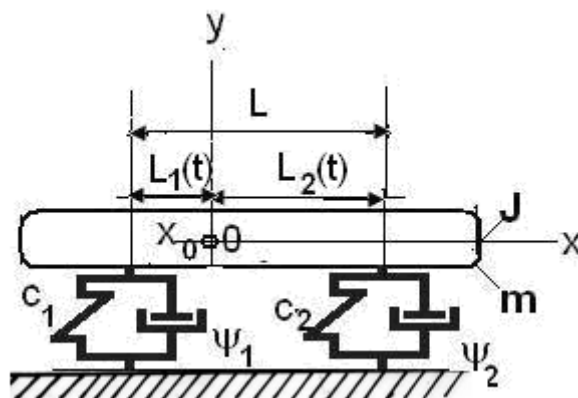


Рис. 1. Динамическая модель.

В цикловых механизмах связь между координатами на «входе» и «выходе» описывается нелинейной функцией положения $\Pi(\varphi)$. Для идеального механизма, в котором отсутствуют зазоры и все звенья принимаются абсолютно жёсткими $\varphi = \varphi_* = \omega t$. Пусть $\varphi = \varphi_* + q$, где q – динамическая ошибка, возникающая при колебаниях. Принимая во внимание, что функция положения непрерывна и дифференцируема, произведём линейризацию этой функции в окрестности программного движения: $\Pi(\varphi_* + q) \approx \Pi(\varphi_*) + \Pi'(\varphi_*)q$, где $\Pi' = d\Pi/d\varphi$ – первая передаточная функция механизма (аналог скорости). Таким образом, при малых колебаниях, несоизмеримых с «идеальной» координатой практически без ущерба для точности мы

заменяли нелинейную связь нестационарной. Нестационарные связи могут быть важным источником повышения виброактивности цикловых механизмов. В частности, в этом случае эффективный аналог «коэффициента диссипации» существенно снижается и даже может стать отрицательным, что, вопреки традиционным представлениям, приводит к увеличению амплитуд колебаний.

В данной модели расстояния между центром масс и опорами оказываются переменными:

$$a = |L_1(t)|; b = |L_2(t)| \text{ при } L_1(t) + L_2(t) = L = \text{const (см. рис.1)}.$$

Наиболее известным примером проявления нестационарных связей является параметрический резонанс, при котором на определённых частотных диапазонах система приобретает способность накапливать энергию. В машинах с цикловыми механизмами обычно доминирует медленное изменение параметров. При этом реализуемый частотный диапазон параметрического возбуждения существенно удалён от наиболее опасного главного параметрического резонанса, а параметрические резонансы высших порядков оказываются подавленными даже при малых диссипативных силах. В практике это нередко приводит к ложному выводу, что влиянием нестационарных связей можно пренебречь. Однако в современных технологических машинах нередки случаи, при которых возникает необходимость в осуществлении многочастотного движения рабочего органа, когда приведенные инерционные и упругие характеристики содержат не только низкочастотные, но и высокочастотные составляющие [4 – 15]. Аналогичная ситуация также возникает при использовании вибрационной линеаризации с целью уменьшения эффективных значений сил кулонова трения.

Практические приёмы определения областей динамической неустойчивости обычно базируются либо на различных модификациях метода малого параметра и других асимптотических методах, либо на численных методах. Процедура решения подобных задач далеко не элементарна, особенно если иметь в виду не эталонные упрощённые модели с одной степенью свободы, а реальные колебательные системы современных машин и механизмов, в которых параметрическое возбуждение имеет многокомпонентную структуру. В статье задача решается на базе метода условного осциллятора, что позволяет избежать ряда трудностей, возникающих в данном случае при использовании традиционных методов решения [9 – 15].

В цикловых системах кинетическая (T) и потенциальная (U) энергия в общем случае определяются следующими зависимостями:

$$T = T_2 + T_1 + T_0; \quad T_2 = 0,5 \sum_{j=1}^H \sum_{k=1}^H a_{jk}(\varphi) \dot{q}_j \dot{q}_k; \quad T_1 = \sum_{j=1}^H a_j(\varphi) \omega \dot{q}_j; \quad T_0 = 0,5 a_0(\varphi) \omega^2;$$

$$U = 0,5 \sum_{j=1}^H \sum_{k=1}^H c_{jk}(\varphi) q_j q_k. \quad (1)$$

Здесь $a(\varphi), c(\varphi)$ – переменные инерционные и квазиупругие коэффициенты при аргументе $\varphi = \omega t$.

Функции T_2, U , образующие квадратичные формы, позволяют с достаточной точностью определять спектр переменных «собственных» частот. Функция T_1 формирует гироскопические составляющие, которые могут существенно изменить эффективные диссипативные свойства внутри кинематического цикла. Функция T_0 соответствует

кинетической энергии переносного движения, которая при выбранных обобщённых координатах определяет кинематическое возбуждение системы.

На основании (1) изменение полной энергии системы ΔE за период $\tau = 2\pi/\omega$ и dE/dt определяются как

$$\Delta E = 0,5 \sum_{i=1}^H \sum_{j=1}^H \int_0^{\tau} \left(\frac{\partial c_{ij}}{\partial t} \right) q_i q_j dt - 0,5 \sum_{i=1}^H \sum_{j=1}^H \int_0^{\tau} \left(\frac{\partial a_{ij}}{\partial t} \right) \dot{q}_i \dot{q}_j dt + \sum_{i=1}^H \int_0^{\tau} Q_i \dot{q}_i dt, \quad (2)$$

$$\frac{dE}{dt} = \sum_{i=1}^H Q_i \dot{q}_i + \frac{d}{dt} (T_1 + 2T_0) - \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial t}. \quad (3)$$

Здесь Q_i – неконсервативные обобщённые силы.

Зависимости (2), (3) могут быть использованы в качестве критериев при определении условий динамической устойчивости. В частности, условие $\Delta E < 0$ свидетельствует о том, что отток энергии за один период, возникающий из-за отрицательной работы диссипативных сил, превышает поступление энергии за счёт параметрического возбуждения. В результате параметрические резонансы подавляются и обеспечивают условия динамической устойчивости. При этом, однако, не гарантируется затухающий характер колебаний внутри кинематического цикла, когда могут быть нарушены условия динамической устойчивости на отдельных участках цикла. Это приводит к локальным амплитудным «всплескам». В то же время подобные нарушения устраняются при выполнении условия $dE/dt < 0$. Это условие с некоторым запасом также служит критерием для устранения параметрических резонансов. Отметим, что приведенные условия достаточно наглядно отражают физическую сущность наблюдаемых эффектов, но при их реализации в инженерных расчётах вызывают определённые трудности. Ниже подобные условия будут приведены в более удобной форме, допускающей эффективные инженерные оценки.

2. Динамический анализ. Функция $x(\varphi)$ (см. рис.1) зависит от исходных данных исследуемой машины. Для большей определенности при дальнейшем качественном динамическом анализе конкретизируем функции L_1, L_2 согласно следующим зависимостям (рис.2):

$$L_1(\varphi) = h(0,5 + \lambda + \sigma \cos \varphi); \quad L_2(\varphi) = h(0,5 - \lambda - \sigma \cos \varphi); \quad (\lambda + \sigma < 0,5). \quad (4)$$

Здесь и ниже использован переход к безразмерному времени $\varphi = \omega t$, где ω – угловая скорость. При этом реализуется переход к «безразмерным частотам» $\bar{k}_i = k_i / \omega$. (В целях упрощения формульного текста черточка над обозначением ниже будет опущена.)

Параметры λ и σ соответствуют постоянной и переменной составляющим отклонения координаты центра масс от среднего положения. Согласно (2) при $\sigma = 0$

$$L_1 = h(0,5 + \lambda) = a; \quad L_2 = h(0,5 - \lambda) = b.$$

Тогда задача совпадает со случаем фиксированного неподвижного положения центра масс, рассмотренного Я.Г. Пановко [2,3]. При $\sigma \neq 0$ в данной задаче $h(\lambda + \sigma) = 0,5[L_1(0) - L_2(0)]$.

Отсюда следует $\sigma = 0,5[L_1(0) - L_2(0)] / h - \lambda$. Отметим, что параметр L не зависит от φ : $L = L_1(\varphi) + L_2(\varphi) = h$ (рис.2).

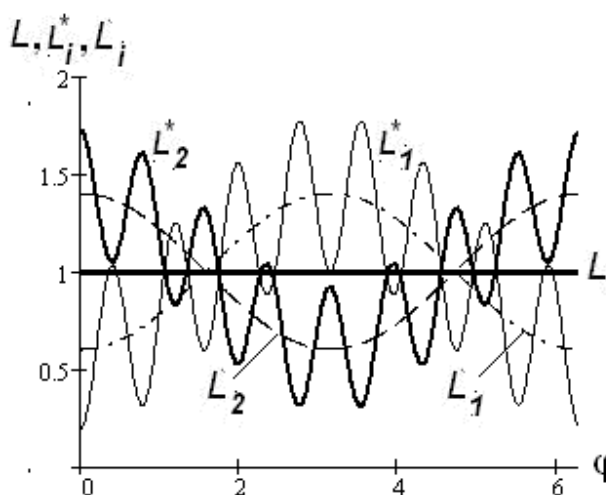


Рис. 2. Графики L, L_i^*, L_i ($i = 1; 2$)

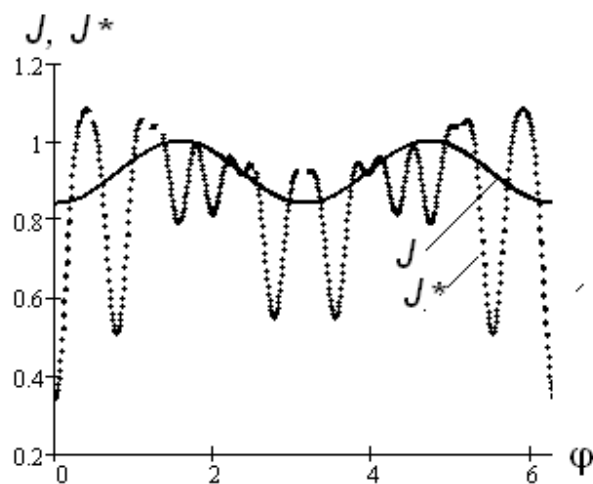


Рис.3. Графики J, J^*

Выше были учтены лишь медленные составляющие движения центра масс. Однако, как показано в работах [6, 7, 14], при исследовании параметрического возбуждения нельзя пренебрегать влиянием высших частот. Поэтому наряду с формулами (2) ниже будут использованы аналогичные зависимости следующего вида:

$$L_1^* = L_1 + r \cos j\varphi; \quad L_2^* = L_2 + r \cos j\varphi, \quad (5)$$

где число j соответствует номеру учитываемой высокочастотной гармоники. (Здесь и ниже звездочка при параметрах обозначает использование функций $L_i^*(\varphi)$, что отвечает учету влияния высокочастотных гармоник).

В качестве обобщенных координат примем вертикальное перемещение центра масс $y = q_1$ и угол поворота качающегося объекта q_2 с моментом инерции J или J^* (рис.3). Для определенности при численной оценке влияния переменности параметров примем $L = 1$, $r = 0,4L$, $j = 8$, $c_1 = 100$ Н/м, $\tilde{n}_2 = 30$ Нм. Исследуемая динамическая модель описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} mq_1'' + 2\delta_1^* m k_1^* q_1' + (c_1 + c_2)q_1 + (c_1 L_1^* - c_2 L_2^*)q_2 &= Q_1; \\ J^* q_2'' + 2\delta_2^* J^* k_2^* q_2' + (c_1 L_1^* - c_2 L_2^*)q_1 + (c_1 L_1^{*2} + c_2 L_2^{*2})q_2 &= Q_2. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Здесь Q_1, Q_2 – обобщенные силы; $k_1^*(\varphi), k_2^*(\varphi)$ значения собственных частот; $(\)' = d/d\varphi$; $\delta_i^* = \mathfrak{D}_i^* / (2\pi)$ – коэффициент демпфирования; \mathfrak{D}_i^* – логарифмический декремент.

На рис.3 приведены графики моментов инерции J и J^* для частного случая, когда каждый из радиусов инерции $\rho = \sqrt{J/m}$, $\rho^* = \sqrt{J^*/m}$ соответственно равен среднему геометрическому между величинами L_1, L_2 и L_1^*, L_2^* .

Для определения частотных характеристик применительно к данной задаче целесообразно перейти к нормальными координатами, позволяющими заменить систему уравнений уравнениями с одной обобщенной координатой. Принимая во внимание, что диссипативные силы оказывают слабое влияние на спектр собственных частот, воспользуемся непосредственно системой уравнений (6). Произведем следующую замену координат: $q_1 = \Theta_1 + \Theta_2$; $q_2 = \beta_1 \Theta_1 + \beta_2 \Theta_2$, принимая коэффициенты β_1, β_2 в качестве неизвестных параметров. В новых координатах кинетическая и потенциальная энергия определяются зависимостями

$$\begin{aligned} T &= 0,5(a_1 \dot{\Theta}_1^2 + a_2 \dot{\Theta}_2^2 + 2a_* \dot{\Theta}_1 \dot{\Theta}_2), \\ U &= 0,5(c_1 \Theta_1^2 + c_2 \Theta_2^2 + 2c_* \Theta_1 \Theta_2), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= a_{11} + 2\beta_1 a_{12} + \beta_1^2 a_{22}; \\ a_2 &= a_{11} + 2\beta_2 a_{12} + \beta_2^2 a_{22}; \end{aligned} \right\} (8); \quad \left. \begin{aligned} c_1 &= c_{11} + 2\beta_1 c_{12} + \beta_1^2 c_{22}; \\ c_2 &= c_{11} + 2\beta_2 c_{12} + \beta_2^2 c_{22}. \end{aligned} \right\} (9); \quad \left. \begin{aligned} a_* &= a_{11} + (\beta_1 + \beta_2) a_{12} + \beta_1 \beta_2 a_{22}; \\ c_* &= c_{11} + (\beta_1 + \beta_2) c_{12} + \beta_1 \beta_2 c_{22}. \end{aligned} \right\} (10)$$

где $a_{11} = m$; $a_{22} = J_{z_z}$; $a_{12} = 0$; $c_{11} = 4c$; $c_{22} = 2c(L_{1x}^2 + L_{2x}^2)$; $c_{12} = 2c(L_{1x} - L_{2x})$.

При $a_* = 0$, $c_* = 0$ на основании зависимости (10), определяем неизвестные коэффициенты формы β_1, β_2 и собственные частоты; $k_1 = \sqrt{c_1/a_1}$, $k_2 = \sqrt{c_2/a_2}$ (рис.4).

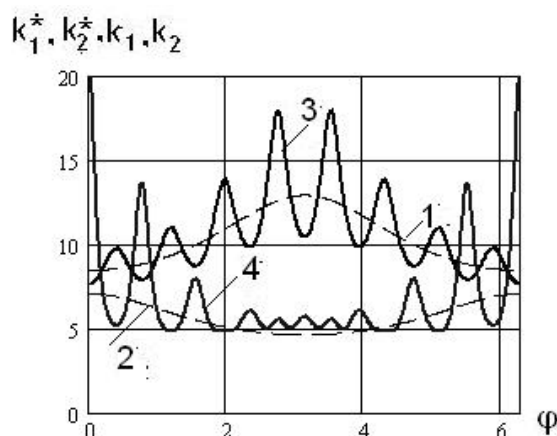


Рис. 4. Собственные частоты: 1.- k_1 ; 2.- k_2 ; 3.- k_1^* ; 4.- k_2^*

Далее перейдем к анализу режимов, отражающих влияние переменности параметров системы. На рис. 5 приведены результаты компьютерного моделирования системы уравнений (6).

Чтобы наглядно выявить источник нарушения динамической устойчивости исключим из рассмотрения учет вынужденных колебаний и диссипативных сил ($Q_i = 0$; $\delta_i = 0$). На рис. 5, а, б четко видно нарушение устойчивости с характерным для параметрических колебаний экспонентным нарастанием огибающих, а также рост виброактивности на фазовых портретах координат q_1 и q_2 .

Принимая во внимание, что целью данного исследования являются параметрические эффекты, обратимся к однородному дифференциальному уравнению

$$a(t)\ddot{\theta} + b(t)\dot{\theta} + c(t)\theta = 0. \quad (11)$$

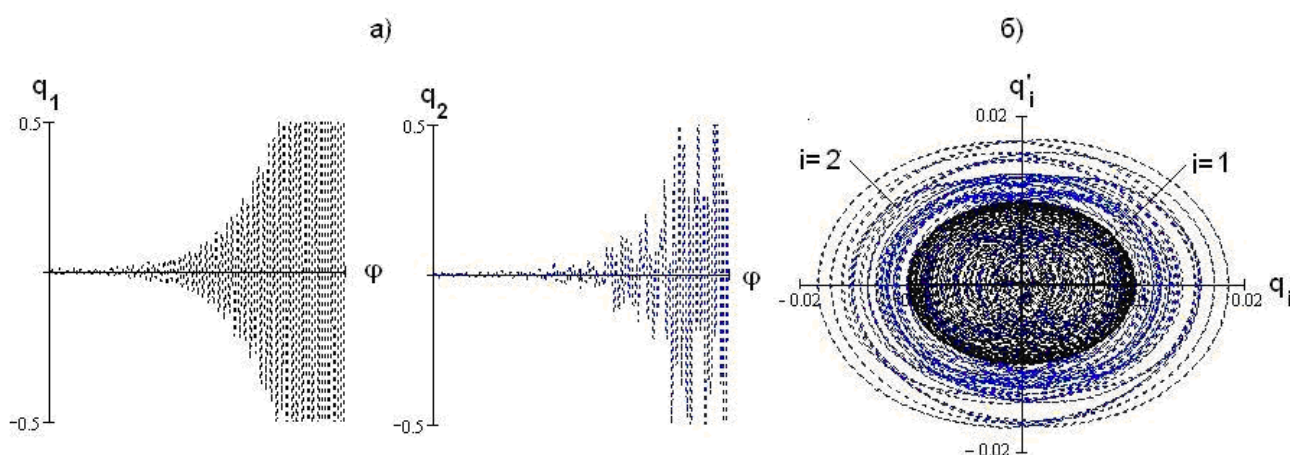


Рис. 5. Графики $q_i(\varphi)$ и фазовые портреты.

На основании метода условного осциллятора решение уравнения (11) может быть представлено как

$$\theta = A_0 \exp\left[-\delta_0 \int_0^t k_i(u) du\right] \sqrt{\frac{a(0)\Omega(0)}{a(t)\Omega(t)}} \sin\left[\int_0^t \Omega(u) du + \alpha\right]. \quad (12)$$

Здесь $\delta_0 = \psi / (4\pi)$ – диссипативный коэффициент; A_0, α – определяются начальными условиями; Ω – частота параметрического возбуждения.

Применительно к рассматриваемому классу задач метод условного осциллятора подробно рассмотрен в работах [9, 13, 14], поэтому при дальнейшем изложении мы ограничимся лишь краткими сведениями, облегчающими чтение данной статьи.

Связь между функцией $\Omega(t)$, входящей в зависимость (12), и переменной собственной частотой $p(t)$ определяется следующим уравнением условного осциллятора:

$$\ddot{z} - 0,5\dot{z}^2 + 2\Omega_*^2 e^{2z} = 2p^2(t), \quad (13)$$

где $z = \ln(\Omega / \Omega_*)$, Ω_* – произвольный параметр с размерностью частоты, играющий роль нормирующего множителя.

Достаточную точность даёт линейризация уравнения (13) при отображении экспоненциального члена первыми двумя членами ряда Тейлора:

$$\ddot{z} + 4p_0^2(t)z = 2[p^2(t) - p_0^2(t)]. \quad (14)$$

Теперь в левой части уравнения в качестве параметра сохранилась медленно меняющаяся функция, соответствующая периоду $2\pi / \omega$, а в правую часть – высокочастотная. Резонанс линейризованного условного осциллятора соответствует главному параметрическому резонансу, который возникает в окрестности «плавающей» частоты $2p_0$. Частное решение уравнения (14) приводится к виду

$$z = \frac{1}{\sqrt{p_0(t)}} \int_0^t \frac{[p(u)^2 - p_0(u)^2]}{\sqrt{p_0(u)}} \sin\left[2 \int_u^t p_0(\tau) d\tau\right] du. \quad (15)$$

При пульсации функции $p^2(t)$ по гармоническому закону $p^2 = p_0^2 [1 - 2\varepsilon \cos(\omega_p t + \gamma)]$ приближённое решение уравнения условного осциллятора (13) ищем в виде $z = a_{z0} + a_z \cos(\omega_p t)$ при

$$a_z = \frac{\varepsilon \kappa_z^2(a_z)}{|\kappa_z^2(a_z) - [\omega_p / (2p_0)]^2|} \frac{a_z I_0(2a_z)}{I_1(2a_z)}; \quad a_{z0} = 0,5 \ln \frac{p_0^2 + 0,125\omega_p^2}{p_0^2 I_0(2a_z)},$$

где $I_k(2a_z) = i^{-k} J_k(2a_z i)$; $i = \sqrt{-1}$; J_k - функция Бесселя первого рода при мнимом аргументе $2a_z i$; ε - глубина пульсации переменной частоты.

Функция $\kappa_z(a_z)$ отвечает безразмерной «собственной» частоте условного осциллятора и определяется зависимостью

$$\kappa_z^2(a_z) = \frac{I_1(2a_z)}{a_z [I_0(2a_z) - 0,5a_z I_1(2a_z)]}, \quad (16)$$

На рис.6 показаны амплитудно-частотные характеристики условного осциллятора при варьировании глубиной пульсации $\varepsilon = 0,2; 0,4; \dots; 1$ (тонкие линии). С ростом ε кривые удаляются от скелетной кривой (жирная линия). Как показывает анализ, при $z \leq 1$, что соответствует почти троекратному изменению частоты, отклонение скелетной кривой от единицы не превышает 3,5 %. Это во многих случаях позволяет с достаточным основанием воспользоваться линейным уравнением (14).

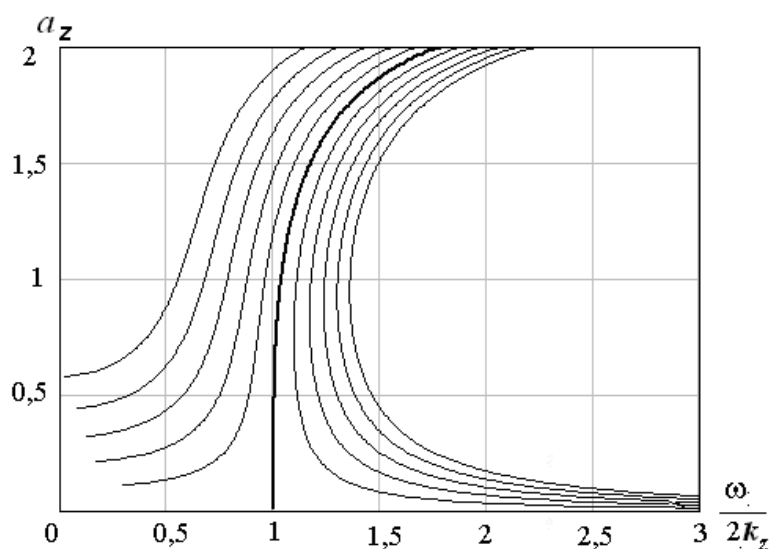


Рис. 6. Амплитудно-частотные характеристики условного осциллятора.

После определения $z(t)$ на основании (14), (15), (16) находим зависимость, описывающую переменную амплитуду колебаний, соответствующую высокочастотным составляющим параметрического возбуждения

$$A(t) = A_0 \sqrt{a(0)/a(t)} \exp\{-\delta_0 \Phi_0(t) - 0,5[z(t) - z(0)]\}, \quad (17)$$

где $\Phi_0 = \int_0^t p_0(t) dt$.

Условие $dA/dt < 0$, исключающее возможность параметрического возбуждения, приведём к следующему виду:

$$\delta_0 > \delta_p = -0,5 p_0^{-1} (\dot{a}/a + \dot{z}) = -0,5 [\dot{a}/(ap_0) + \dot{p}/(pp_0) - \dot{p}_0/p_0^2]. \quad (18)$$

Первое слагаемое в формуле (18), строго говоря, не оказывает влияния на возбуждение параметрических резонансов, так как оно связано с составляющей кинетической энергии T_1 и образует гироскопические силы, работа которых за период кинематического цикла равна нулю. Однако эти силы могут вызвать существенную амплитудную модуляцию внутри кинематического цикла.

При медленном изменении параметров условие $dA/dt < 0$ для произвольного временного отрезка выполняется, если

$$\delta_0 > \delta_*(\varphi) = \delta_g(\varphi) + \delta_{p*}(\varphi). \quad (19)$$

Здесь функция δ_g соответствует гироскопическим силам (см.(11)), а зависимость

$$\delta_{p*}(\varphi) = 0,5 p_0(\varphi)^{-2} \frac{dp_0(\varphi)}{d\varphi} \quad (20)$$

отражает влияние переменности «собственной» частоты колебаний. Максимальное значение функции δ_{p*} соответствует критическому уровню возбуждения. Неравенство (19) совпадает с результатами, полученными на основании прямого метода Ляпунова, устанавливающего достаточное условие динамической устойчивости [16]. Можно показать, что при медленно меняющихся параметрах оно является также и необходимым. В качестве функции Ляпунова примем квадрат амплитуды свободных колебаний при «замороженных» коэффициентах $\Phi = q_i^2 + q_i'^2/k_i^2$ [17]. Согласно второй теореме Ляпунова достаточным условием для асимптотической устойчивости является $\Phi' < 0$. Это условие можно привести к виду:

$$\delta_i^* > -(k_i^*)'/(2k_i^{*2}) ; \delta_i > -k_i'/(2k_i^2) \quad (21)$$

С инженерных позиций представляет интерес оценка, приведенная в монографии [4]. При некоторых коррективах и принятых нами условных обозначениях этой оценке можно придать вид $\delta_i > 0,5\varepsilon^s$, где ε глубина пульсации собственных частот, s – номер области неустойчивости (рис.7).

3. Задержка эффекта нарушения динамической устойчивости. При выбранных соотношениях переменных параметров L_i реономная связь системы представляет особый интерес, так как полученные результаты могут вызывать некоторое недоумение из-за внезапного нарушения условий устойчивости лишь после задержки на относительно длительном отрезке времени зоны свободных колебаний (см. рис.5,а; 8).

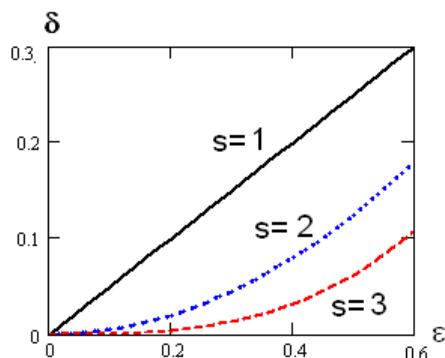


Рис.7. Графики зависимости порогового параметра диссипации от глубины пульсации.

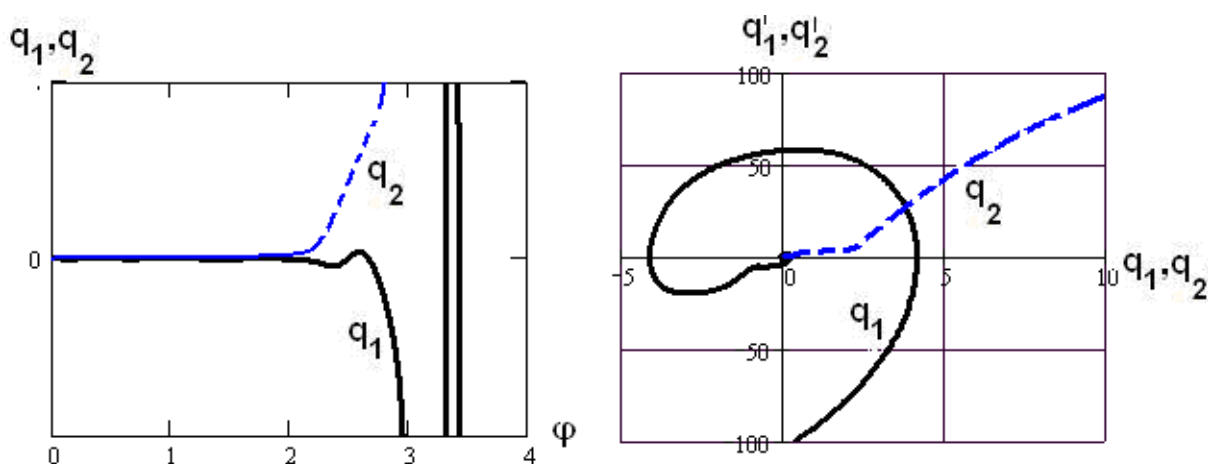


Рис.8. К анализу эффекта задержки режима динамической неустойчивости.

Как показал анализ, причиной данного эффекта является значительное уменьшение моментов инерции в этой зоне (см. рис.3), что привело к росту «собственных» частот и замедленному пересечению областей динамической неустойчивости. При быстром пересечении этой области ($\varphi \leq 2$) амплитуда параметрического резонанса обычно не достигает критического значения.

4. Анализ энергетического баланса при перемещении центра масс. Как уже отмечалось, для устранения нарушений условий динамической устойчивости одним из обычных способов является удаление от пороговых частотных границ. В нашем случае реализация этого метода на практике затруднена из-за переменности собственных частот, поэтому большую роль здесь играет влияние диссипативных сил. В этом случае целесообразно воспользоваться анализом энергетического баланса [16].

На рис.9 приведен ряд графиков, позволяющих выявить интенсивность увеличения амплитуд возбужденных колебаний и установить уровень диссипативные характеристики, исключая критические режимы. На рис. 9, а показаны характеристики энергетического баланса при медленных возмущениях. В течение длительного отрезка времени система поддерживает динамическую стабильность. Именно в этом участке возрастает значение соответствующего момента инерции, и изменяются собственные частоты (см. рис. 3, 4, 6).

Отметим, что для реализации подавления параметрического резонанса необходимый уровень диссипации очень велик. Выход из сложившейся ситуации возможен при коррекции исходных параметров смещения центра масс. Второй график этого рисунка показывает, насколько высока интенсивность роста амплитуды за время динамической нестабильности – угол поворота увеличился только в 4 раза, а подводимая энергия возросла примерно в 50 раз! Это указывает на опасность аварии, причем эта опасность особенно проявляется при высокочастотных гармониках (рис. 9, б).

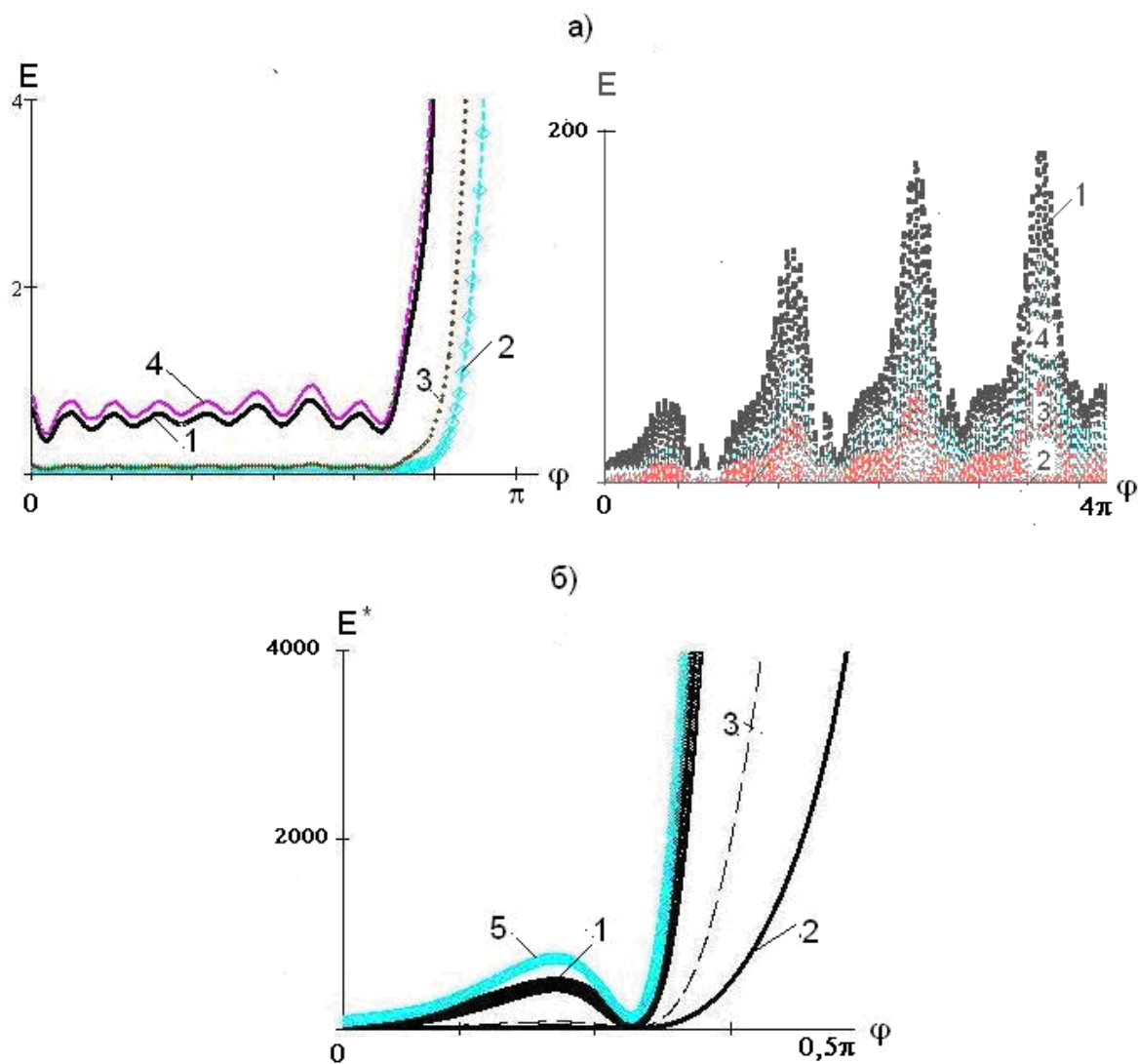


Рис.9. Графики $E(\varphi), E^*(\varphi)$ при низкочастотных и высокочастотных возбуждениях:
 1. – Поступающая энергия. 2. – $\delta=0,01$; 3. – $\delta=0,03$; 4. – $\delta=0,1$; 5. – $\delta=0,4$.

5. Заключение. В статье решается оригинальная задача, посвященная анализу зависимости виброактивности при возбуждении колебаний, вызванных перемещением центра масс машинного агрегата. Важным результатом проведенного анализа является вывод, согласно которому при этом из-за появления реономных связей возникают параметрические колебания, а, следовательно, и опасность динамической неустойчивости колебательной системы. В целях снижения виброактивности таких систем определен пороговый уровень

диссипативных параметров, ниже которого возникает нарушение динамической устойчивости.

От успешного решения поставленной задачи зависят производительность машины, точность воспроизведения заданных программных движений, непосредственно влияющих на качество выпускаемой продукции, долговечность и надежность оборудования, а также условия работы человека-оператора. В рамках данной статьи не рассмотрены динамические эффекты при рассматриваемом классе задач и совместном возбуждении вынужденных и параметрических колебаний. Эта задача требует отдельного рассмотрения.

Список литературы

1. Вульфсон И.И. К проблеме снижения виброактивности технологических машин с реономными связями и близкими значениями парциальных частот механизмов // Машиностроение и инженерное образование. - 2019. - №2.
2. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. - М.: Наука, 1967. - 420 с.
3. Пановко Я. Г. Механика деформируемого твердого тела. - М.: Наука, 1985. - 288 с.
4. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем. - М.: Гостехтеоретиздат, 1956. - 600 с.
5. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. - М.: Высш. шк., 1980. - 408 с.
6. Вейц В.Л. Динамика машинных агрегатов. - Л.: Машиностроение, 1969. - 370 с.
7. Вульфсон И.И., Коловский М.З. Нелинейные задачи динамики машин. - Л.: Машиностроение, 1968. - 284 с.
8. Коловский М.З. Динамика машин. - Л.: Машиностроение, 1989. - 289 с.
9. Вульфсон И.И. О колебаниях систем с параметрами, зависящими от времени // Прикладная математика и механика. - 1969. - Т.33, №2. - С. 331-337.
10. Vulfson J. I. Analytical investigation of the vibrations of mechanisms caused by parametric impulses // Mech. Mach. Theory. - 1973. - V.10, No.4. - P. 305-313.
11. Вульфсон И.И. Колебания машин с механизмами циклового действия. - Л.: Машиностроение, 1990. - 309.
12. Vulfson I.I. Excitation of parametric resonances in mechanisms with rheonomic constraints subject to the joint effect of fast and slow variations of parameters // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. - 2016. - Vol. 45, No. 2. - P. 95-103.
13. Вульфсон И.И. Динамика цикловых машин. - СПб.: Политехника, 2013. - 425 с.
14. Vulfson, I.I. Dynamics of cyclic machines. (Expanded edition of the monograph [13] translation). - Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer, 2015. - 410 p.
15. Вульфсон И.И. Условия динамической устойчивости при совместном учёте медленных и быстрых изменений параметров // Вестник научно-технического развития. - 2015. - №3 (91). - С.3-13.
16. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. - М.: Наука, 1950. - 416 с.
17. Vulfson I. Vibrations excitation of cyclic mechanisms due to energy generated in non-stationary constraints. - Advances in mechanical engineering . Chapter 14. - Spinger, 2015. - P. 117- 128.

Дата поступления: 16 августа 2019 г.