

УДК 534.1

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В УПРУГОЙ НАПРАВЛЯЮЩЕЙ НА ДИНАМИКУ РАКЕТНОГО ПОЕЗДА

© Сергей Иванович Герасимов^{1,2}, Владимир Иванович Ерофеев¹,
Ирина Александровна Одзерихо^{1,2}, Дмитрий Юрьевич Смирнов²

¹Институт проблем машиностроения РАН, Нижний Новгород, Россия

²Саровский физико-технический институт, филиал НИЯУ «МИФИ», Саров, Россия
s.i.gerasimov@mail.ru

Аннотация. Динамическое воздействие на упругую направляющую движущегося по ней объекта вызывает колебания в виде бегущих волн. В направляющих, имеющих две оси симметрии, возбуждаются чисто изгибные колебания. В общем случае, из-за несовпадения центра тяжести и центра изгиба сечения направляющей в ней под действием поперечной нагрузки возникают изгибно-крутильные бегущие волны. Приводится подробный анализ волн, возбуждаемых движущейся нагрузкой в упругой направляющей.

Ключевые слова: рельсовая направляющая, крутильно-изгибные колебания.

Работа выполнена в рамках государственного задания на проведение фундаментальных научных исследований на 2013-2020 г.г. по теме № 0035-2014-0402, № госрегистрации 01201458047 и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 17-08-01096, № 18-29-10073).

ESTIMATION OF THE EFFECT OF WAVE PROCESSES IN ELASTIC GUIDE ON THE DYNAMICS OF THE ROCKET TRAIN

© S.I. Gerasimov^{1,2}, V.I. Erofeev², I.A. Odzerikho^{1,2}, D.Yu. Smirnov²

¹Mechanical Engineering Research Institute of the RAS, Nizhny Novgorod, Russia

²Sarov Physical Technical Institute, Sarov, Russia

s.i.gerasimov@mail.ru

Abstract. The dynamic effect on the elastic guide of an object moving along it causes vibrations in the form of running waves. In the guides having two axes of symmetry, purely bending vibrations are excited. In General, due to the mismatch of the center of gravity and the center of bending of the cross section of the guide in it under the action of transverse load there are bending-torsional traveling waves. A detailed analysis of the waves excited by a moving load in an elastic guide is given.

Keywords: rail guide, rail guide, bending-torsional vibrations.

Acknowledgements. The work was carried out within the Russian state task for conducting fundamental scientific research for 2013-2020 on the topic No. 0035-2014-0402, state registration number 01201458047 and the work was supported by the Russian Foundation Investigation Fond, projects no.17-08-01096, no.18-29-10073.

Одной из составляющих, определяющих динамику взаимодействия движущегося объекта с упругой направляющей, являются волновые процессы в направляющей, возбуждаемые движущимся объектом. В качестве направляющей рассматривается бесконечная балка, поперечное сечение которой показано на Рис.1.

Сечение направляющей симметрично относительно оси Y и несимметрично относительно оси Z .

Центр тяжести сечения не совпадает с его центром изгиба (центр изгиба – точка приложения равнодействующей касательных напряжений сдвига в поперечном сечении направляющей; поперечная сила, приложенная в центре изгиба, вызывает изгиб направляющей без закручивания [1]).

Волновые процессы в упругой направляющей будем рассматривать при следующих допущениях: рельсовая направляющая моделируется бесконечной балкой модели Бернулли-Эйлера (без учета инерции вращения и сдвига поперечных сечений), лежащей на сплошном упругом основании; инерционно-массовые и жесткостные параметры балки и жесткость упругого основания постоянны по длине направляющей; демпфирующие свойства направляющей не учитываются; на бесконечности прогибы и угол поворота сечения направляющей ограничены.

Динамическое воздействие движущейся нагрузки на упругую направляющую вызывает в последней колебания в виде бегущих волн, возбуждение которых сопровождается обратным действием упругой системы на нагрузку. В направляющих, имеющих две оси симметрии, возбуждаются чисто изгибные колебания. В общем случае из-за несовпадения центра тяжести и центра изгиба сечения направляющей в последней под действием поперечной нагрузки возникают изгибно-крутильные бегущие волны.

Рассмотрим задачу о движении с постоянной скоростью V_x нагрузок $P_y(t)$ и $P_z(t)$ вдоль направляющей, схема которой приведена на Рис. 2.

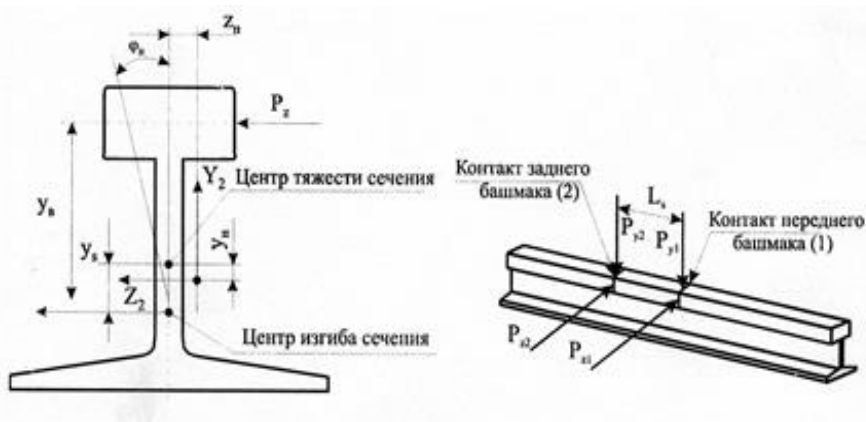


Рис. 1.

Действующие силы будем полагать гармоническими $P_y = P_y \cdot e^{i\Omega_y t}$, $P_z = P_z \cdot e^{i\Omega_z t}$. В предположении колебаний малыми, система уравнений, описывающих движение направляющей, имеет вид [1, 2]:

$$\begin{cases} EI_z \cdot y_H^{IV} + m \cdot \ddot{y}_H + H_y \cdot y_H = 0 \\ EI_y \cdot z_H^{IV} + m \cdot \ddot{z}_H + m \cdot y_s \cdot \ddot{\varphi}_H + H_z \cdot z_H = 0 \\ EI_\varphi \cdot \varphi_H^{IV} - GI_k \cdot \varphi_H'' + I_P \cdot \ddot{\varphi}_H + m \cdot y_s \cdot \ddot{z}_H + H_\varphi \cdot \varphi_H = 0 \end{cases} \quad (1)$$

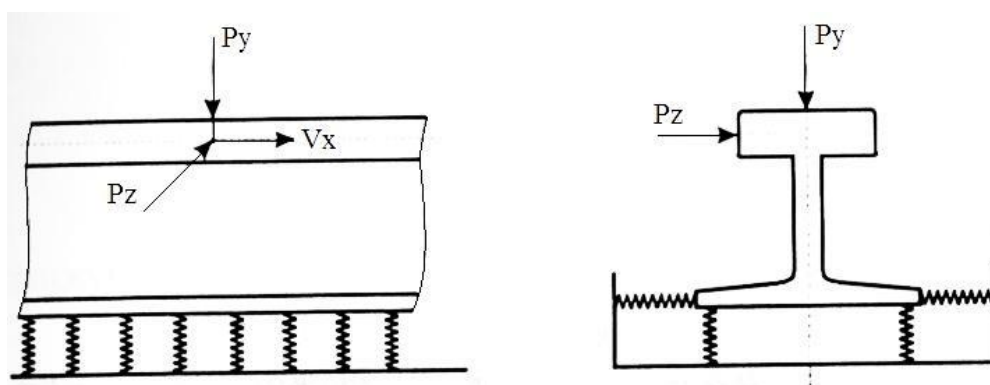


Рис. 2.

Здесь и далее параметры, характеризующие рельсовую направляющую (РН):

φ , рад – угол поворота сечения направляющей; m , кг/м – погонная масса; I_p , кгм – погонный момент инерции; EI_Y , EI_Z , Нм² – изгибные жёсткости сечения направляющей; EI_φ , Нм⁴ – секториальная жёсткости сечения направляющей; GI_K , Нм² – крутильная жёсткости сечения направляющей; H_Y , H_Z , Н/м² – погонные жёсткости упругого основания в направлении осей Y и Z; H_φ , Н/рад – погонная жёсткость упругого основания в направлении угла φ ; y_s , м – расстояние между центром масс и центром изгиба сечения направляющей; y_0 , м – расстояние между центром изгиба и осью действия нагрузки; λ , м – длина волны; $K = 2\pi/\lambda$, м⁻¹ – волновое число; S – функция, характеризующая изменение амплитуды колебаний РН во времени; μ – коэффициент Пуассона; E , Н/м² – модуль упругости; H_B , Н/м² – твердость. Точкой обозначена производная по времени, штрихом – производная по координате; ^(*) указывает на принадлежность к направляющей: 1 – левая, 2 – правая; ^(v) – указывает на принадлежность к ветви направляющей:

1 – слева; 2 – справа от движущейся границы.

Ввиду симметрии сечения направляющей относительно оси Y первое уравнение системы (1) является независимым, и колебания направляющей в направлении оси Y носят чисто изгибный характер. Относительно оси Z сечение направляющей несимметрично. Из-за несовпадения центра тяжести с центром изгиба сечения направляющей второе и третье уравнения системы (1) взаимозависимы и могут быть решены только совместно, т.е. поперечная сила P_2 возбуждает в направляющей изгибно-крутильные бегущие волны.

Условия на движущихся границах представляют собой условия непрерывности срединной линии направляющей, углов поворота сечения и закрутки направляющей, а также баланс обобщенных сил: поперечных сил, изгибающих и крутящих моментов. С учетом соотношений для силовых факторов при изгибном кручении [3]

$$\begin{cases} M_k + M_\varphi = P \cdot y_B \\ M_k = GI_K \cdot \varphi'_H \\ M_\varphi = -EI_\varphi \cdot \varphi'''_H \\ M_k + M'_\varphi = (P \cdot y_B)' = 0 \\ M''_k + M''_\varphi = (P \cdot y_B)'' = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Условия на движущихся нагрузках имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} {}^1y_H \Big|_{x=v_x \cdot t} = {}^2y_H \Big|_{x=v_x \cdot t}, \quad {}^1y'_H \Big|_{x=v_x \cdot t} = {}^2y'_H \Big|_{x=v_x \cdot t}, \\ {}^1y''_H \Big|_{x=v_x \cdot t} = {}^2y''_H \Big|_{x=v_x \cdot t}, \quad E \cdot I_z \cdot ({}^1y'''_H - {}^2y'''_H) \Big|_{x=v_x \cdot t} = P_y(t), \\ {}^1z_H \Big|_{x=v_x \cdot t} = {}^2z_H \Big|_{x=v_x \cdot t}, \quad {}^1z'_H \Big|_{x=v_x \cdot t} = {}^2z'_H \Big|_{x=v_x \cdot t}, \\ {}^1z''_H \Big|_{x=v_x \cdot t} = {}^2z''_H \Big|_{x=v_x \cdot t}, \quad E \cdot I_y \cdot ({}^1z'''_H - {}^2z'''_H) \Big|_{x=v_x \cdot t} = P_z(t), \\ {}^1\varphi_H \Big|_{x=v_x \cdot t} = {}^2\varphi_H \Big|_{x=v_x \cdot t}, \\ \left[(GI_k \cdot {}^1\varphi'_H - EI_\varphi \cdot {}^1\varphi'''_H) - (GI_k \cdot {}^2\varphi'_H - EI_\varphi \cdot {}^2\varphi'''_H) \right] \Big|_{x=v_x \cdot t} = y_B \cdot P_z(t), \\ \left[(GI_k \cdot {}^1\varphi''_H - EI_\varphi \cdot {}^1\varphi^{IV}_H) - (GI_k \cdot {}^2\varphi''_H - EI_\varphi \cdot {}^2\varphi^{IV}_H) \right] \Big|_{x=v_x \cdot t} = 0, \\ \left[(GI_k \cdot {}^1\varphi'''_H - EI_\varphi \cdot {}^1\varphi^V_H) - (GI_k \cdot {}^2\varphi'''_H - EI_\varphi \cdot {}^2\varphi^V_H) \right] \Big|_{x=v_x \cdot t} = 0 \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} y_H(x, t) = \begin{cases} {}^1y_H(x, t), & x < v_x \cdot t \\ {}^2y_H(x, t), & x > v_x \cdot t \end{cases} \\ z_H(x, t) = \begin{cases} {}^1z_H(x, t), & x < v_x \cdot t \\ {}^2z_H(x, t), & x > v_x \cdot t \end{cases} \end{array} \right\} \quad (4)$$

Поскольку произвольный волновой процесс в линейных системах может быть представлен суперпозицией гармонических волн, то полагая, без нарушения при этом общности, колебания нагрузки гармоническими

$$\left. \begin{array}{l} P_y(t) = P_y \cdot e^{i\Omega_y t} \\ P_z(t) = P_z \cdot e^{i\Omega_z t} \end{array} \right\} \quad (5)$$

решения уравнений (1) будем искать в виде гармонических бегущих волн по разные стороны от нагрузки

$$\left. \begin{array}{l} {}^v y_H = {}^v A_y \cdot e^{i({}^v \omega_y \cdot t - {}^v K_y \cdot x)} \\ {}^v z_H = {}^v A_z \cdot e^{i({}^v \omega_z \cdot t - {}^v K_z \cdot x)} \\ {}^v \varphi_H = {}^v A_\varphi \cdot e^{i({}^v \omega_z \cdot t - {}^v K_z \cdot x)} \end{array} \right\} \quad (6)$$

где ${}^v A_y, {}^v A_z, {}^v A_\varphi$ — комплексные амплитуды; ${}^v K_y, {}^v K_z$ — волновые числа; ${}^v \omega_y, {}^v \omega_z$ — частоты изгибных и изгибно-крутильных колебаний направляющей.

Подставив решения (6) в (1), получим систему алгебраических уравнений для определения частот и волновых чисел

$$\left. \begin{aligned} m \cdot \omega_y^2 - EI_z \cdot K_y^4 - H_y &= 0 \\ \omega_z^4 - B_1(K_z) \cdot \omega_y^4 + B_2(K_z) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

удовлетворяющих условию равенства фаз возбуждаемых волн фазе источника [4,5]

$$\left. \begin{aligned} {}^v\omega_y - {}^vK_y \cdot V_x &= \Omega_y \\ {}^v\omega_z - {}^vK_z \cdot V_x &= \Omega_z \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

В системе (7)

$$\left. \begin{aligned} B_1(K_z) &= \frac{(EI_y \cdot I_p + EI_\varphi \cdot m) \cdot K_z^4 + GI_k \cdot m \cdot K_z^2 + m \cdot H_\varphi + I_p \cdot H_z}{m \cdot (I_p - m \cdot y_s^2)} \\ B_2(K_z) &= \frac{EI_\varphi \cdot EI_y \cdot K_z^8 + EI_y \cdot GI_k \cdot K_z^6 + (EI_y \cdot H_\varphi + EI_y \cdot H_z) \cdot K_z^4 + GI_k \cdot H_z \cdot K_z^2 + H_\varphi \cdot H_z}{m \cdot (I_p - m \cdot y_s^2)} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Соотношения (7) устанавливают связь между частотами и длинами возбуждающих волн

$\lambda = \frac{2\pi}{K}$ при заданных параметрах направляющей и называются дисперсионными уравнениями, а каждое из уравнений (8) является характеристикой движущегося источника и в теории волн известно как кинематический инвариант [4,5]. Система совместных алгебраических уравнений (5) - (6) выражает закон сложного эффекта Доплера, согласно которому происходит сдвиг частот возбуждаемых волн вследствие движения источника [4,5], и определяет все возможные в упругой направляющей волны.

Напомним, что эффект Доплера является сложным, если дисперсионные уравнения (7) определяют нелинейную зависимость ω от K . Среди возможных решений физически реализуемыми будут те, которые соответствуют ограниченному прогибам на бесконечности и отводят энергию от источника. (условие Мандельштама) [6].

В соответствии с [4,5] эти условия могут быть записаны в виде

$$\left. \begin{aligned} \text{перед источником } x > V_x \cdot t &\left\{ \begin{aligned} &\text{комплексные корни } -I_m(K) < 0, \\ &\text{действительные корни } -\frac{d\omega}{dK} > V_x \end{aligned} \right. \\ \text{перед источником } x < V_x \cdot t &\left\{ \begin{aligned} &\text{комплексные корни } -I_m(K) > 0, \\ &\text{действительные корни } -\frac{d\omega}{dK} < V_x \end{aligned} \right. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где $I(K), \frac{d\omega}{dK}$ — мнимая часть комплексного волнового числа; групповая скорость распространения волн, соответственно.

Решение системы совместных алгебраических уравнений (7) - (8) может быть проиллюстрировано на дисперсионной плоскости (см. Рис. 3).

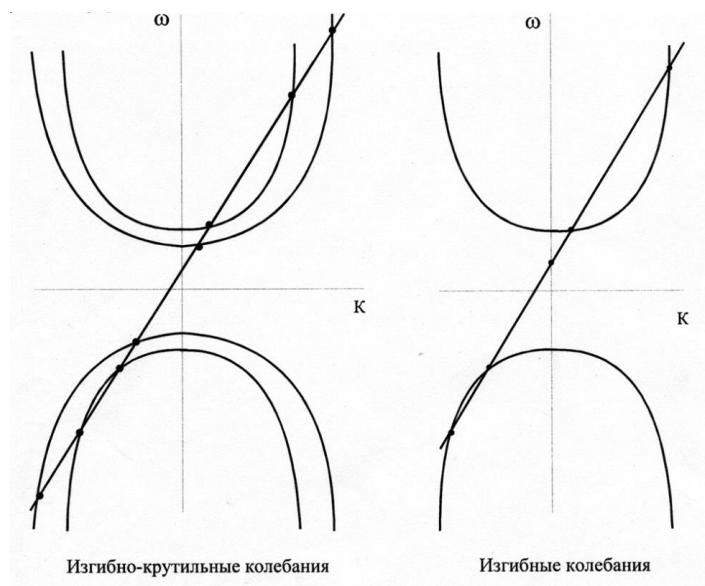


Рис.3

Дисперсионные уравнения направляющей представлены параболического вида кривыми, а характеризующие нагрузку кинематические инварианты – прямыми, тангенс угла наклона которых к оси K равен скорости движения нагрузки. Точки пересечения параболических кривых с прямой кинематического варианта – действительные корни решения системы совместных алгебраических уравнений (7)-(8). Если пересечение отсутствует – корни комплексные. Действительным корням соответствуют бегущие волны, комплексным – локальные затухающие деформации направляющей, перемещающиеся вместе с движущейся нагрузкой.

Комплексные амплитуды ${}^v A_{yj}, {}^v A_{zj}, {}^v A_{\varphi j}$ находятся из условий сопряжения на движущихся границах (3). Подставив в условия сопряжения значения соответствующих производных, получим две системы алгебраических уравнений для определения амплитуд:

${}^v A_{yj}$ – изгибных колебаний; ${}^v A_{zj}, {}^v A_{\varphi j}$ – и изгибно-крутильных колебаний

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^2 {}^1 A_{yj} - \sum_{j=1}^2 {}^2 A_j &= 0, \\ \sum_{j=1}^2 {}^1 K_{yj} \cdot {}^1 A_{yj} - \sum_{j=1}^2 {}^2 K_{yj} \cdot {}^2 A_{yj} &= 0, \\ \sum_{j=1}^2 {}^1 K_{yj}^2 \cdot {}^1 A_{yj} - \sum_{j=1}^2 {}^2 K_{yj}^2 \cdot {}^2 A_{yj} &= 0, \\ \sum_{j=1}^2 {}^1 K_{yj}^3 \cdot {}^1 A_{yj} - \sum_{j=1}^2 {}^2 K_{yj}^3 \cdot {}^2 A_{yj} &= -\frac{i \cdot P_y}{EI_z} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \sum_{j=1}^4 {}^1A_{zj} - \sum_{j=1}^4 {}^2A_{zj} &= 0, \\
 \sum_{j=1}^4 {}^1K_{zj} \cdot {}^1A_{zj} - \sum_{j=1}^4 {}^2K_{zj} \cdot {}^2A_{zj} &= 0, \\
 \sum_{j=1}^4 {}^1K_{zj}^2 \cdot {}^1A_{zj} - \sum_{j=1}^4 {}^2K_{zj}^2 \cdot {}^2A_{zj} &= 0, \\
 \sum_{j=1}^4 {}^1K_{zj}^3 \cdot {}^1A_{zj} - \sum_{j=1}^4 {}^2K_{zj}^3 \cdot {}^2A_{zj} &= -\frac{i \cdot P_z}{EI_z}, \\
 \sum_{j=1}^4 {}^1\beta_j \cdot {}^1A_{zj} - \sum_{j=1}^4 {}^2\beta_j \cdot {}^2A_{zj} &= 0, \\
 \sum_{j=1}^4 {}^1\beta_j \cdot {}^1K_{zj} \cdot (\alpha^2 - {}^1K_{zj}^2) \cdot {}^1A_{zj} - \sum_{j=1}^4 {}^2\beta_j \cdot {}^2K_{zj} \cdot (\alpha^2 - {}^2K_{zj}^2) \cdot {}^2A_{zj} &= \frac{i \cdot y_B \cdot P_z}{EI_\varphi}, \\
 \sum_{j=1}^4 {}^1\beta_j \cdot {}^1K_{zj}^2 \cdot (\alpha^2 - {}^1K_{zj}^2) \cdot {}^1A_{zj} - \sum_{j=1}^4 {}^2\beta_j \cdot {}^2K_{zj}^2 \cdot (\alpha^2 - {}^2K_{zj}^2) \cdot {}^2A_{zj} &= 0, \\
 \sum_{j=1}^4 {}^1\beta_j \cdot {}^1K_{zj}^3 \cdot (\alpha^2 - {}^1K_{zj}^2) \cdot {}^1A_{zj} - \sum_{j=1}^4 {}^2\beta_j \cdot {}^2K_{zj}^3 \cdot (\alpha^2 - {}^2K_{zj}^2) \cdot {}^2A_{zj} &= 0.
 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$\alpha = \frac{GI_k}{EI_\varphi}$, $\beta_j = \frac{{}^\nu A_{\varphi j}}{{}^\nu A_{zj}}$ – отношение амплитуд при кручении и изгибе направляющей.

Выражение для определения ${}^\nu\beta_j$ можно получить, подставив решения для z_{Hj} (6) в уравнения системы (1)

$${}^\nu\beta_j = \frac{EI_y \cdot {}^\nu K_{zj}^4 - m \cdot {}^\nu \omega_{zj}^2 + H_z}{m \cdot y_s^2 \cdot \omega_{zj}^2} \quad \nu = 1, 2 \quad j = 1 \dots 4 \quad (13)$$

Разрешив систему (11) относительно ${}^\nu A_{y_j}$, получим амплитуды изгибных колебаний в вертикальной плоскости. Амплитуды изгибных колебаний в горизонтальной плоскости ${}^\nu A_{z_j}$ получим, решив систему (12). Амплитуды крутильных колебаний

$${}^\nu A_{\varphi j} = {}^\nu\beta_j \cdot {}^\nu A_{z_j} \quad j = 1 \dots 4 \quad \nu = 1, 2 \quad (14)$$

Перемещение головки рельсовой направляющей в направлении оси Z:

$${}^\nu z_r = \sum_{j=1}^4 ({}^\nu z_{Hj} + y_B \cdot {}^\nu \varphi_{Hj}) \quad (15)$$

Поперечные колебания объекта, движущегося по направляющей, могут быть неустойчивы вследствие аномального эффекта Доплера, который имеет место при движении объекта со скоростью, превышающей фазовую скорость возбуждаемой волны [6]. Возникающие в этом случае колебания направляющей увеличивают энергию поперечных колебаний объекта за счет источника, поддерживающего закономерность продольного движения объекта.

Амплитуда поперечных колебаний движущегося объекта при этом может возрастать во времени. В работах [7, 8] вопрос об устойчивости движения объекта по направляющей связывается с динамической жесткостью системы.

Динамическая жесткость системы представляет собой отношение амплитуды приложенной к ней гармонической силы к комплексной амплитуде колебаний в возбуждаемой точке и является функцией физических параметров системы и частоты колебаний [7,8].

Для анализа динамики взаимодействия движущегося объекта с упругой направляющей чрезвычайно важно знать динамическую жесткость направляющей в местах контакта с опорными элементами движущегося объекта.

Динамическая жесткость при изгибных колебаниях бесконечной балки, лежащей на сплошном упругом основании, в равномерно движущемся контакте исследована в работах [7,8].

Минимальная фазовая скорость для изгибных волн направляющей, представленной балкой модели Бернулли-Эйлера на сплошном упругом основании, в соответствии с [4,5] может

быть оценена при помощи выражения $v_{\phi \min} = \sqrt[4]{4 \cdot H_y \cdot EI_z / m^2}$ и для стандартного ракетного трека составляет ~ 2300 м/с. Из проведенной оценки следует, что при скоростях движения ступеней ракетного поезда, не превышающих 2300 м/с, неустойчивость поперечного движения последних не может быть обусловлена изгибными волнами. Наиболее вероятной причиной неустойчивости поперечного движения ступеней являются изгибно-крутильные волны рельсовой направляющей, фазовая скорость которых существенно ниже фазовой скорости изгибных волн и для стандартного ракетного трека составляет ~ 600 м/с.

Рассмотрим изгибно-крутильные колебания рельсовой направляющей под действием движущегося по ней осциллятора массой m_{oc} и жесткостью упругих элементов c_{oc} , схема которого приведена на Рис.4. Центр масс осциллятора находится на линии действия его упругих элементов.

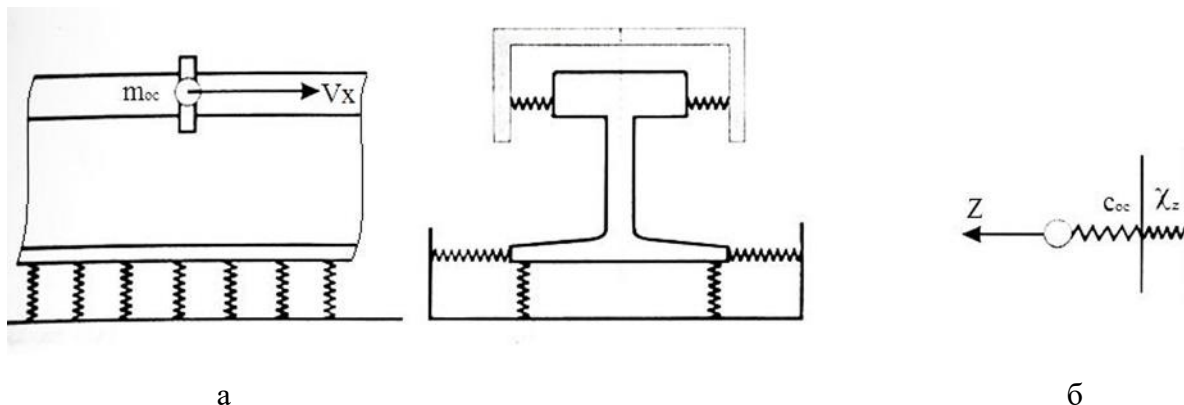


Рис.4. а) равномерное движение осциллятора вдоль балки; б) эквивалентная модель.

Изгибно-крутильные колебания направляющей при действии сосредоточенных сил в точках контакта с упругими элементами осциллятора описываются системой уравнений [9,10]

$$\left\{ \begin{aligned} EI_y \cdot z_H^{IV} + m \cdot \ddot{z}_H + H_z \cdot z_H + y_s \cdot m \cdot \ddot{\varphi}_H &= c_{oc} \cdot [z_{oc} - (z_H + y_B \cdot \varphi_H)] \cdot \delta(x - v_x \cdot t) \\ EI_\varphi \varphi_H^{IV} - GI_k \cdot \varphi'' + I_p \cdot \ddot{\varphi}_H + H_\varphi \cdot \varphi_H + y_s \cdot m \cdot \ddot{z}_H &= c_{oc} \cdot y_B \cdot [z_{oc} - (z_H + y_B \cdot \varphi_H)] \delta(x - v_x \cdot t) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Уравнение колебаний осциллятора в направлении оси Z имеет вид:

$$m_{oc} \cdot \ddot{z}_{oc} + c_{oc} \cdot [z_{oc} - (z_H + y_B \cdot \varphi_H)] = 0 \quad (17)$$

Применяя подход, предложенный в [7,8] и состоящий в переходе от системы дифференциальных уравнений (16) в частных производных к системе алгебраических уравнений путем преобразований Фурье, исключая из которой z_n и φ_n с использованием при этом уравнения (17), можно получить характеристическое уравнение колебаний осциллятора, равномерно движущегося вдоль направляющей, связывающее частоту колебаний осциллятора с упруго-инерционными свойствами последнего и динамической жесткостью направляющей в равномерно движущемся контакте

$$\frac{c_{oc} \cdot \chi_z \cdot \chi_\varphi}{\chi_z \cdot \chi_\varphi + c_{oc} \cdot \chi_\varphi + y_B \cdot c_{oc} \cdot \chi_z} - m_{oc} \cdot \Omega^2 = 0 \quad (18)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \chi_z(\Omega, v_x) &= \left[\frac{1}{2\Omega} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A(k, \Omega) + y_B \cdot y_s \cdot m \cdot (\Omega - v_x \cdot k)^2}{A(k, \Omega) \cdot B(k, \Omega) - y_s^2 \cdot m^2 \cdot (\Omega - v_x \cdot k)^4} dk \right]^{-1} \\ \chi_\varphi(\Omega, v_x) &= \left[\frac{1}{2\Omega} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y_B \cdot B(k, \Omega) + y_s \cdot m \cdot (\Omega - v_x \cdot k)^2}{A(k, \Omega) \cdot B(k, \Omega) - y_s^2 \cdot m^2 \cdot (\Omega - v_x \cdot k)^4} dk \right]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} A(k, \Omega) &= EI_\varphi \cdot k^4 + GI_k \cdot k^2 - I_p \cdot (\Omega - V_x \cdot k)^2 + H_\varphi \\ B(k, \Omega) &= EI_y \cdot k^4 - m \cdot (\Omega - v_x \cdot k)^2 + H_z \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Подынтегральные функции в выражениях (19) для $\chi_z(\Omega, v_x)$ и $\chi_\varphi(\Omega, v_x)$

представляют собой дроби, в знаменателе которых стоит полином восьмой степени, корни которого являются простыми полюсами. В этом случае, согласно теории вычетов [11], результат вычисления интегралов может быть записан в виде:

$$\left. \begin{aligned} \chi_z(\Omega, v_x) &= \left[i \sum_{j=1}^8 \frac{A(k, \Omega) + y_B \cdot y_s \cdot m \cdot (\Omega - v_x \cdot k)^2}{\frac{d}{dk} [A(k, \Omega) \cdot B(k, \Omega) - y_s^2 \cdot m^2 \cdot (\Omega - v_x \cdot k)^4]} \Big|_{k=k_j} \right]^{-1} \\ \chi_\varphi(\Omega, v_x) &= \left[i \sum_{j=1}^8 \frac{y_B \cdot B(k, \Omega) + y_s \cdot m \cdot (\Omega - v_x \cdot k)^2}{\frac{d}{dk} [A(k, \Omega) \cdot B(k, \Omega) - y_s^2 \cdot m^2 \cdot (\Omega - v_x \cdot k)^4]} \Big|_{k=k_j} \right]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Эквивалентная жесткость направляющей при изгибно-крутильных колебаниях определяется выражением

$$\chi_e = \frac{\chi_\varphi \chi_z}{\chi_\varphi + y_b \chi_z} \quad (22)$$

Список литературы

1. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем.- М.: Машиностроение, 1970.- 734с.

2. Кохманюк С.С., Янютин В.Г., Романенко Л.Г. Колебания деформируемых систем при импульсных и подвижных нагрузках. - Киев: Наукова думка, 1980. - 232 с.
3. Герасимов С.И., Ерофеев В.И. Расчет изгибно-крутильных колебаний рельсовой направляющей ракетного трека // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2016. - № 3. - С.25-27.
4. Весницкий А.И. Волны в системах с движущимися границами и нагрузками. - М.: Физматлит, 2001. - 320 с.
5. Весницкий А.И. Избранные труды по механике. - Нижний Новгород: Изд-во «Наш дом», 2010. - 248 с.
6. Гинзбург В.Л. Излучение равномерно движущихся источников (эффект Вавилова-Черенкова, переходное излучение и некоторые другие явления) // Успехи физических наук. - 1996. - Т. 166, № 10. - С.1033 - 1042.
7. Metrikine A.V., Popp K. Instability of vibrations of an oscillator moving along a beam on an elastic half-space // European Journal of Mechanics A/Solids. - 1999. - Vol. 18, No 4. - P.331-349.
8. Метрикин А.В., Веричев С.Н., Вострухов А.В. Фундаментальные задачи высокоскоростного наземного транспорта. - Saarbrücken, Germany: Lambert Academic Publishing, 2014. - 200 с.
9. Бутова С.В., Герасимов С.И., Ерофеев В.И., Камчатный В.Г. Устойчивость движения высокоскоростных объектов по направляющим ракетного трека // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2015. - № 1. - С.3-8.
10. Герасимов С.И., Ерофеев В.И., Камчатный В.Г., Каныгин И.И. Оценка резонансоопасных гармоник при колебаниях упругой направляющей с движущимся по ней двухопорным объектом // Проблемы прочности и пластичности. - 2015. - Т.77, № 4. - С.412-424.
11. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. - М.: Гос.изд.физ.-мат.лит., 1958. - 680 с.

Дата поступления: 18 мая 2019 г.