

УДК 621.036:681.20

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ТЕПЛО ВЫДЕЛЯЮЩИХ ЭЛЕМЕНТАХ ИЗ УГЛЕРОДНОЙ НИТИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ПОСТОЯННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

© Александр Анатольевич Шульженко, Михаил Борисович Модестов
Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия
aa_shulzhenko.01@mail.ru

Аннотация. Проведено моделирование тепловых процессов, происходящих в тепловыделяющих элементах тканых электронагревателей на основе углеродных нитей. Рассмотрены особенности осуществления тепловыделения с учетом эффекта Томсона. Применена оригинальная методика отдельного рассмотрения физических процессов, происходящих в тепловыделяющих элементах на основе углеродных нитей. Данный материал представляет интерес для широкого круга специалистов, занимающихся разработкой и внедрением изделий с электрообогревом.

Ключевые слова: тканые электронагреватели, тепловыделяющие элементы на основе углеродных (графитовых) нитей, тепловые процессы, эффект Томсона.

SIMULATION OF THERMAL PROCESSES IN CARBON FIBER FUEL ELEMENTS, BY PASSING A CONSTANT ELECTRIC CURRENT

© A.A. Shulzhenko, M.B. Modestov
IMASH RAN, Moscow, Russia
aa_shulzhenko.01@mail.ru

Annotation. The simulation of thermal processes occurring in the fuel elements of woven electric heaters based on carbon fibers. The features of the implementation of heat with regard to the Thomson effect are considered. The original technique of separate consideration of the physical processes occurring in fuel elements based on carbon filaments is applied. This material is of interest to a wide range of professionals involved in the development and implementation of products with electrical heating.

Keywords: woven electric heaters, fuel elements based on carbon (graphite) filaments, thermal processes, Thomson effect.

Тканые электронагреватели прочно заняли свою нишу в семействе электронагревателей, используемых в промышленности и других сферах нашей жизни. Углеродные (графитовые) материалы, например, в виде нитей, все чаще применяются в качестве тепловыделяющих элементов именно в тканых электронагревателях. Учитывая уникальные особенности применения тканых электронагревателей, - они используются в основном для осуществления

контактного способа нагрева обогреваемого объекта [1], - очень важно знать, как происходит этот нагрев, как распределяются температуры в создаваемых ими тепловых полях, какие максимальные уровни температур достигаются в тепловых полях на поверхностях нитей и т.д. Особенно, это важно, когда в качестве объектов обогрева выступают люди или другие биологические объекты. Без рассмотрения физических процессов, вносящих основной вклад в формирование теплового поля, определить его характер для углеродной нити невозможно. Поэтому исследуем процессы, которые происходят в углеродной нити под влиянием внешнего воздействия электрического поля, и как эти процессы будут влиять на распределение температур вдоль нити.

Углеродная нить представляет собой довольно сложную структуру рис. 1, состоящую из множества филаментов – элементарных ниточек. В сечении рассматриваемой нити имеем ~ 6000 филаментов.

С целью упрощения представления будем рассматривать цилиндрическую модель углеродной нити.

Будем считать, что имеем температуры внешней среды в диапазоне комнатной температуры. Следует отметить, что в графите, при комнатной температуре, электроны в зоне проводимости практически отсутствуют.



Рис. 1. Внешний вид углеродной нити.

Для получения нагревательного эффекта углеродные нити, служащие в качестве тепловыделяющих элементов, подключаются к внешнему источнику. Под воздействием внешнего источника в углеродной нити электроны начинают переходить из зоны валентных электронов в зону проводимости. Возникает электрический ток.

Электроны, покидая валентные зоны атома, осциллируют узлы кристаллической решетки - фононы. Благодаря чему фононы, вступают во взаимодействие между собой (фонон-фононное взаимодействие). Образуется тепловое поле. Следует отметить, что основной вклад в передачу тепла в полупроводниках и графите вносит именно фонон-фононное тепловое взаимодействие [2]. Тепловые процессы, происходящие при фонон-фононном взаимодействии, можно описать с помощью уравнения Фурье. Так как углеродная нить представляет собой объект, у которого длина много больше его диаметра, то будем рассматривать одномерное тепловое поле, образующееся вдоль углеродной нити.

Еще одним существенным моментом является то, что тепловой процесс будем рассматривать установившимся, стационарным.

Тогда уравнение Фурье, описывающее такой тепловой процесс с внутренними источниками, будет иметь вид

$$\lambda \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x'^2} + q_v = 0 \quad (1)$$

λ – коэффициент теплопроводности углеродной нити, $\Delta T = T - T_{cp}$ – температура относительно температуры внешней среды; x' – текущее относительное значение расстояния вдоль углеродной нити, по X , q_v – тепловыделение внутреннего источника тепла.

Электрический ток, образованный под воздействием внешнего электрического поля и представляющий собой поток электронов, который протекает в тепловом поле, сформированном за счет фонон-фононного взаимодействия. Так как в этом случае присутствуют градиенты температур, то можем предположить, что будут происходить взаимодействия между электрическим током (электронами) и тепловым полем. Характер этого процесса взаимодействия можно описать с помощью уравнения Томсона

$$\frac{dP_x}{dx'} = \tau \cdot I \cdot \frac{d\Delta T_x}{dx'}, \quad (2)$$

P_x – теплота, выделяющаяся в единицу времени; τ – коэффициент Томсона; I – сила тока, ΔT_x – текущее значение температуры по оси X , x' – текущее значение расстояния вдоль углеродной нити.

Важно отметить, что изучение участия электрического тока (перенос тепла электронами) в тепловых процессах в углеродной нити производится не случайно. Связано это с тем, что коэффициент Томсона для графита и полупроводников на ~ 4 порядка больше, чем у металлов [3], что существенно сказывается на происходящие тепловые процессы и этим уже нельзя пренебрегать.

Теперь, определим начальные и граничные условия. Так как рассматривается установившийся режим, то в этом случае начальные условия не играют никакой роли, и временные характеристики теплового поля учитываться не будут. Таким образом, имеем одномерную стационарную краевую задачу теплопроводности, поэтому искомые функции температуры зависят лишь от одной пространственной координаты, и не зависят от времени. То есть будем рассматривать задачу, описываемую эллиптическим уравнением. В качестве граничных условий будем рассматривать граничные условия третьего рода

$$\lambda \frac{\partial \Delta T}{\partial x'} = k \cdot \Delta T \quad (3)$$

где k – коэффициент теплоотдачи во внешнюю среду.

Будем считать, что температура окружающей среды со всех сторон нити не изменяется

$$T_{cp} = \text{const}$$

Таким образом, задача в общем виде определена, и она имеет вид

$$\begin{cases} \lambda \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x'^2} + q_l = 0 \\ \frac{dP_x}{dx'} = \tau \cdot I \cdot \frac{d\Delta T_x}{dx'} \\ \lambda \frac{\partial \Delta T}{\partial x'} = k \cdot \Delta T \\ T_{cp} = const \end{cases} \quad (4)$$

Теперь проведем некоторое уточнение поставки задачи. Для этого используем ранее проведенное аналитическим методом решение [4].

Решение первой части сформулированной задачи, то есть теплового фонон-фононного взаимодействия было получено прямым интегрированием первого уравнения, входящего в (4), с учетом уже определенных граничных условий

$$T_n = T_{cp} + \frac{U^2}{2k\pi r_0^2 l_n \rho_n} + \frac{U^2}{\lambda \rho_n l_n^2} \left(\frac{x'}{2} - \frac{x'^2}{2} \right) \quad (5)$$

T_{cp} - температура окружающей среды; $x' = \frac{x}{l_n}$ - текущее относительное значение

координаты; l_n - длина нити; U - напряжение источника электропитания; ρ_n - погонное сопротивление углеродной нити; r_0 - приведенный радиус углеродной нити.

Переменная часть теплового поля, характеризующего процесс теплопроводности вдоль углеродной нити, согласно (5), представляет собой перевернутую параболу с центром по оси X в точке $x' = 1/2$. Это очень важно для дальнейшего рассмотрения процессов, описываемых уравнением Томсона (2), то есть происходящих с электронами при прохождении в тепловом поле, образованном за счет фонон-фононного взаимодействия. Согласно [4] (рис.2), от начала нити до центра тепловое поле, образованное фононами, не совпадает с электрическим полем, приложенным к углеродной нити, а после центра тепловое поле и электрическое поле совпадают. Соответственно, сначала электроны будут тормозиться, переходить на более низкий энергетический уровень и выделять энергию, а затем поглощать энергию и переходить на более высокий энергетический уровень. Следовательно, при прохождении середины проводника в уравнении (2) будет происходить изменение знака.

В тоже время, тепловое поле, сформированное за счет фонон-фононного взаимодействия, описываемое уравнением (1), будет справедливо на протяжении всей нити.

Поэтому систему уравнений (4) следует записать

$$\begin{cases} \lambda \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x'^2} + q_l = 0 \text{ при } 0 \leq x' \leq l \\ \frac{dP_x}{dx'} = \tau \cdot I \cdot \frac{d\Delta T_x}{dx'} \text{ при } 0 \leq x' \leq l/2 \\ \frac{dP_x}{dx'} = -\tau \cdot I \cdot \frac{d\Delta T_x}{dx'} \text{ при } l/2 \leq x' \leq l \end{cases} \quad (6)$$

Подставив выражение (6) в систему уравнений (4), будем иметь

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda \frac{\partial^2 \Delta T_x}{\partial x'^2} + q_l = 0 \text{ при } 0 \leq x' \leq l; \\ \frac{dP_x}{dx'} = \tau \cdot I \cdot \frac{d\Delta T_x}{dx'} \text{ при } 0 \leq x' \leq l/2; \\ \frac{dP_x}{dx'} = -\tau \cdot I \cdot \frac{d\Delta T_x}{dx'} \text{ при } l/2 \leq x' \leq l; \\ \lambda \frac{\partial \Delta T_x}{\partial x'} \Big|_{x'=0} = k \cdot \Delta T \\ \lambda \frac{\partial \Delta T_x}{\partial x'} \Big|_{x'=l} = k \cdot \Delta T \\ T_{cp} = const \end{array} \right. \quad (7)$$

Таким образом, задача сформулирована.

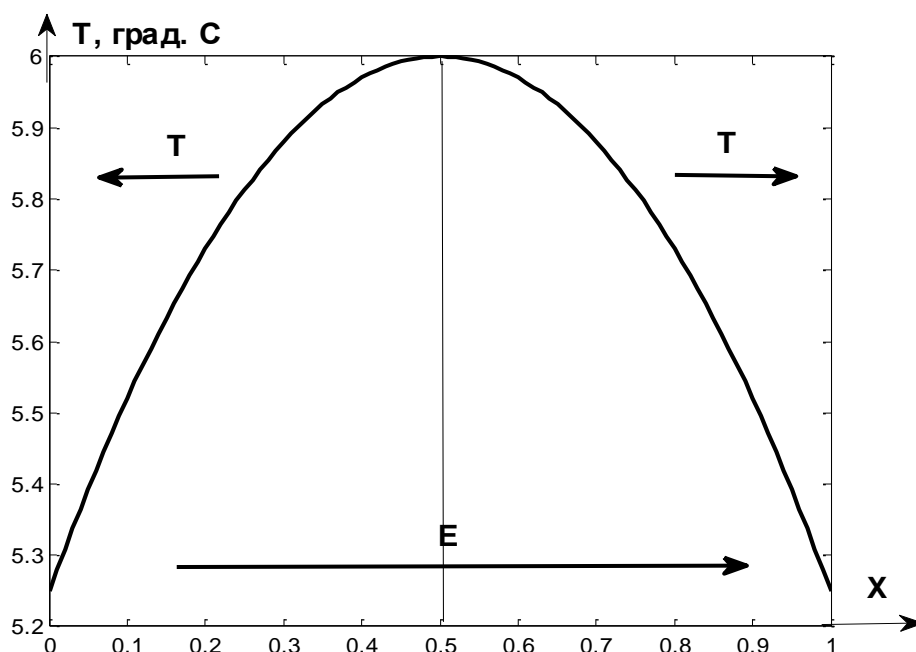


Рис. 2. Распределение температуры вдоль тепловыделяющего элемента на основе углеродной нити согласно уравнению (5).

Проведем решение системы уравнений (7) с использованием разностных схем. Так как в рассматриваемой задаче имеем гладкие коэффициенты, то согласно [5] можно использовать методику непосредственного перехода от дифференциальных операторов к разностным.

В дифференциальной операторной форме систему уравнений (7) можно представить

$$A = f, \quad (8)$$

где, $A = A_1 + A_2$ - дифференциальный оператор, характеризующий физические процессы, описанные в системе уравнений (7); $A_1 = \nabla^2 \Delta T$ - дифференциальный оператор,

характеризующий физический процесс теплопроводности; $A_2 = \gamma l \frac{\partial \Delta T}{\partial x'}$ - дифференциальный оператор, характеризующий физический процесс Томсона; f – внутренний источник тепла.

Дифференциальные операторы A можно аппроксимировать и показать с помощью разностных операторов ΔT с разной степенью точности.

При решении системы уравнений (7) будем использовать сетку с равными шагами h по длине нити, по X .

Тогда систему уравнений (7) можно переписать, и она примет вид

$$A_{\phi} \Delta T + A_{T} \Delta T = f, \quad (7)$$

где $A_{\phi} \Delta T = \frac{\lambda \sigma}{h_1^2} (\Delta T'_{n+1} - 2\Delta T'_n + \Delta T'_{n-1}) + \frac{\lambda(1-\sigma)}{h_1^2} (\Delta T_{n+1} - 2\Delta T_n + \Delta T_{n-1})$ – разностный оператор, характеризующий процесс теплопроводности в нити; h – шаг пространственной сетки по оси X ;

$A_{T+} \Delta T = \frac{\tau l}{h} (\Delta T_n - \Delta T_{n+1})$ – разностный оператор, характеризующий эффект Томсона при совпадении направлений теплового и электрического полей в интервале

$0 \leq x' \leq l/2$; $A_{T-} \Delta T = -\frac{\tau l}{h} (\Delta T_n - \Delta T_{n-1})$ – разностный оператор, характеризующий эффект Томсона при разных направлениях теплового и электрического полей в интервале

$l/2 \leq x' \leq l$; f – функция, описывающая работу источника тепла; h – шаг пространственной сетки по оси X ; σ – свободный параметр.

Согласно [5], непосредственная аппроксимация исходных дифференциальных уравнений (7) с граничными условиями третьего рода приводит к первому порядку точности, что вызывает искажения в решении, полученному с помощью разностных схем (рис. 3).

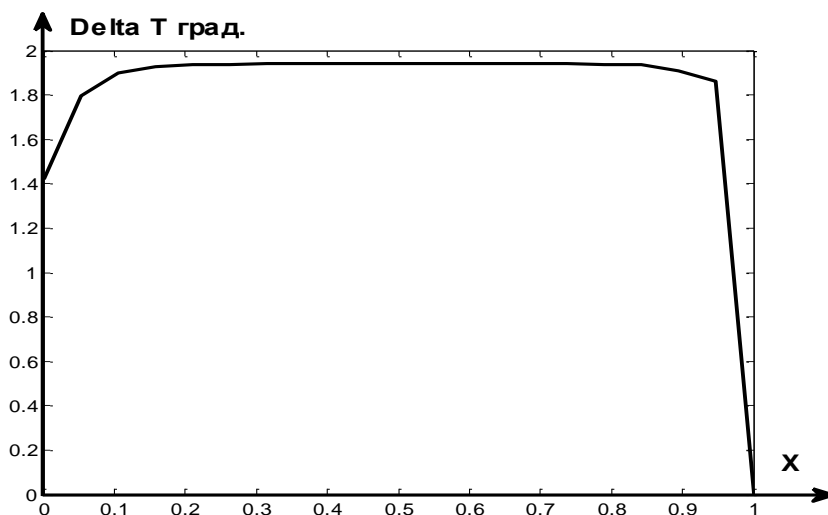


Рис. 3. Распределение температуры вдоль тепловыделяющего элемента на основе углеродной нити при первой степени порядка точности $O(h)$.

С целью обеспечения более точного решения будем использовать аппроксимацию краевого условия с более высокой степенью точности, $O(h^2)$.

Для этого разложим функцию ΔT в ряд Тейлора в окрестности точки $x'=0$

$$\Delta T_2 = \Delta T_1 + h \left. \frac{\partial \Delta T}{\partial x'} \right|_{x'=0} + \frac{h^2}{2} \left. \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x'^2} \right|_{x'=0} \quad (8)$$

Произведя несложные преобразования с использованием рекуррентного соотношения

$$T_1 = \alpha_1 \cdot T_2 + \beta_1,$$

получим выражения для первых прогоночных коэффициентов α_1 , β_1 и температуры T_N :

$$\alpha_1 = \frac{\lambda}{hk(2\lambda - h\tau l) - 2\lambda}; \quad \beta_1 = \frac{h}{2\lambda(hk - 1) - h^2 k \tau \tau}; \quad (9)$$

$$T_N = T_{N-1} + \frac{\lambda(h^2 - \beta_{N-1})}{2\lambda\alpha_{N-1} - 2\lambda + h(2 - h\tau l)}.$$

На основании полученных из (7), (8) и (9) разностных схем повышенной точности была разработана программа в среде MATLAB. Результаты работы программы приведены на рис. 3. Как видно на рис. 3, в результате прохождения электрического тока по тепловыделяющему элементу из углеродной нити на концах нити наблюдается перепад температуры, полученный на счет дополнительного перераспределения температуры за счет эффекта Томсона.

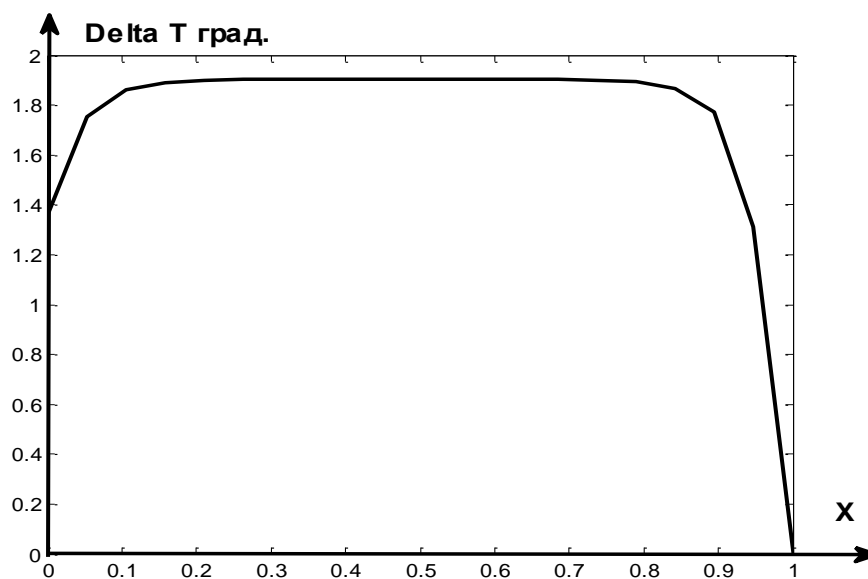


Рис. 4. Распределение температуры вдоль тепловыделяющего элемента на основе углеродной нити при второй степени порядка точности $O(h^2)$.

На этом рисунке хорошо видна неравномерность распределения температур тепловыделяющего элемента на основе углеродной нити. Можно отметить, что перепады температур - весьма существенны и могут достигать нескольких градусов (в рассматриваемом примере перепад температуры между концами углеродной нити составил 1,4 градуса при максимальном нагреве нити на 6 градусов C).

Все эти результаты, полученные теоретическим путем, были подтверждены экспериментально [4].

Данная работа представляет интерес для широкого круга разработчиков изделий с использованием тканых электронагревателей с тепловыделяющими элементами на основе углеродных нитей, а также специалистов в области нанотеплофизики.

Список литературы

1. Шульженко А.А. Анализ и синтез устройств обогрева узлов машин. Диссертация. ИМАШ РАН. - 2011. - 142 с.
2. Винтайкин Б.Е. Физика твердого тела. Учебное пособие. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2008. - 360 с.
3. Термоэлектрические явления. URL: <http://www.megabook.ru>. (дата обращения 14.04.2014).
4. Шульженко А.А., Модестов М.Б. Метод расчета тепловыделяющих элементов на основе углеродных (графитовых) нитей. // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2015. - № 4 . - С. 103-110.
5. Самарский А.А., Вабишевич П.Н. Вычислительная теплопередача.- М.: Книжный дом ЛИБРОКОМ, 2009. - 784 с.

Дата поступления: 15 мая 2019 г.