

УДК 62-52,534.1

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ЦЕПНОЙ ЧЕТЫРЕХМАССНОЙ ВИБРОУДАРНОЙ СИСТЕМЫ С САМОСИНХРОНИЗИРУЮЩИМИСЯ ВИБРОВОЗБУДИТЕЛЯМИ

© Александр Евгеньевич Шохин, Андрей Николаевич Никифоров  
Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия  
[shohinsn@mail.ru](mailto:shohinsn@mail.ru)

*Аннотация.* В работе рассмотрена модель динамики вибрационной щековой дробилки в виде четырех-массной виброударной системы, колебания которой возбуждаются с помощью самосинхронизирующихся инерционных вибровозбудителей, установленных на рабочих органах. Обрабатываемая среда моделируется в виде подвижного твердого тела с вязкоупругими контактными элементами, посредством которых происходит ее контактное взаимодействие с рабочими органами. Проанализированы виброударные режимы движения модели в зависимости от частоты вращения вибровозбудителей. Показано, что возникновение асимметрии контактных свойств обрабатываемой среды может приводить к нарушению требуемой противофазной синхронизации вращения дебалансов.

**Ключевые слова:** инерционный вибровозбудитель, самосинхронизация, цепная система, виброударная система.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №18-08-01491\_a.

## MODELLING OSCILLATIONS OF A FOUR-MASS VIBRO-IMPACT SYSTEM WITH SELF-SYNCHRONIZING VIBRATION EXCITERS

© A.E. Shokhin, A.N. Nikiforov

Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia  
[shohinsn@mail.ru](mailto:shohinsn@mail.ru)

*Abstract.* A model of a vibratory jaw crusher in the form of four-mass vibro-impact system, which oscillations are excited by self-synchronizing inertial vibration exciters installed on the working bodies is considered. The processed medium is modeled as a moving rigid body with viscoelastic contact elements, by means of which it interacts with the working bodies. Vibro-impact modes of the model's motion are analyzed depending on the rotational frequency of vibration exciters. It is shown that the occurrence of asymmetry of the contact properties of the treated medium can lead to the violation of the required antiphase synchronization of the debalances rotation.

**Keywords:** inertial vibration exciter, self-synchronization, chain-type system, vibro-impact system.

*Acknowledgements.* The reported study was funded by RFBR according to the research project № 18-08-01491\_a.

**Введение.** Для нормальной работы вибрационных щековых дробилок с двумя подвижными щеками, колебания которых возбуждаются самосинхронизирующимися инерционными вибровозбудителями, необходимо обеспечить их синхронные колебания во встречном направлении. Тип синхронизации колебаний щек и вращения вибровозбудителей в такой системе обеспечивается за счет эффекта самосинхронизации, и определяется соотношением между механическими параметрами системы, характеристиками обрабатываемой среды, параметрами электропривода вибровозбудителей, и частотой их вращения [1-3]. При исследовании динамики таких дробилок особую сложность представляет учет взаимодействия щек с обрабатываемым материалом. При разработке математических моделей силовое взаимодействие обычно учитывается в виде сил эквивалентного вязкого трения [1,3,4]. При этом не учитываются масса обрабатываемой среды, её упругие характеристики, а также виброударный характер ее взаимодействия с щеками дробилки. С целью выявления возможного влияния свойств обрабатываемой среды на синхронизацию вращения дебалансов и колебаний щек дробилки в настоящей работе на основе модели четырех-массной виброударной системы проводится анализ динамики щековой дробилки с двумя подвижными щеками, совершающими прямолинейные колебания, возбуждаемые дебалансными вибровозбудителями, установленными на щеках.

**Математическая модель.** Расчетная схема модели дробилки представлена на рис. 1. Модель состоит из жесткой рамы, моделируемой твердым телом массой  $m_1$ , и двух подвижных щек – рабочих органов, моделируемых твердыми телами массой  $m_2$  и  $m_4$  соответственно. Рама упруго закреплена относительно неподвижного основания с помощью линейного вязкоупругого элемента с коэффициентами жесткости  $c_{01}$  и вязкости  $b_{01}$ . Левый и правый рабочие органы упруго закреплены относительно рамы с помощью линейных пружин жесткостью  $c_{12}$  и  $c_{14}$  соответственно. Обрабатываемая среда моделируется твердым телом массы  $m_3$  с установленными слева и справа линейными вязкоупругими ограничителями, с коэффициентами жесткости и вязкости соответственно  $c_{23}$  и  $b_{23}$  для левого ограничителя, и  $c_{34}$  и  $b_{34}$  для правого, посредством которых происходит ее контактное взаимодействие с рабочими органами. Кроме того, твердое тело  $m_3$  связано с неподвижным основанием линейным вязкоупругим элементом с коэффициентами жесткости и вязкости соответственно  $c_{30}$  и  $b_{30}$ , который обеспечивает ее возврат в исходное положение только при отсутствии контакта с рабочими органами. Таким образом, моделируется приток новой необработанной части среды через неподвижное загрузочное окно дробилки в рабочее пространство между щеками. Каждое твердое тело имеет одну степень свободы, соответствующую поступательному перемещению вдоль горизонтальной оси  $Ox$ . В исходном состоянии рабочие органы могут быть установлены с зазором (натягом) относительно контактных элементов тела  $m_3$ , задаваемого величинами  $\delta_{23}$  и  $\delta_{34}$  соответственно для левого и правого рабочего органа.

Колебания механической системы возбуждаются с помощью двух дебалансных вибровозбудителей с массой дисбаланса  $m_{ej}$  и эксцентриситетом  $r_j$  ( $j=1,2$  – номер вибровозбудителя), жестко закрепленных на рабочих органах. Вращение каждого из дебалансов обеспечивается асинхронным электродвигателем, с приведенным к валу дебаланса моментом инерции  $J_j$ . Крутящий момент  $L_j$  каждого из двигателей описывается его статической характеристикой [5]. Трение в опорах валов дебалансов учитывается в виде моментов  $R_j$  сил сухого трения (на рис. 1 не показаны).

Перемещения тел  $m_i$  ( $i=1,2..4$ ) описываются координатами  $x_j$  их центров масс, отсчитываемых от их положения равновесия. Положения дисбалансов описываются углами поворота  $\varphi_j$  ( $j=1,2$ ), отсчитываемыми от отрицательного направления оси  $Ox$ .

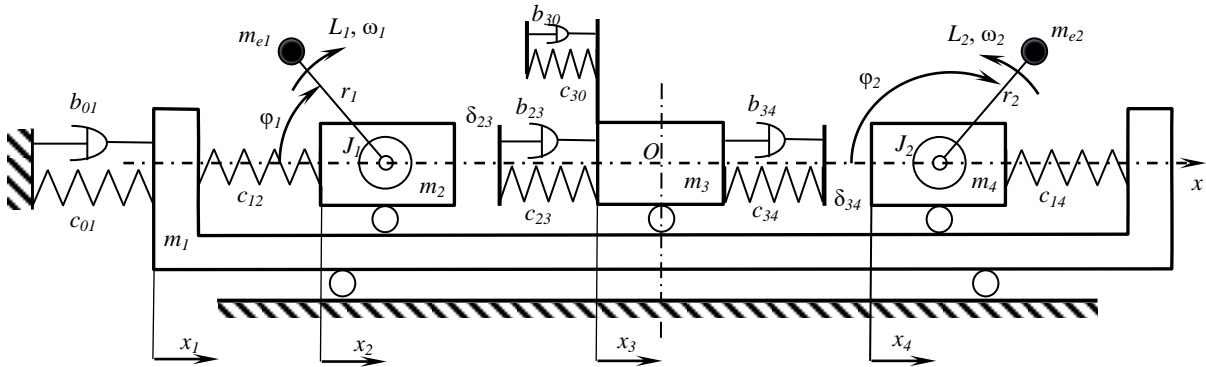


Рис. 1. Расчетная схема.

Уравнения движения системы в безразмерной форме имеют вид:

$$\begin{cases} \mu_1 \ddot{y}_1 + 2\eta\beta_{01}\dot{y}_1 + (1 + \zeta_{14} + \zeta_{01})y_1 - y_2 - \zeta_{14}y_4 = 0 \\ \dot{y}_2 - y_1 + y_2 + F_{23} = \ddot{\varphi}_1 \sin\varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2 \cos\varphi_1 \\ \mu_3 \ddot{y}_3 - F_{23} + F_{34} + F_{30} = 0 \\ \mu_4 \ddot{y}_4 - \zeta_{14}y_1 + \zeta_{14}y_4 - F_{34} = \ddot{\varphi}_2 \sin\varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos\varphi_2 \\ \ddot{\varphi}_1 = d_1((\tilde{L}_1 - \tilde{R}_1)L_1^* + \dot{y}_2 \sin\varphi_1) \\ \ddot{\varphi}_2 = d_2((\tilde{L}_2 - \tilde{R}_2)L_2^* + \dot{y}_4 \sin\varphi_2) \end{cases} \quad (1)$$

где

$$F_{23} = \begin{cases} \zeta_{23}(y_2 - y_3 - \tilde{\delta}_{23}) + 2\eta(\dot{y}_2 - \dot{y}_3), & \text{при } y_2 - y_3 - \tilde{\delta}_{23} > 0 \text{ и } \dot{y}_2 - \dot{y}_3 > 0 \\ \zeta_{23}(y_2 - y_3 - \tilde{\delta}_{23}), & \text{при } y_2 - y_3 - \tilde{\delta}_{23} > 0 \text{ и } \dot{y}_2 - \dot{y}_3 \leq 0 \\ 0, & \text{при } y_2 - y_3 - \tilde{\delta}_{23} \leq 0 \end{cases},$$

$$F_{34} = \begin{cases} \zeta_{34}(y_3 - y_4 - \tilde{\delta}_{34}) + 2\eta\beta_{34}(\dot{y}_3 - \dot{y}_4), & \text{при } y_3 - y_4 - \tilde{\delta}_{34} > 0 \text{ и } \dot{y}_3 - \dot{y}_4 > 0 \\ \zeta_{34}(y_3 - y_4 - \tilde{\delta}_{34}), & \text{при } y_3 - y_4 - \tilde{\delta}_{34} > 0 \text{ и } \dot{y}_3 - \dot{y}_4 \leq 0 \\ 0, & \text{при } y_3 - y_4 - \tilde{\delta}_{34} \leq 0 \end{cases},$$

$$F_{30} = \begin{cases} \zeta_{30}y_3 + 2\eta\beta_{30}\dot{y}_3, & \text{при } y_2 - y_3 - \tilde{\delta}_{23} \leq 0 \text{ и } y_3 - y_4 - \tilde{\delta}_{34} \leq 0 \\ 2\eta\beta_{30}\dot{y}_3, & \text{при } y_2 - y_3 - \tilde{\delta}_{23} > 0 \text{ или/и } y_3 - y_4 - \tilde{\delta}_{34} > 0 \end{cases},$$

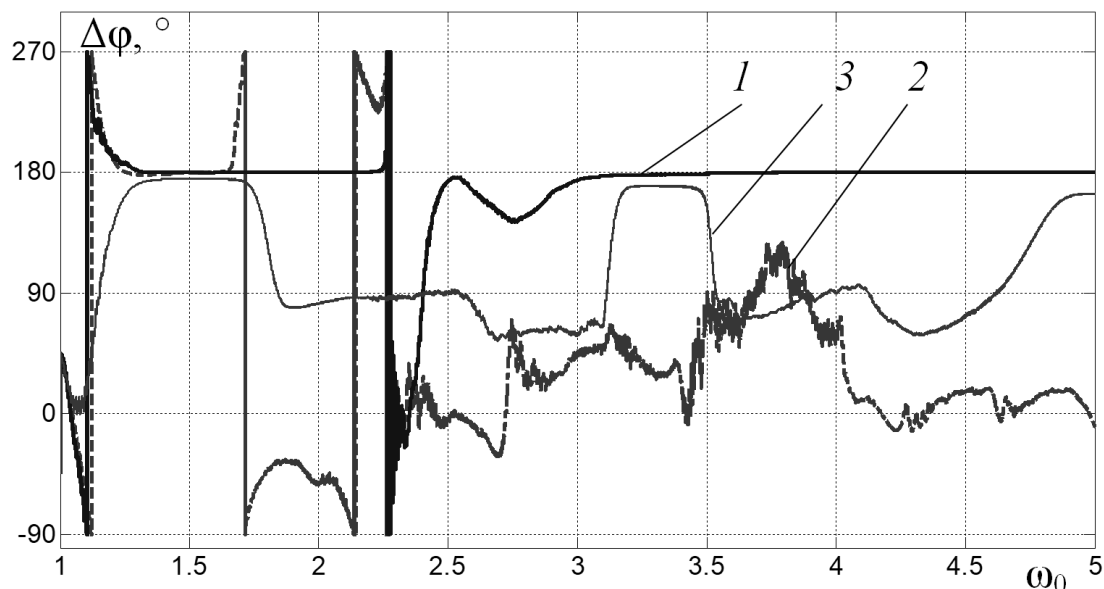
$\mu_n = m_n/(m_2 + m_{e1})$  ( $n = 1,3$ ),  $\mu_4 = (m_4 + m_{e2})/(m_2 + m_{e1})$ ,  $\zeta_{01} = c_{01}/c_{12}$ ,  $\zeta_{23} = c_{23}/c_{12}$ ,  $\zeta_{34} = c_{34}/c_{12}$ ,  $\zeta_{14} = c_{14}/c_{12}$ ,  $\zeta_{30} = c_{30}/c_{12}$ ,  $2\eta = \frac{b_{23}}{m_2 + m_{e1}} T_*$ ,  $\beta_{34} = b_{34}/b_{23}$ ,  $\beta_{30} = b_{30}/b_{23}$ ,  $y_i = x_i/X_*$  - безразмерные координаты,  $X_* = \frac{m_{e1}r_1}{c_{12}T_*^2}$ ,  $\tilde{\delta}_{23} = \delta_{23}/X_*$ ,  $\tilde{\delta}_{34} = \delta_{34}/X_*$ ,  $T_* = \sqrt{\frac{m_2 + m_{e1}}{c_{12}}}$  - масштаб времени,  $d_j = \frac{m_{ej}r_j X_*}{(J_j + m_{ej}r_j^2)}$ ,  $L_j^* = \frac{T_*^2}{m_{ej}r_j X_*}$ ,  $\tilde{L}_j = 2M_{cj}/(s_{cj}/s_j - s_j/s_{cj})$ ,  $M_{cj}$  и  $s_{cj}$  соответственно критические крутящий момент и скольжение электродвигателя,  $s_{cj} = (\omega_{0j} - \dot{\varphi}_j)/\omega_{0j}$ ,  $\omega_{0j}$  -

синхронная скорость вращения электродвигателя,  $\tilde{R}_j = f_j \dot{\varphi}_j^2 \text{sign}(\dot{\varphi}_j)$ ,  $f_j$  – коэффициент сухого трения, точками обозначено дифференцирование по безразмерному времени  $\tau = t/T_*$ . Представленная система уравнений позволяет провести анализ виброударных режимов движения дробилки с учетом возможной асимметрии сил контактного взаимодействия обрабатываемой среды с ее щеками.

**Анализ результатов моделирования.** Моделирование колебаний системы выполнялось численно в Matlab с использованием стандартных функций численного интегрирования систем дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты с установленной дополнительной опцией решателя, которая обеспечивала точное определение моментов начала и окончания контакта рабочих органов с обрабатываемой средой. При исследовании частотных характеристик системы задавалась безразмерная синхронная частота  $\omega_0$  вращения электродвигателей, что соответствует заданию частоты питающего их напряжения, которая медленно изменялась в диапазоне значений  $1 \leq \omega_0 \leq 5$ . При этом в рассматриваемом диапазоне частот максимальный крутящий момент двигателя считался неизменным. Расчеты проводились при следующих значениях параметров системы:  $\mu_1 = 5$ ,  $\mu_3 = 0.05$ ,  $\mu_4 = 1$ ,  $\eta = 0.3$ ,  $\zeta_{01} = 0.1$ ,  $\zeta_{14} = 1$ ,  $\zeta_{30} = 1$ ,  $\beta_{01} = 0.01$ ,  $\beta_{34} = 1$ ,  $\beta_{30} = 0.1$ ,  $\delta_{23} = 1$ ,  $\delta_{34} = 0$ ,  $M_{c1} = M_{c2} = 1$ ,  $s_{c1} = s_{c2} = 0.8$ ,  $f_1 = f_2 = 0.01$ ,  $d_1 = d_2 = 0.011$ ,  $L_1^* = L_2^* = 180.45$ .

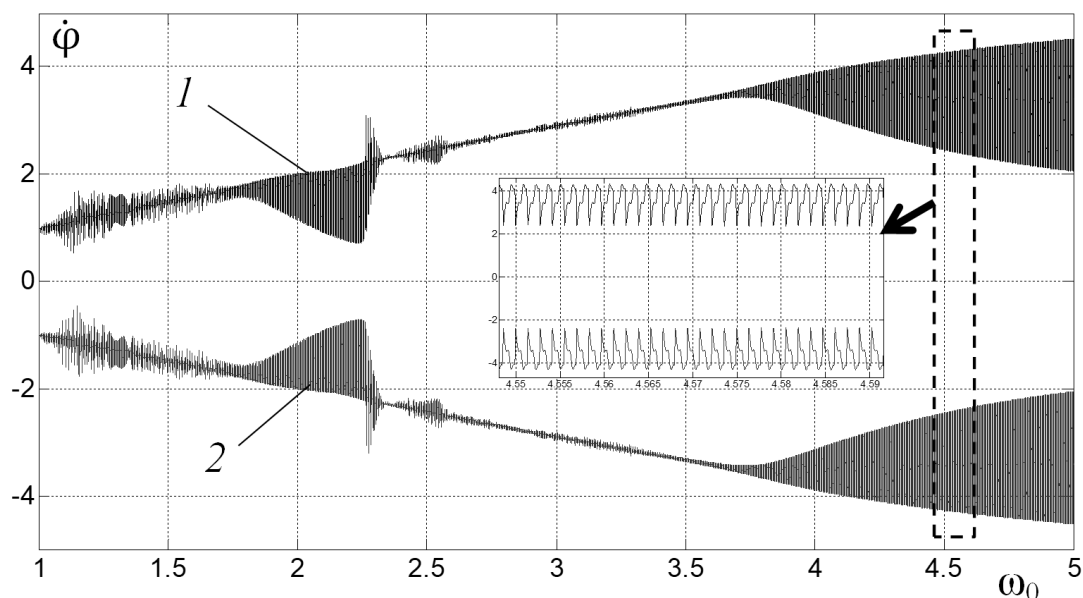
На рис. 2 представлены графики изменения взаимного сдвига фаз вращения левого и правого дебалансов  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  в зависимости от синхронной частоты вращения электродвигателей (дебалансов)  $\omega_0$ , при различных значениях жесткости левого и правого контактных элементов обрабатываемой среды. Значениям  $\Delta\varphi = 180^\circ$  соответствует синхронно-противофазный режим вращения дебалансов, возбуждающий встречные (противофазные) колебания рабочих органов, при  $\Delta\varphi = 0^\circ$  дебалансы вращаются синхронно в фазе. Из графиков видно, что при  $\zeta_{23} = \zeta_{34} = 100$  (кривая 1) имеются две выраженные области частот  $1.3 < \omega_0 < 2.2$  и  $3.5 < \omega_0 \leq 5$  с синхронно-противофазным типом синхронизации вращения дебалансов. Уменьшение жесткости одновременно левого и правого контактных элементов до  $\zeta_{23} = \zeta_{34} = 10$  (кривая 2) приводит к сужению левой области частот устойчивой противофазной синхронизации дебалансов, и исчезновению правой области частот. При несимметричном уменьшении жесткости контактных элементов (кривая 3) наблюдается изменение областей частот с устойчивой синхронизацией вблизи  $\Delta\varphi = 180^\circ$ , а так же появление областей частот с устойчивой синхронизацией вблизи  $\Delta\varphi = 90^\circ$  и  $\Delta\varphi = 63^\circ$ . Анализ осциллограмм колебаний рабочих органов показывает, что в областях частот с устойчивым типом синхронизации вблизи значений  $\Delta\varphi$  существенно отличных от  $180^\circ$  наблюдаются преимущественно синфазные колебания рабочих органов.

На рис. 3 представлены графики изменения скорости вращения левого и правого двигателей в зависимости от  $\omega_0$  при  $\zeta_{23} = \zeta_{34} = 100$ . В увеличенном масштабе показаны скорости вращения дебалансов в области частот, выделенной пунктирным прямоугольником, соответствующей виброударному режиму движения системы с противофазными колебаниями рабочих органов. Видно, что в областях устойчивой противофазной синхронизации вращения дебалансов, вследствие периодических ударов рабочих органов с обрабатываемой средой, возникает существенная неравномерность скорости вращения дебалансов.



**Рис. 2.** Взаимный сдвиг фаз вращения левого и правого  $\Delta\varphi$  в зависимости от синхронной частоты вращения электродвигателей  $\omega_0$ : 1 – при  $\zeta_{23} = \zeta_{34} = 100$ , 2 – при  $\zeta_{23} = \zeta_{34} = 10$ , 3 – при  $\zeta_{23} = 10$  и  $\zeta_{34} = 100$ .

С увеличением частоты эта неравномерность возрастает, вследствие увеличения амплитуд колебаний, и соответственно интенсивности ударов. В областях с малой неравномерностью скоростей вращения дебалансов отличие их средних скоростей от синхронной частоты вращения электродвигателей обусловлено наличием момента сил трения в опорах дебалансов, который увеличивается с увеличением частоты их вращения.



**Рис. 3.** Скорости вращения дебалансов в зависимости от частоты  $\omega_0$ : 1 – левого дебаланса, 2 – правого дебаланса.

**Заключение.** Представленная модель щековой дробилки с прямолинейным движением рабочих органов позволяет выполнить анализ ударных и безударных режимов ее движения с

учетом возможной асимметрии сил взаимодействия обрабатываемой среды с рабочими органами. Показано, что в областях устойчивой противофазной синхронизации вращения дебалансов устанавливается периодический виброударный режим движения с противофазными колебаниями рабочих органов, вызывающий существенную неравномерность скорости вращения дебалансов. Установлено, что уменьшение контактной жесткости обрабатываемой среды хотя бы с одним из рабочих органов дробилки приводит к сужению области частот устойчивых синхронных противофазных вращений дебалансов.

#### Список литературы

1. Вибрации в технике: Справочник в 6-ти томах. Т.4. Вибрационные процессы и машины / Под. ред. Е.Е. Лавенделиса. - М.: Машиностроение, 1981.
2. Блехман И.И. Вибрационная механика. - М.:Физматлит, 1994.
3. Вайсберг Л. А., Зарогатский Л. П., Туркин В. Я. Вибрационные дробилки. Основы расчета, проектирования и технологического применения. - СПб.: Изд-во ВСЕГЕИ, 2004.
4. Шишкин Е.В., Сафронов А.Н. Динамика вибрационной щековой дробилки с учетом влияния технологической нагрузки // Обогащение руд. - 2016. - № 6 (366). - С. 39-43.
5. Astashev V.K., Babitsky V.I., Kolovsky M.Z. Dynamics and Control of Machines. - Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2000.

*Дата поступления: 11 декабря 2018 г.*