

УДК 62-235

## ЦИКЛИЧЕСКИЕ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ В АВТОМАТИЧЕСКИХ КОРОБКАХ ПЕРЕДАЧ

© Константин Борисович Саламандра, Леонид Иосифович Тывес  
Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия  
[ksalamandra@yandex.ru](mailto:ksalamandra@yandex.ru), [l-tyves@hovrino.net](mailto:l-tyves@hovrino.net)

**Аннотация.** Статья посвящена анализу динамической модели трансмиссии транспортного средства с автоматической коробкой передач и численному моделированию циклических переключений передач в автоматических коробках передач. В рассматриваемой динамической модели отражены её наиболее существенные свойства: многомассовость, упругость и диссипация энергии, соотношение движущих сил и сил сопротивления движению, фиксированные программные значения скоростей выходного вала коробки передач, при которых происходят переключения. Скоротечность процесса переключения передач в автоматических коробках передач (0,2 – 0,5 сек) позволяет описывать этот процесс как ударное взаимодействие элементов трансмиссии, применить закон сохранения количества движения и записать условия припасовывания координат и скоростей элементов модели, разделенных переключением передач. По получаемым начальным условиям строятся решения дифференциальных уравнений движения модели на интервалах между переключениями передач. Приведены результаты численного моделирования динамики упрощенных моделей трансмиссии с автоматической коробкой передач.

**Ключевые слова:** переключение передач, автоматическая коробка передач, циклические переключения, динамическая модель, трансмиссия.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-38-00567).

## CYCLIC GEAR SHIFTS IN GEARBOXES WITH AUTOMATIC CONTROL

© Konstantin Salamandra, Leonid Tyves

Mechanical Engineering Research Institute of the Russian academy of Sciences, Moscow, Russia  
[ksalamandra@yandex.ru](mailto:ksalamandra@yandex.ru), [l-tyves@hovrino.net](mailto:l-tyves@hovrino.net)

**Abstract.** The article is devoted to the analysis of the dynamic model of the vehicle's automatic transmission and the numerical simulation of cyclic gear shifts. The most essential properties are reflected in the dynamic model: multi-mass, elasticity and energy dissipation, the ratio of driving forces and resistant forces, fixed program values of the rotation speeds of gearbox output shaft, at which the gear shift takes place. The time duration of the gear shift in automatic transmission is 0.2 - 0.5 seconds and it allows to describe this process as impact interaction of the transmission elements, apply the momentum conservation law and write down the conditions for fitting the coordinates and speeds of the model elements separated by gear shifts. Based on the initial conditions obtained, the solutions of the differential equations of motion of the model on the intervals between the gear shifts are found. The results of numerical simulation of the dynamics of simplified automatic transmission models are presented.

**Keywords:** gear shifts, automatic transmission, cyclic gear shifts, dynamic model, gearbox.

**Acknowledgements.** The research was supported by Russian Foundation for Basic Research, project No 16-38-00567.

Основным способом снижения расхода топлива транспортными средствами (ТС) является обеспечение работы двигателя в узком диапазоне скоростей, характеризующихся наилучшей эффективностью. Уменьшение диапазона рабочих скоростей двигателя приводит к увеличению числа ступеней в автоматических коробках передач (АКП) [1] и, соответственно, к сближению скоростей переключений соседних ступеней АКП [2-5]. Близость скоростей переключений на соседние ступени может стать причиной циклических низкочастотных и высокочастотных переключений [2, 5] с включаемой передачи на выключаемую и обратно.

Низкочастотное заикливание наблюдается при равномерном движении ТС в зоне близких значений скоростей переключений на соседние ступени при периодических изменениях внешних условий. Например, частая смена подъемов и спусков, когда при движении под гору включается повышающая ступень, а при движении в гору – понижающая. То же может происходить на извилистых участках: перед поворотом включается повышающая ступень, после поворота – понижающая. Вопросы диагностирования таких циклических переключений, экспериментальные данные и способы снижения вероятности их появления с помощью учета дополнительных параметров, косвенно свидетельствующих о цикличности, рассматривались в работах [6-8].

Высокочастотное заикливание связано с сокращением длительности процесса переключения передач в АКП. В настоящее время, благодаря применению современных фрикционных материалов, быстродействующих гидроприводов и широким возможностям систем управления, она находится в пределах 0,2 – 0,5 сек [3, 5, 9]. При столь малых значениях времени процесс переключения приобретает свойства ударного взаимодействия элементов трансмиссии, возбуждающих колебания выходного вала АКП, скорость вращения которого считывается датчиком системы управления. Инерционные моменты, вызванные резким изменением скоростей элементов трансмиссии в процессе переключения ступеней, существенно превышают моменты двигателя и приведенные моменты сил сопротивления движению. При малом демпфировании величина амплитуды изменений скорости вращения выходного вала АКП может быть весьма существенной, что вызовет обратное переключение на предыдущую передачу и приведет к заикливанию, что в свою очередь может приводить к увеличению динамических нагрузок на элементы трансмиссии ТС.

**Целью настоящего исследования** является динамический анализ модели трансмиссии ТС с АКП на основе численного моделирования режимов движения с циклическими переключениями ступеней передач различной частоты и определение границ их существования в области параметров этой системы.

**Методы исследования** динамических процессов переключений передач в АКП в основном базируются на дифференциальном принципе теоретической механики, при котором процесс рассматривается поэтапно и на каждом этапе составляются дифференциальные уравнения динамики [2-5, 9-11]. В виду кратковременности процесса переключения представляется целесообразным использование интегрального принципа на базе закона сохранения момента количества движения [12, 13].

На рис. 1 представлена динамическая модель трансмиссии с двухступенчатой АКП. На входном валу I АКП инерционный элемент  $J_1$  представляет приведенные к входному валу АКП моменты инерции подвижных звеньев двигателя; на выходном валу O АКП элемент  $J_0^*$  – момент инерции выходного вала коробки передач и приведенных к нему моментов инерции последовательных звеньев трансмиссии до звена с максимальной податливостью; элемент  $J_{VT}$  – приведенный момент инерции звеньев трансмиссии после звена с максимальной податливостью, включая корпус ТС.  $J_0^*$  и  $J_{VT}$  связаны упругим звеном с коэффициентами жесткости  $c$  и демпфирования  $b$ . В памяти системы управления хранится карта переключений ступеней: с первой на вторую и со второй на первую в виде фиксированных значений скоростей. Информация о скорости вращения элемента  $J_0^*$  поступает от датчика скорости в контроллер и используется для управления муфтами  $c_1$  и  $c_2$

переключения передач с передаточными отношениями  $i_1$  и  $i_2$ .  $M_1$  и  $M_R$  – момент на входном валу АКП и момент сил сопротивления движению ТС.

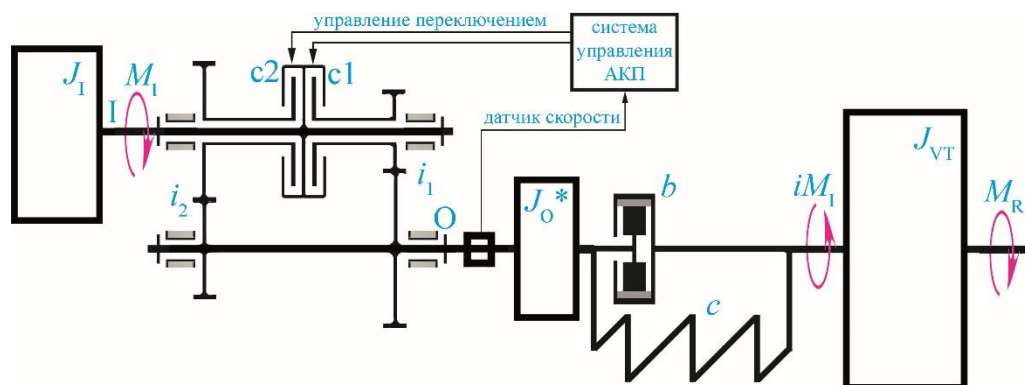


Рис. 1. Динамическая модель трансмиссии с двухступенчатой АКП.

Опыт применения интегрального принципа в решении задач динамического анализа процесса переключений в АКП [13] позволяет перейти к рассмотрению упрощенной ударной модели.

**Упрощенная модель двухступенчатой коробки передач с упругим и диссипативным элементами** представлена на рис. 2. В ней элементы вращения схемы рис. 1 заменены на элементы поступательного прямолинейного перемещения. Имеют место соответствия:  $m_1 \sim J_1$ ,  $m_2^* \sim J_0^*$ ,  $m_3 \sim J_{VT}$ ,  $iM_1 \sim P_0$ ,  $M_R \sim P_R$ . Элементы с коэффициентами жесткости  $c$  и демпфирования  $b$  связывают массы  $m_2^*$  (рамка на рис. 2) и  $m_3$ . Процесс переключения передач в модели сводится к «мягкому» отрыву массы  $m_1$  от одной стенки рамки  $m_2^*$  и последующему ударному соединению с нулевым коэффициентом восстановления скорости с другой её стенкой. Таким образом, имеет место «насильственный» переброс массы  $m_1$  от одного края рамки  $m_2^*$  к другому, который отражает эффект быстрого соединения приведенных к входному и выходному валам муфты включаемой передачи инерционных элементов трансмиссии. В промежутках между переключениями передач массы  $m_1$  и  $m_2^*$  представляют собой единую массу ( $m_1 + m_2^*$ ).

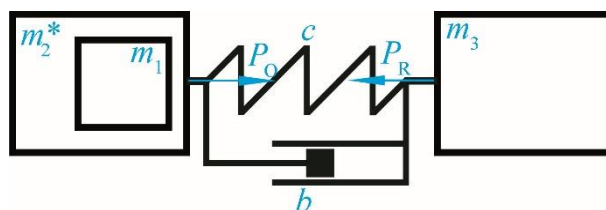


Рис.2. Упрощенная ударная модель переключения передач с упругим элементом и демпфером.

Скорость  $\dot{x}_2$  массы  $m_2^*$  (аналога «выходного вала коробки передач») считывается датчиком скорости. Введем задаваемые в программе переключения передач значения скоростей  $\dot{x}_2$ , при достижении которых должны осуществляться переключения:  $\dot{x}^{(12)}$  – с первой на вторую и  $\dot{x}^{(21)}$  – со второй на первую (в параметрах состояния объединенной массы ( $m_1 + m_2^*$ ) нижний индекс не указывается). При этом для переключения передачи с первой на вторую необходимо, чтобы  $\ddot{x} > 0$ , а при переключении передачи со второй на первую  $\ddot{x} < 0$ .

Эффект удара при переключении передач в АКП объясняется быстрым изменением кинематических связей, определенных передаточными отношениями. Чем больше разность между передаточными отношениями, тем больше величина ударного импульса. Чтобы

учесть этот эффект в упрощенной модели при ударных соединениях масс  $m_1$  и  $m_2^*$ , введем в качестве параметров фиксированные значения скоростей массы  $m_1$  перед переключениями:  $\dot{x}_1^{(12)} = \rho_{12}\dot{x}^{(12)}$  при переключении с первой передачи на вторую (соударение справа (рис. 2)),  $\dot{x}_1^{(21)} = \rho_{21}\dot{x}^{(21)}$  при переключении передачи со второй на первую (соударение слева). Здесь  $\rho_{12}$  и  $\rho_{21}$  – постоянные параметры, причем  $\rho_{12} > 1$ , а  $\rho_{21} < 1$ . В этом случае в упрощенной модели при ударе  $m_1$  в правую стенку рамки скорость массы  $(m_1 + m_2^*)$  увеличится, а при ударе в левую стенку рамки соответственно уменьшится [13]. Введением коэффициентов  $\rho_{12}$  и  $\rho_{21}$  в упрощенной модели ударное взаимодействие элементов АКП при переключении передач фактически заменяется внешним импульсным воздействием с сохранением существа процесса. Скорость массы  $m_2^*$  перед переключением, например, с первой передачи на вторую  $\dot{x}^{(12)}$ , а скорость перебрасываемой массы  $m_1$  в этот момент  $\rho_{12}\dot{x}^{(12)}$ . С учетом введенного импульсного воздействия закон сохранения количества движения позволяет определить скорость массы  $(m_1 + m_2^*)$  после переключения  $\dot{x} = \dot{x}^{(12)}(m_1\rho_{12} + m_2^*)/(m_1 + m_2^*)$ . В этом случае скорость объединенной массы после переключения передачи возрастёт.

Движение модели в промежутках между «переключениями» передач описывается системой двух линейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2^*)\ddot{x} + b(\dot{x} - \dot{x}_3) + c(x - x_3) &= P_0 \\ m_3\ddot{x}_3 + b(\dot{x}_3 - \dot{x}) + c(x_3 - x) &= -P_R \end{aligned} \quad (1),$$

где  $x$  – координата массы  $(m_1 + m_2^*)$ ;  $x_3$  – координата массы  $m_3$ .

Модель, характеризуемая системой (1), рассматривалась в научно-технической литературе с начала XX-ого века практически во всех учебниках по теории колебаний [14, 15], в научных работах [16, 17], как часть виброударной системы [18], а также при исследовании механических систем с сильными пороговыми нелинейностями [19].

Частоты свободных колебаний модели при отсутствии демпфирования:  $k_1 = 0$ ;  $k_2 = \sqrt{c(m_1 + m_2^* + m_3)/(m_1 + m_2^*)m_3}$ . Частота затухающих колебаний:  $k_2^* = \sqrt{k_2^2 - h^2}$ , где  $h = \frac{b(m_1 + m_2^* + m_3)}{2(m_1 + m_2^*)m_3}$ .

В рассматриваемой упрощенной модели (рис. 2) величины инерционных элементов, жесткость упругого элемента и коэффициент диссипации от передачи к передаче не меняются и, следовательно, остаётся постоянной частота  $k_2^*$ . В схеме АКП (рис. 1) частота  $k_2^*$  на каждой передаче разная, т.к. приведенные к выходному валу АКП моменты инерции ведущих звеньев (двигателя и др.) зависят от передаточного отношения включенной передачи. Принятое допущение оправдано тем, что (как отмечалось выше) передаточные отношения смежных ступеней АКП близки по величине.

**Движение модели между переключениями** передач представляет собой колебание масс  $(m_1 + m_2^*)$  и  $m_3$  относительно центра масс, перемещающегося под действием движущих сил и сил сопротивления  $P_0 = const \neq 0$ ,  $P_R = const \neq 0$ . Движение центра масс модели является переносным движением модели. Относительное движение масс  $(m_1 + m_2^*)$  и  $m_3$  – синхронные колебания этих масс в противофазе, причем величины амплитуд колебаний обратно пропорциональны массам [15]. Общее решение полученных уравнений (1) имеет вид:

$$\begin{aligned} x &= Ae^{-ht} \sin(k_2^*t + \beta) + C_1 + C_2t + at^2/2 \\ x_3 &= \mu Ae^{-ht} \sin(k_2^*t + \beta) + C_1 + C_2t + at^2/2 \end{aligned} \quad (2),$$

где  $\mu = A_3/A = -[(m_1 + m_2^*)/m_3]$ ,  $a = (P_0 - P_R)/(m_1 + m_2^* + m_3)$ .

Постоянные  $A$ ,  $\beta$ ,  $C_1$  и  $C_2$  определяются через начальные условия, то есть через начальные положения и скорости масс модели. В (2) параметры  $C_1$ ,  $C_2$  и  $a$  – характеристики переносного

движения, то есть движения центра масс модели, параметры  $A$  и  $\beta$  – характеристики относительного движения. Начальное положение центра масс модели  $C_1$  принимаем равным нулю.

Дифференцированием уравнений (2) получим общий вид уравнений скоростей масс на  $i$ -ой передаче ( $i = 1, 2$ ) между переключениями:

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(i)} &= A^{(i)} e^{-ht} (k_2^* \cos(k_2^* t + \beta^{(i)}) - h \sin(k_2^* t + \beta^{(i)})) + C_2^{(i)} + a^{(i)} t \\ \dot{x}_3^{(i)} &= \mu A^{(i)} e^{-ht} (k_2^* \cos(k_2^* t + \beta^{(i)}) - h \sin(k_2^* t + \beta^{(i)})) + C_2^{(i)} + a^{(i)} t \end{aligned}$$

Переносная скорость  $C_2^{(i)}$  – начальная скорость центра масс модели на  $i$ -ой передаче.

Подстановкой  $\sin \alpha = h / \sqrt{h^2 + k_2^{*2}}$  и  $\cos \alpha = k_2^* / \sqrt{h^2 + k_2^{*2}}$  выражения скоростей масс преобразуются к виду:

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(i)} &= A^{(i)} e^{-ht} \sqrt{h^2 + k_2^{*2}} \cos(k_2^* t + \beta^{(i)} + \alpha) + C_2^{(i)} + a^{(i)} t \\ \dot{x}_3^{(i)} &= \mu A^{(i)} e^{-ht} \sqrt{h^2 + k_2^{*2}} \cos(k_2^* t + \beta^{(i)} + \alpha) + C_2^{(i)} + a^{(i)} t \end{aligned} \quad (3)$$

Режимы движения упрощенной ударной модели трансмиссии с АКП, которая, согласно приведенному выше описанию, является импульсной автоколебательной системой, определяются скоростями переключений передач. При заданном значении скорости переключения передачи, например, с первой на вторую, такое переключение передачи будет иметь место при  $\dot{x}^{(1)} = \dot{x}^{(2)}$  и  $\ddot{x}^{(1)} > 0$ , а при обратном переключении передачи, со второй на первую, только при  $\dot{x}^{(2)} = \dot{x}^{(1)}$  и  $\ddot{x}^{(2)} < 0$ .

В соответствии с первым уравнением системы (3) для заданного значения  $\dot{x}^{(12)}$  переключение передачи с первой на вторую возможно при следующих соотношениях параметров  $A^{(1)} e^{-ht} \sqrt{h^2 + k_2^{*2}} > \dot{x}^{(12)} - C_2^{(1)} - a^{(1)} t$ . Соотношение  $A^{(2)} e^{-ht} \sqrt{h^2 + k_2^{*2}} > C_2^{(2)} - \dot{x}^{(21)} - a^{(2)} t$  определяет возможность обратного переключения передачи (со второй на первую).

В зависимости от значений параметров рассматриваемой модели и начальных условий возможны различные переходные режимы движения. Например, при большой разности  $\dot{x}^{(12)} - \dot{x}^{(21)}$  величины амплитуды изменения скорости возбуждаемых при переключении передач будет недостаточно для обратного переключения передач и колебания затухнут. Уменьшению этой разности отвечает, упомянутая выше тенденция увеличения числа передач в АКП.

**Функции положения (2) и функция скорости  $\dot{x}_3$**  являются непрерывными на всём отрезке движения, а непрерывная на интервалах функция скорости  $\dot{x}$  является разрывной функцией с конечными скачками между интервалами. Последнее обстоятельство – признак нелинейности рассматриваемой системы, для решения задач динамики которой применим метод припасовки.

Условия припасовывания координат и скоростей модели на смежных интервалах при переключении с первой передачи на вторую имеют вид:

$$\begin{aligned} x^{(2)}(0) &= x^{(1)}(t_k^{(1)}); \quad x_3^{(2)}(0) = x_3^{(1)}(t_k^{(1)}); \\ \dot{x}^{(2)}(0) &= \frac{(m_1 \rho_{12} + m_2^*) \dot{x}^{(12)}}{m_1 + m_2^*}; \quad \dot{x}_3^{(2)}(0) = \dot{x}_3^{(1)}(t_k^{(1)}) \end{aligned} \quad (4)$$

Параметры модели заданы. Положения и скорости масс модели перед первым переключением передачи (в последующем в моменты времени  $t_k^{(i)}$ , т.е. при выполнении



условий переключения передачи) также должны быть заданы или известны, если каким-либо образом задано движение модели на первой передаче: (2) и (3).

Полученные из условий припасовки (4) начальные значения положений и скоростей масс модели на второй передаче определяют постоянные  $A^{(2)}$ ,  $\beta^{(2)}$ ,  $C_1^{(2)}$  и  $C_2^{(2)}$  решений дифференциальных уравнений движения модели на второй передаче:

$$\begin{aligned} x^{(2)}(0) &= A^{(2)} \sin \beta^{(2)} + C_1^{(2)} \\ x_3^{(2)}(0) &= \mu A^{(2)} \sin \beta^{(2)} + C_1^{(2)} \\ \dot{x}^{(2)}(0) &= A^{(2)} \sqrt{h^2 + k_2^{*2}} \cos(\beta^{(2)} + \alpha) + C_2^{(2)} \\ \dot{x}_3^{(2)}(0) &= \mu A^{(2)} \sqrt{h^2 + k_2^{*2}} \cos(\beta^{(2)} + \alpha) + C_2^{(2)} \end{aligned} \quad (5)$$

**Общий алгоритм вычисления произвольных постоянных** на интервалах непрерывных движений по известным начальным условиям включает следующие шаги:

1. Вычитание левых и правых частей второго уравнения системы (5) из аналогичных частей первого уравнения

$$x^{(2)}(0) - x_3^{(2)}(0) = (1 - \mu)A^{(2)} \sin \beta^{(2)}$$

2. Аналогичное действие с четвертым и третьим уравнениями системы (5) и последующие тождественные подстановки

$$\{[\dot{x}^{(2)}(0) - \dot{x}_3^{(2)}(0)] + h[x^{(2)}(0) - x_3^{(2)}(0)]\} / k_2^* = (1 - \mu)A^{(2)} \cos \beta^{(2)}$$

3. Умножение правой и левой части третьего уравнения системы (5) на  $\mu$  и последующее вычитание из четвертого уравнения третьего

$$\dot{x}_3^{(2)}(0) - \mu \dot{x}^{(2)}(0) = (1 - \mu)C_2^{(2)}$$

Первые два уравнения позволяют определить  $A^{(2)}$  и  $\beta^{(2)}$ , последнее  $C_2^{(2)}$ , постоянная  $C_1^{(2)}$  на первом интервале рассматриваемого движения может быть принята равной нулю, а на последующих интервалах равна сумме перемещений центра масс модели на предыдущих интервалах.

Движение модели на второй передаче, описываемое уравнениями (2) и (3), заканчивается в момент времени  $t_k^{(2)}$ , когда будут выполнены условия  $\dot{x}^{(2)}(t_k^{(2)}) = \dot{x}^{(21)}$  и  $\dot{x}^{(2)}(t_k^{(2)}) < 0$ . Это важный момент для решения вопроса существования эффекта заклинивания переключений передач как высокочастотных, зависящих в основном от характеристик относительных составляющих движения, так и низкочастотных, определяемых характеристиками переносного движения модели.

Обозначим фазу колебаний массы  $(m_1 + m_2^*)$  в момент времени  $t_k^{(2)}$   $\beta_k^{(2)} = k_2^* t_k^{(2)} + \beta^{(2)}$  и запишем условия припасовывания при переключении со второй передачи на первую:

$$\begin{aligned} A^{(2)} e^{-ht_k^{(2)}} \sin \beta_k^{(2)} + C_2^{(2)} t_k^{(2)} + a^{(2)} (t_k^{(2)})^2 / 2 &= A^{(1)} \sin \beta^{(1)} + C_1^{(1)} \\ \mu A^{(2)} e^{-ht_k^{(2)}} \sin \beta_k^{(2)} + C_2^{(2)} t_k^{(2)} + a^{(2)} (t_k^{(2)})^2 / 2 &= \mu A^{(1)} \sin \beta^{(1)} + C_1^{(1)} \\ \frac{(m_1 \rho_{21} + m_2^*) \dot{x}^{(21)}}{m_1 + m_2^*} &= A^{(1)} \sqrt{h^2 + k_2^{*2}} \cos(\beta^{(1)} + \alpha) + C_2^{(1)} \\ \mu A^{(2)} e^{-ht_k^{(2)}} \sqrt{h^2 + k_2^{*2}} \cos(\beta_k^{(2)} + \alpha) + C_2^{(2)} + a^{(2)} t_k^{(2)} &= \\ &= \mu A^{(1)} \sqrt{h^2 + k_2^{*2}} \cos(\beta^{(1)} + \alpha) + C_2^{(1)} \end{aligned} \quad (6)$$

В соответствии с приведенным выше общим алгоритмом решения систем уравнений припасовки решения системы уравнений (6) будут:

$$\sin \beta^{(1)} = \frac{A^{(2)}}{A^{(1)}} e^{-ht_k^{(2)}} \sin \beta_k^{(2)}$$

$$A^{(1)} = \frac{1}{k_2^*} \sqrt{\left(\dot{x}^{(1)}(0) - C_2^{(1)} + hA^{(2)} e^{-ht_k^{(2)}} \sin \beta_k^{(2)}\right)^2 + \left(A^{(2)} k_2^* e^{-ht_k^{(2)}} \sin \beta_k^{(2)}\right)^2}$$

$$C_2^{(1)} = \frac{\mu A^{(2)} e^{-ht_k^{(2)}} \sqrt{h^2 + k_2^{*2}} \cos(\beta_k^{(2)} + \alpha) + C_2^{(2)} + a^{(2)} t_k^{(2)} - \mu \dot{x}^{(21)} \frac{(m_1 \rho_{21} + m_2^*)}{m_1 + m_2^*}}{1 - \mu}$$

Подставляя  $A^{(2)} e^{-ht_k^{(2)}} \sqrt{h^2 + k_2^{*2}} \cos(\beta_k^{(2)} + \alpha) = \dot{x}^{(21)} - C_2^{(2)} - a^{(2)} t_k^{(2)}$  и  $\mu = -[(m_1 + m_2^*)/m_3]$ , получим следующее выражение для скорости переносного движения после переключения на первую передачу:

$$C_2^{(1)} = C_2^{(2)} + a^{(2)} t_k^{(2)} + \dot{x}^{(21)} m_1 \frac{(\rho_{21} - 1)}{m_1 + m_2^* + m_3} \quad (7)$$

В (7)  $(C_2^{(2)} + at_k^{(2)})$  скорость центра масс к моменту переключения, а  $\dot{x}^{(21)} m_1 (\rho_{21} - 1)$  – импульс воздействия на массу  $(m_1 + m_2^*)$  при переключении. Из (7) видно, что скорость центра масс не зависит от жесткости и демпфирования.

Соответственно, скорость  $\bar{C}_2^{(2)}$  центра масс модели в начале нового интервала:

$$\bar{C}_2^{(2)} = C_2^{(2)} + a^{(2)} t_k^{(2)} + a^{(1)} t_k^{(1)} + \frac{(\rho_{12} - 1) m_1 \dot{x}^{(12)} + (\rho_{21} - 1) m_1 \dot{x}^{(21)}}{m_1 + m_2^* + m_3} \quad (8)$$

Выражение (8) показывает, что скорость центра масс на каждом следующем периоде автоколебаний увеличивается. Кроме того, чем больше масса  $m_1$  ударника, тем больше приращение скорости. Т.е. при каждом переключении передачи в систему добавляется дополнительная энергия ударного импульса.

Так как амплитуда колебаний, в частности, зависит от переносной скорости, следовательно, при  $a^{(1)} = a^{(2)} = 0$  не достижимо совпадение амплитуды на соседних периодах автоколебаний и периодический режим в модели в этом случае невозможен.

Полученные соотношения также показывают, что чем выше величина скорости переключения, тем выше амплитуда колебаний скорости выходного вала и тем больше вероятность обратного переключения передачи. Таким образом, подтверждается утверждение, что на более высоких передачах в коробках передач вероятность возникновения автоколебаний выходного вала коробки передач увеличивается.

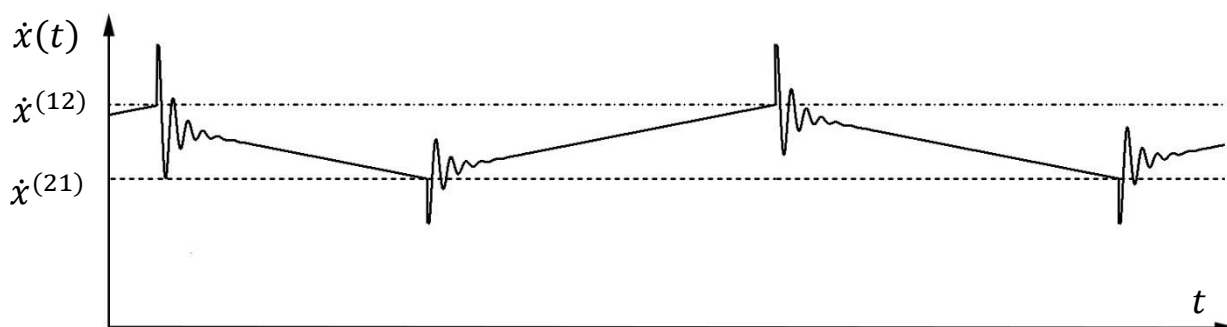
Аналитическое решение системы уравнений (6) требует определения длительности интервала  $t_k^{(2)}$ . Первое уравнение системы (3) позволяет определить время  $t_k^{(2)}$  и конечную фазу  $\beta_k^{(2)}$  колебаний перед переключением на первую передачу:

$$\beta_k^{(2)} = k_2^* t_k^{(2)} + \beta^{(2)} = \arccos \frac{\dot{x}^{(21)} - C_2^{(2)} - a^{(2)} t_k^{(2)}}{A^{(2)} e^{-ht_k^{(2)}} \sqrt{h^2 + k_2^{*2}}} - \alpha \quad (7)$$

Уравнение (7) не может быть решено аналитически. Поэтому представляется целесообразным проведение численного моделирования процесса движения модели при различных значениях её параметров.

**Численное моделирование** циклических переключений ступеней и демонстрацию поведения системы при различных условиях покажем для иллюстрации полученных выше зависимостей на графиках изменения скорости по времени.

1. Низкочастотные циклические переключения в АКП при переменном ускорении. С использованием описанной математической модели такой процесс может быть проиллюстрирован графиком на рис. 3.

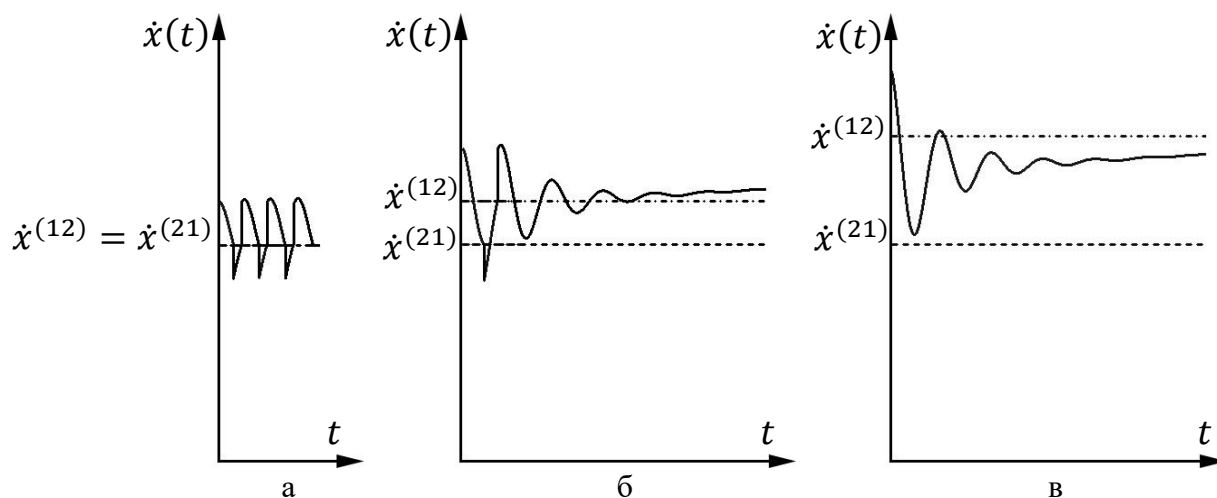


**Рис. 3.** График низкочастотных циклических переключений передач в АКП.

Адекватность предложенной математической модели характеризуется совпадением вида полученных графиков изменения скорости выходного вала АКП при переключениях передач с экспериментальными результатами, полученными, например, в работе [20].

2. Высокочастотные колебания переключений.

Для численного моделирования на начальном этапе рассмотрения движения системы примем постоянные  $A$ ,  $\beta$ ,  $C_1$ , и  $C_2$  равными нулю. Крайним случаем высокочастотного переключения передач является равенство скоростей переключений на соседние ступени (рис. 4а).



**Рис. 4.** Графики высокочастотных переключений передач в АКП при различных значениях скоростей переключений соседних передач.

Как видно на рис. 4а, модель выходит на режим автоколебаний даже при нулевых начальных условиях. Т.е. колебания самовозбуждаются при достижении скорости переключения, при этом амплитуда колебаний от переключения к переключению увеличивается.

С увеличением разницы между скоростями соседних переключений уменьшается вероятность обратного переключения (рис. 4б, 4в).

При увеличении масс  $m_1$  или  $m_3$  (соответствует увеличению приведенных моментов инерции двигателя и трансмиссии ТС) амплитуда колебаний увеличивается. Увеличение массы  $m_2$  (соответствует приведенному моменту инерции выходного вала АКП) приводит к



уменьшению амплитуды колебаний. Изменение ускорения практически не оказывает влияние на режим колебаний.

Уменьшить зону возбуждения автоколебаний выходного вала АКП можно за счет:

- увеличения жесткости (уменьшения упругости) выходного вала АКП и увеличения демпфирования;
- запаздывания на обработку сигналов с датчиков скорости выходного вала коробки передач после переключения;
- изменения соотношений моментов инерции звеньев коробки передач и трансмиссии;
- увеличения разности между скоростями соседних переключений.

**В результате** для динамического анализа процессов переключений передач в автоматических коробках передач и моделирования автоколебаний выходного вала коробки предложена математическая модель с упругим и диссипативным элементами. Переключение передач рассматривается, как ударное взаимодействие элементов трансмиссии. Модель позволяет для любых вариантов движения транспортного средства определить условия возникновения цикличности переключений ступеней и выработать критерии минимизации этого явления.

Модель может быть использована при разработке систем управления переключениями в автоматических коробках передач и согласования режимов работы двигателя, трансмиссии и коробки при различных условиях движения транспортного средства.

### Список литературы

1. Саламандра К.Б. Современные методы синтеза автоматических планетарных коробок передач // Известия МГТУ «МАМИ». - 2017. - № 3(33). - С. 49 – 55.
2. Genta G., Morello L. The Automotive Chassis. Mechanical Engineering Series. - Springer Dordrecht, 2009. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8676-2>.
3. Naunheimer H., Bertsche B., Ryborz J., Novak W. Automotive Transmissions. - Springer Berlin, Heidelberg, 2011. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-16214-5>.
4. Bai Sh., Maguire J., Peng H. Dynamic analysis and control system design of automatic transmission. SAE International, Warrendale, Pennsylvania, USA, 2013. ISBN 978-0-7680-7604-2.
5. Fischer R., Küçükay F., Jürgens G., Najork R., Pollak B. The Automotive Transmission Book. Powertrain. - Springer Cham, 2015. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-05263-2>.
6. Держанский В.Б., Тараторкин И.А. Адаптивное управление переключением передач гидромеханической трансмиссии на основе мониторинга технического состояния и режимов функционирования // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Машиностроение. - 2005. - № 14 (54). - С. 75-84.
7. Держанский В.Б., Тараторкин И.А., Рылеев А.В., Бураков Е.А. Прогнозирование цикличности переключения передач трансмиссии гусеничных машин // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Машиностроение. - 2007. - № 25 (97). - С. 66-69.
8. Васильев В.В. Анализ результатов теоретических и экспериментальных исследований алгоритмов управления автоматическими трансмиссиями колёсных машин // Журнал автомобильных инженеров. -2017. - № 1 (102). - С. 12-19.
9. Шарипов В.М., Дмитриев М.И., Зенин А.С., Маланин И.А., Смирнов И.А. К вопросу о буксовании фрикционных сцеплений при переключении передач без разрыва потока мощности в коробках передач автомобилей и тракторов // Тракторы и сельхозмашины. - 2015. - № 6. - С. 5-9.
10. Pfeiffer F. Mechanical System Dynamics. Corrected Second Printing. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-79436-3>

11. Шарипов В.М., Дмитриев М.И., Зенин А.С., Савкин Я.В. Работа сцепления в коробке передач при переключении без разрыва потока мощности от двигателя // Справочник. Инженерный журнал с приложением. – 2010, - № 11. – С. 8-15.
12. Чудаков Е.А. Конструкция и расчет автомобиля. Третье исправленное и дополненное издание. - М.: МАШГИЗ, 1953.
13. Саламандра К.Б., Тывес Л.И. Интегральный принцип в задачах динамического анализа переключений в автоматических коробках передач // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2017. - № 5. С. 22-29.
14. Timoshenko S. Vibration problems in engineering. - D. van Nostrand Company Inc., Toronto New York London, 1955.
15. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний: Учеб. пособие для вузов. – 3-е изд., перераб. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991.
16. Вульфсон И.И. Динамические расчеты цикловых механизмов. - Л.: Машиностроение (Ленингр. отд-ние), 1976.
17. Вейц В.Л., Коловский М.З., Кочура А.Е. Динамика управляемых машинных агрегатов. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984.
18. Бабицкий В.И. Теория виброударных систем. - М.: Наука, 1978. – 372 с.
19. Babitsky V.I., Krupenin V.L. Vibration of Strongly Nonlinear Discontinuous Systems. Foundations of Engineering Mechanics. - Springer Berlin Heidelberg, 2001.  
<https://doi.org/10.1007/978-3-540-44488-6>.
20. Блохин А.Н. Моделирование процесса управления сцеплением многоступенчатой трансмиссии с пневмоприводом // Актуальные вопросы машиноведения. -2014. - Т. 3. - С. 139-143.

*Дата поступления: 15 февраля 2018 г.*