

УДК 621.01

## АНАЛИЗ КИНЕМАТИКИ МЕХАНИЗМА ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ СО СВОЙСТВАМИ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ РАЗВЯЗКИ

© Г.В. Рашоян, К.А. Шалюхин, А.К. Алешин

ИМАШ РАН, Москва, Россия

[constmeister@gmail.com](mailto:constmeister@gmail.com)

*Аннотация.* В последнее время проблема создания высокоэффективных пространственных механизмов решается применением механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой. В статье охарактеризованы особенности кинематического анализа и расчета параметров подобных пространственных механизмов.

*Ключевые слова:* пространственные механизмы, сферический механизм, кинематическая развязка, задача о положениях.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-51-06002 МНТИ\_а.

## ANALYSIS OF KINEMATICS OF A PARALLEL STRUCTURE MECHANISM WITH KINEMATICAL DECOUPLING PROPERTIES

© G.V. Rashoyan, K.A. Shaliukhin, A.K. Aleshin

IMASH RAN, Moscow, Russia

[constmeister@gmail.com](mailto:constmeister@gmail.com)

*Abstract.* Recently, the problem of creating highly efficient spatial mechanisms is solved by the use of decoupled parallel structure mechanisms. In the article, features of the kinematic analysis and calculation of the parameters of such spatial mechanisms are characterized.

*Keywords:* spatial mechanisms, spherical mechanism, decoupling, position problem.

*Acknowledgements:* The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No 15-51-06002 MNTI\_a).

Современный уровень развития техники требует разработки новых эффективных механизмов, которые могут применяться в различных областях промышленности, в медицине и в исследовательских целях [1-7]. Решением многих проблем техники является разработка механизмов параллельной структуры [1,5], отличающихся повышенными показателями по точности и грузоподъемности, либо по быстродействию. Однако, у данных механизмов имеет место взаимная зависимость между перемещениями выходного звена от различных приводов, что усложняет управление и анализ [8-10]. Поэтому актуальной является задача обеспечения кинематической развязки между различными степенями свободы [11-15]. Это должно упростить математическое описание данных механизмов, повысить их функциональные возможности.

В качестве примера приведем механизм, у которого имеется кинематическая развязка не только с точки зрения поступательных движений, но и с точки зрения вращений (рисунок 1). Подобный результат достигается тем, что в сферической части механизма имеются два звена,

выполненные в виде дуг. Они управляют отклонениями выходного звена. Сферический механизм расположен на выходных валах поступательно направляющего механизма, состоящего из трех одинаковых кинематических цепей. На основании в каждой из цепей соосно расположены вращательный и поступательный привод. Движение от них передается через два блока шестерен, заменяющих ранее известные шарнирные параллелограммы. Вместе они образуют плоскую двухподвижную пару. Взаимная ортогональность приводов поступательного движения трех кинематических цепей обуславливает поступательное движение выходного звена только вдоль оси перемещения соответствующего привода. Первый (аналогично и второй) привод вращательного движения отклоняет выходное звено через втулку, расположенную в прорезях дуговых направляющих посредством двух зубчатых передач с передаточным отношением 1:1. Третий привод вращательного движения поворачивает выходное звено также через две зубчатые передачи с передаточным отношением 1:1, и карданный шарнир. Вращение звена от этого привода вокруг собственной оси не имеет ограничений. Поскольку оси входных валов сферического механизма пересекаются в одной точке, то при работе каждого вращательного привода осуществляется вращение выходного звена вокруг точки пересечения осей без изменения ее положения. Таким образом, каждое из шести движений приводов основания изоморфно передается на выходное звено, не оказывая влияния на его движение от остальных пяти приводов. Такое свойство механизма и является кинематической развязкой. Связь между координатами выходного звена и положением приводов можно выявить, решая задачу о положениях данного механизма. Решением прямой задачи о положениях будет выражение абсолютных координат через обобщенные (при этом отметим, что угол собственного вращения один и тот же в обеих системах координат).

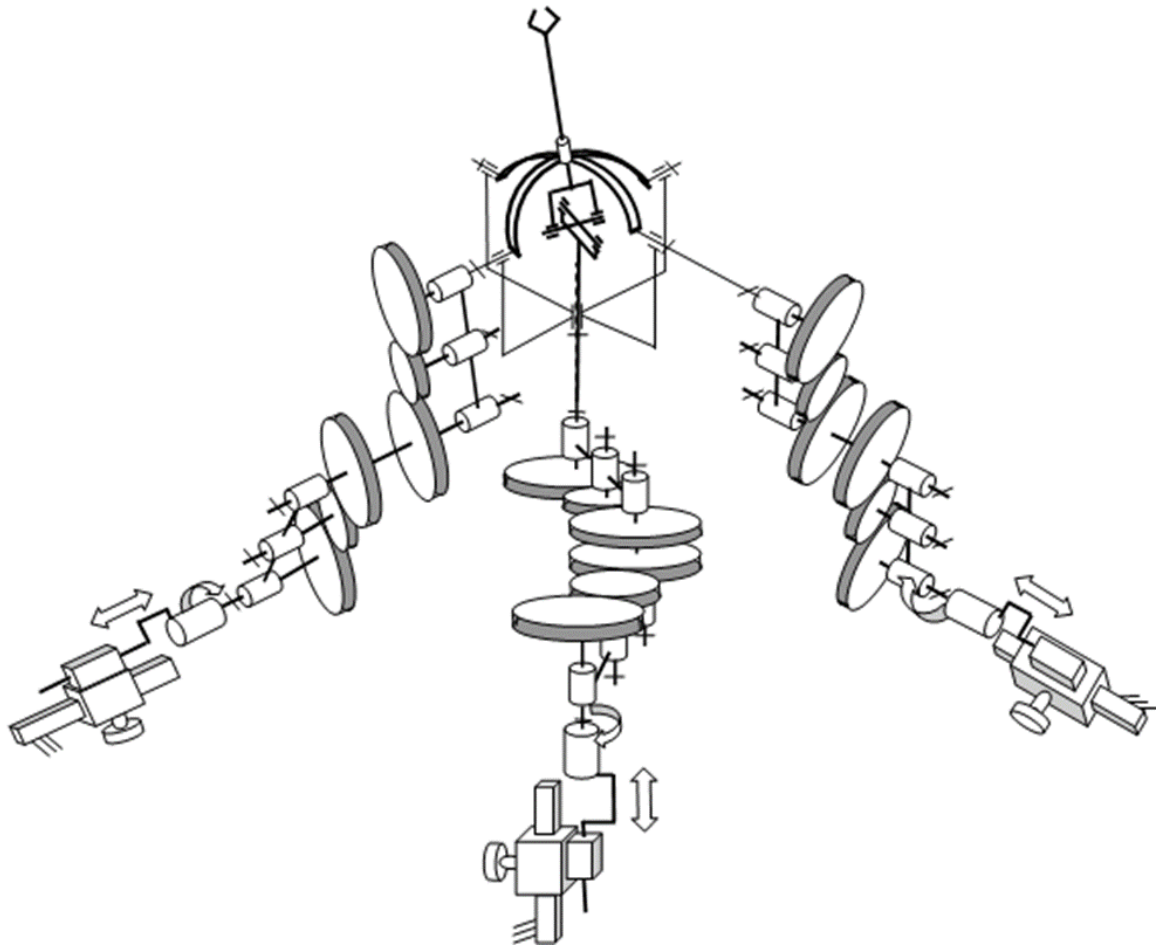


Рис. 1

Прямая задача позволяет, например, определить параметры рабочей зоны в зависимости от предельных перемещений в приводах.

Обратная задача о положениях состоит в следующем: по заданным значениям абсолютных координат найти обобщенные координаты, которые соответствовали бы такому положению рабочего органа. Решение обратной задачи необходимо, в частности, для организации управления приводами.

Воспользуемся вспомогательным построением, отражающим геометрию сферической части механизма (рисунок 2).

Выходное звено  $AC$  отклоняется двумя приводами вращательного движения, расположенными вдоль осей  $X'$  и  $Y'$ . Соответственно, при нулевом повороте в каждом из этих приводов, векторы, перпендикулярные плоскостям дуг, будут расположены вдоль осей  $Y'$  и  $X'$  (рисунок 2). После поворотов в указанных приводах, на углы  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно, оси перпендикуляров к плоскостям дуг будут иметь, соответственно, положения  $Y''$  и  $X''$ . Положение оси выходного звена  $AC$  будет определяться векторным произведением единичных векторов, направленных вдоль осей  $Y''$  и  $X''$ . Собственное вращение вокруг оси  $AC$  никак не будет влиять на ориентацию выходного звена.

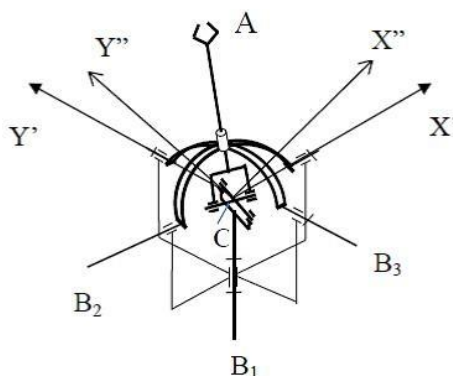


Рис. 2

Произведение этих двух векторов, определяющее ориентацию рабочего органа, можно описать матрицей, из которой выводятся координаты вектора выходного звена:

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \end{vmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} i(\cos\alpha \sin\beta) \\ j(-\sin\alpha \cos\beta) \\ k(\cos\alpha \cos\beta) \end{pmatrix}$$

Необходимо отметить, что данный вектор не является единичным, а его модуль определяется следующим выражением:

$$\sqrt{(\cos\alpha \sin\beta)^2 + (-\sin\alpha \cos\beta)^2 + (\cos\alpha \cos\beta)^2},$$

после преобразования которого, получаем следующее соотношение:

$$\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \alpha}.$$

Итоговое выражение, определяющее ориентацию рабочего органа, приведенную к единичному вектору, имеет вид:

$$C_1 = \left( \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \alpha}}, \frac{(-\sin \alpha \cos \beta)}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \alpha}}, \frac{(\cos \alpha \cos \beta)}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \alpha}} \right)^T.$$

За абсолютные координаты могут быть приняты углы Эйлера: угол прецессии  $\psi$ , угол нутации  $\vartheta$  и угол собственного вращения  $\varphi$  (рисунок 3).

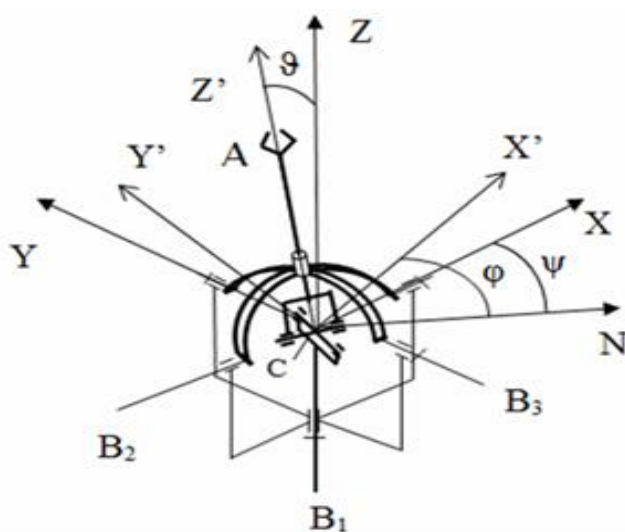


Рис. 3

При последовательном выполнении трех поворотов на вышеперечисленные углы, итоговая матрица преобразования координат  $AA$  будет равна произведению трех матриц:

$$AA = A_\varphi \cdot A_\vartheta \cdot A_\psi.$$

После поворота единичный вектор выходного звена, выраженный через углы Эйлера, имеет вид:

$$C_1 = (\sin \psi \sin \vartheta, -\cos \psi \sin \vartheta, \cos \vartheta)^T.$$

Тот же вектор был ранее определен через углы  $\alpha$  и  $\beta$ .

Приравнивая компоненты единичного вектора выходного звена в системах обобщенных и абсолютных координат, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \alpha}} = \sin \psi \sin \vartheta \\ \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \alpha}} = \cos \psi \sin \vartheta \\ \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \alpha}} = \cos \vartheta \end{cases}$$

Разделив уравнения в системе: первое на второе, а также первое на третье, получаем аналитическое решение прямой задачи о положениях:

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \alpha$$

$$\operatorname{tg} \vartheta \sin \psi = \operatorname{tg} \beta$$

Аналогичным образом получаем решение обратной задачи о положениях:

$$\operatorname{tg} \beta = \sin \psi \operatorname{tg} \vartheta$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \cos \psi \operatorname{tg} \vartheta$$

В заключение сделаем некоторые выводы.

Благодаря наличию кинематической развязки, прямая и обратная задачи о положениях механизма не вызывают особенных сложностей ввиду однозначного соответствия обобщенных и абсолютных координат.

В данном случае прямая и обратная задачи о положениях решаются в аналитическом виде, что существенно упрощает дальнейший анализ механизма, например, построение рабочих зон, анализ особых положений и определение законов управления приводами, а также решать различные оптимизационные задачи.

### Список литературы

1. Chablat D., Wenger P. Architecture Optimization of a 3-DOF Translational Parallel Mechanism for Machining Applications, the Orthoglide. IEEE Transaction on robotics and automation. – 2003. - vol.19.
2. Gosselin CM., Kong X., Foucault S. и др. A fully decoupled 3-dof translational parallel mechanism. Parallel Kinematic Machines International Conference. - Chemnitz. Germany. – 2004. - P. 595-610.
3. Gosselin C., Angeles J. The Optimum Kinematic Design of a Spherical Three-Degree-of-Freedom Parallel Manipulator // Trans. ASME J. Mech., Trans, and Automat. Design. - 1989. - P. 202-207.
4. Mianowski K. Singularity analysis of parallel manipulator POLMAN 3x2 with six degrees of freedom. 12th IFToMM World Congress. - Besancon (France). - 2007.
5. Parenti-Gastelli V., Innocenti C. Direct displacement analysis for some classes of spatial parallel mechanisms // 8 CISM-IFTToMM Simp. On Theory and Practice of Robots and Manipulators. – 1990. - Vol. 5. - P. 134-142.
6. Патент РФ на полезную модель № 160607. Пространственный механизм манипулятора. // Глазунов В.А., Левин С.В., Пушкарь Д.Ю., Шалюхин К.А., Шептунов С.А. В25J 1/00, Заявка 2015145200/02, 21.10.2015. Оп. 27.03.2016. Бюл. № 9.
7. Глазунов В.А., Духов А.В., Шептунов С.А., Скворцов С.А., Алешин А.К., Рашоян Г.В., Шалюхин К.А. Левин С.В. Манипуляционные механизмы параллельной структуры и некоторые их применения в медицине. // Качество. Инновации. Образование. «Роботические технологии в медицине». - 2016. - С. 84-87.

8. Glazunov, V.A., Lastochkin, A.B., Shalyukhin, K.A., Danilin, P.O. Analysis and classification of relative manipulation devices // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. - Allerton Press Inc. – 2009. - No 4. - P. 81-85.
9. Nguyen Minh Thanh, Le Hoai Quoc, Glazunov V. Constraints analysis, determination twists inside singularity and parametrical optimization of parallel mechanisms by means of the theory of screws. // 2009 6<sup>th</sup> International Conference on Electrical Engineering, Computing Science, and Automatic Control (CCE 2009). - Toluca, Mexico, November 10-13. – 2009. - P. 89-95.
10. Glazunov, V.A., Danilin, P.O., Levin, S.V., Tyves, L.I., Shalyukhin, K.A. Development of parallel-structured mechanisms with kinematic and dynamic uncoupling // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. - Allerton Press Inc. – 2010. - No 2. P. 23-32.
11. Leonid Tyves, Victor Glazunov, Pavel Danilin, Nguyen Minh Thanh. Decoupled Parallel Manipulator with Universal Joints and Additional Constraints // Proceedings of ROMANSY 2010 XVIII CISM-IFTOMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators.
12. Danilin, P.O., Tyves, L.I., Glazunov, V.A. Group kinematic motion decoupling in parallel mechanisms // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. - Allerton Press Inc. – 2010. - No 3. - P. 27-35.
13. Glazunov, V.A., Levin, S.V., Shalyukhin, K.A., Hakkyoglu, M., Tung, V.D. Development of mechanisms of parallel structure with four degrees of freedom and partial decoupling // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. - Allerton Press Inc. – 2010. - No 5. - P. 3-9.
14. Glazunov V. Design of decoupled parallel manipulators by means of the theory of screws. // Mechanism and Machine Theory. - 2010. - N 45. - P. 239–250.
15. Victor Glazunov Nguyen Minh Thanh, Tran Quang Nhat Structural Synthesis of Decoupled Parallel Mechanisms. // The First Vietnam Conference on Control and Automation. VCCA 2011. - Hanoi. – 2011, Nov. 25-26. - P. 215-219.

*Дата поступления статьи: 16 января 2018 года.*