

УДК 531.8

ЛЕВИТАЦИЯ МАЛОЙ ДИАМАГНИТНОЙ ЧАСТИЦЫ© Дмитрий Юльевич Скубов^{1,2}, Алексей Вячеславович Лукин², Иван Алексеевич Попов²¹Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия²Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.
skubov.dsk@yandex.ru

Аннотация. Целью настоящей работы является построение магнитно-электрической схемы, позволяющей за счет распределения магнитного поля, создать область устойчивого равновесия малой диамагнитной (например, биологической) частицы, свободно «парящей» в условиях гравитационного поля Земли. При этом за счет малой магнитной восприимчивости не происходит существенного искажения магнитного поля. Такой эксперимент может служить моделью поведения биологического объекта в условиях космической невесомости. Или же дать возможность изучения изменения свойств изолированной частицы при температурных или других, в том числе и магнитных, физических воздействиях.

Ключевые слова: левитация, малая диамагнитная частица, область устойчивости.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ, проект №17-01-00414.

LEVITATION OF SMALL DIAMAGNETIC PARTICLEDmitry U. Skubov^{1,2}, Alexey V. Lukin², Ivan A. Popov²¹IPME RAS, Saint-Petersburg, Russia²Great Peter Saint-Petersburg Polytechnic University, Saint-Petersburg, Russia
skubov.dsk@yandex.ru

Abstract. The aim of this study is a construction of magneto-electrical structure given us due to distribution of magnetic field to create the field of stable equilibrium position of small diamagnetic (for example biological) particle. Another words this particle free «soars» in condition of terrestrial gravitational field. At the same time due to small magnetic susceptibility of this particle significant distortion of magnetic field don't happens. This experiment can be used as a model of behaviour of biological object in condition of cosmic weightlessness. Disjunctively it gives us possibility of investigation the alteration properties of isolated particle at temperature either magnetic or another physical influence.

Keywords: levitation, small diamagnetic particle, field of stability.

Acknowledgement. The work is supported by the RFBR, Project 17-01-00414.

В работах Ю.Г.Мартыненко [1,2] большое внимание уделено возможности электростатической, электромагнитной и сверхпроводниковой левитации, последняя из которых открывает возможность создания мощных диамагнитных подвесов, магнитное поле которых уже сегодня доведено до сверхвысоких значений $\sim 40 \div 50$ Тл. Само подъемное усилие определяется формулой

$$F = \frac{1}{2} \mu_0 (\mu - 1) \int \nabla H^2 dv,$$

где интеграл берется по общему объему подвешиваемого диамагнитного тела.

В случае магнитной проницаемости $\mu < 1$ для диамагнетика и при $\mu = 0$ в случае сверхпроводимости первого или второго рода (ВТСП-2), последняя из которых осуществляется при температуре жидкого азота, твердое тело выталкивается из сильного магнитного поля в слабое - в сторону противоположную градиенту квадрата индукции.

В работе рассматривается левитация малой диамагнитной частицы в схеме, предполагающей установление большого градиента магнитного поля, с достаточной областью устойчивости положения равновесия. Теоретическая и экспериментальная возможность левитации была впервые показана Браунбеком [3]. Магнитный подвес ферритовых тел был реализован в тридцатых годах прошлого века. В 1945 году московский ученый В.К. Аркадьев создал бесконтактный подвес, используя явление сверхпроводимости. Он «заставил левитировать» небольшой постоянный магнит над сверхпроводящим свинцовым диском.

Первоначально используемые для подвешивания диамагнитные материалы, такие как висмут и графит, имеют очень слабые диамагнитные свойства с коэффициентом магнитной проницаемости μ мало отличающимся от единицы. Поэтому до недавнего времени удавалось вывесить лишь небольшие массы порядка нескольких десятков миллиграммов. Появление новых редкоземельных постоянных магнитов, высокотемпературной проводимости, веществ с лучшими диамагнитными свойствами позволило, в частности, создать теплозащитные покрытия корпусов космических кораблей из пиролитического графита, магнитная восприимчивость которого в несколько раз больше, чем у обычного поликристаллического графита.

При помощи самарий-кобальтовых магнитов и пиролитического графита в Пермском университете в 1978 году удалось довести удерживаемый вес до 26.7 грамма [4]. Простота конструкции такого подвеса основана на том, что вывешиваемый магнит располагается между диамагнитными пластинами и его вес компенсируется дополнительным неподвижным постоянным магнитом. Анализ устойчивости и оценка максимальной массы, которую можно «вывесить» таким образом, проведены в [5].

Многие вещества, такие как вода, дерево, растения, животные, тело человека являются слабыми диамагнетиками. Создание мощных магнитов, создающих индукцию магнитного поля 16Тл, позволило вывешивать биологические тела, например, мышей и лягушек и пробудило новый интерес к диамагнитному подвесу [8]. Неоднородное магнитное поле, создаваемое сверхпроводящими магнитами, открывает новые возможности для управления биологическими объектами, для синтеза новых материалов, проектирования новых бесконтактных приборов. Наиболее доступное полное описание способов левитации в электрических и магнитных полях дано в научно-популярной статье Ю.Г. Мартыненко [2].

Примером реализации диамагнитного подвеса может служить система измерителя моментов сил [6] и электрометр для поиска свободных кварков [7]. В работе [9] описан наклонномер с диамагнитной массой, который регистрировал приливные колебания, сейсмические волны и микросеймы. Необходимое демпфирование обеспечивалось вихревыми токами, индуцируемыми в подвешенной массе при ее движении в магнитном поле подвеса.

Активно используются левитация при создании игрушек и рекламы, «невесомых» биологических объектов, что позволяет поддерживать интерес к левитационным технологиям и конструировать новые промышленные установки.

В нашей работе для создания высокоградиентного магнитного поля предлагается использовать простейшую электрическую схему, представляющую собой набор микрокатушек. При этом рассматривается возможность левитации чрезвычайно малой микро или даже наночастицы, которой может быть, например, биологическая клетка или молекула. По существу проводится оценка электромагнитных параметров, необходимых для реализации такого подвеса.

Численно-аналитический расчет магнитного поля осуществляется в линейной постановке. Вектор магнитной индукции по формуле Био-Савара-Лапласа определяется интегралом, который берется по линиям токовых проводников

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{j}_1(r_1) \times (\vec{r} - \vec{r}_1)}{|\vec{r} - \vec{r}_1|^3} dv_1. \quad (1)$$

Векторный магнитный потенциал \vec{A} , вводимый соотношениями

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}, \quad \nabla \cdot \vec{A} = 0 \quad (2)$$

находится решением уравнения Пуассона

$$\Delta \vec{A} = -\mu_0 \vec{j}, \quad \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{j}(r_1)}{|\vec{r} - \vec{r}_1|} dv_1. \quad (3)$$

В случае одного кольца векторный потенциал находится интегралом

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_S \frac{\vec{j} ds}{r}, \quad (4)$$

где r – расстояние от точки кольца до точки Р, в которой определяется магнитный потенциал. Для тока величины I , радиуса кольца a векторный потенциал в точке Р, расположенной над плоскостью кольца на высоте $z = h$, с цилиндрическими координатами r_p, φ, z это расстояние определяется по формуле

$$r^2 = r_p^2 + a^2 - 2r_p a \cos \varphi + h^2$$

Векторный потенциал в этом случае определяется интегралом

$$\vec{A} = \vec{e}_\varphi \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 + \rho^2 + \zeta^2 - 2\rho \cos \varphi}} = \vec{e}_\varphi \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{(1 + \rho)^2 + \zeta^2 - 4\rho \cos^2 \frac{\varphi}{2}}}, \quad (5)$$

где введены безразмерные координаты $\rho = \frac{r_p}{a}$, $\zeta = \frac{z}{a}$. В случае плоского кольца векторный потенциал имеет только тангенциальную составляющую A_φ . Подстановкой в (5) модуля радиус-вектора точки Р в выбранной системе координат получаем выражение

$$\vec{A} = A_\varphi \vec{e}_\varphi = \vec{e}_\varphi \frac{\mu_0 I}{\pi} \frac{1}{\sqrt{(1 + \rho)^2 + \zeta^2}} K(\kappa), \quad (6)$$

где модуль эллиптического интеграла первого рода определяется выражением через безразмерные эллиптические координаты $\kappa^2 = \frac{4\rho}{(1 + \rho)^2 + \zeta^2}$. Проекция вектора магнитной индукции в данном случае определяются производными касательной составляющей векторного потенциала:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = \vec{e}_z \left(\frac{\partial A_\varphi}{\partial r} + \frac{A_\varphi}{r} \right) - \vec{e}_r \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} = \frac{1}{a} \left\{ \vec{e}_z \left(\frac{\partial A_\varphi}{\partial \rho} + \frac{A_\varphi}{\rho} \right) - \vec{e}_r \frac{\partial A_\varphi}{\partial \zeta} \right\} \quad (7)$$

При вычислении магнитной индукции (7) используются известные соотношения

$$\frac{\partial K}{\partial \kappa} = \frac{1}{\kappa} \left(\frac{E(\kappa)}{1 - \kappa^2} - K(\kappa) \right), \quad \frac{\partial E}{\partial \kappa} = \frac{1}{\kappa} (E(\kappa) - K(\kappa)).$$

Для системы колец в силу линейности магнитной системы колец с токами, рассматриваемой в данном случае, полный векторный потенциал определяется суммой потенциалов каждого кольца. Например, для системы двух плоских параллельных колец с одинаково направленными токами имеем магнитные потенциалы в цилиндрической системе координат, центр которой расположен на общей вертикали к плоскостям колец посередине между ними

$$\vec{A}_i = \vec{e}_\varphi \frac{\mu_0 I}{\pi} \frac{1}{\sqrt{(1 + \rho)^2 + \zeta_i^2}} K(\kappa_i), \quad \kappa_i^2 = \frac{4\rho}{(1 + \rho)^2 + \zeta_i^2}, \quad i = 1, 2 \quad (8)$$

где $\zeta_1 = \frac{h+z}{a}$, $\zeta_2 = \frac{h-z}{a}$, $2h$ – расстояние между кольцами. Из (8) получаем выражения составляющих магнитной индукции

$$B_{z,i} = \frac{\mu_0 I}{\pi a} \left\{ \frac{-(1 + \rho)}{[(1 + \rho)^2 + \zeta_i^2]^{3/2}} K(\kappa_i) + \frac{\partial K}{\partial \kappa_i} \frac{(1 - \rho^2 + \zeta_i^2)}{[(1 + \rho)^2 + \zeta_i^2]^2 \rho^{1/2}} + \frac{1}{\rho \sqrt{(1 + \rho)^2 + \zeta_i^2}} K(\kappa_i) \right\},$$

$$B_{r,i} = (-1)^{i-1} \frac{\mu_0 I}{\pi a} \left\{ \frac{\zeta_i}{[(1+\rho)^2 + \zeta_i^2]^{3/2}} K(\kappa_i) + \frac{\partial K}{\partial \kappa_i} \frac{2\rho^{1/2} \zeta_i}{[(1+\rho)^2 + \zeta_i^2]^2} \right\}, i = 1, 2 \quad (9)$$

Диамангнитная частица малых размеров с малой отрицательной магнитной восприимчивостью не вносит изменения во внешнее магнитное поле, и магнитная энергия диамангнитного тела определяется соотношением:

$$W = -\frac{1}{2} \int_V \vec{J} \cdot \vec{B}_0 dv \quad (10)$$

где \vec{B}_0 вектор внешнего магнитного поля, $\vec{J} = \chi \vec{H}$ – вектор намагниченности, $\chi = \mu - 1$ – магнитная восприимчивость. Таким образом, имеем

$$W = -\frac{1}{2} \chi \mu_0 H_0^2 V = -\frac{\chi}{2\mu_0} B_0^2 V, \quad (11)$$

V – объем рассматриваемой частицы.

Полная магнитная индукция в рассматриваемом случае системы токовых колец в единой цилиндрической системе координат определяется векторной суммой индукций, вносимых каждым из колец

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_{oi} = \sum_i (B_{ori} \vec{e}_r + B_{0zi} \vec{e}_z + B_{0\phi i} \vec{e}_\phi) \quad (12)$$

И, следовательно, суммарная энергия частицы определяется суммой:

$$W = -\frac{\chi}{2\mu_0} V \sum (B_{0r}^2 + B_{0z}^2 + B_{0\phi}^2) \quad (13)$$

В случае параллельных одинаковых колец с одинаковыми токами в симметричном случае без учета гравитации исследование области устойчивости равновесия диамангнитной частицы сводится к задаче с одним геометрическим безразмерным параметром $\alpha = \frac{h}{a}$. Аналитическая оценка областей устойчивости в случае одного кольца с током и двух параллельных с одинаковыми токами приведена в работе [11]. При нашем численно-аналитическом подходе оказывается возможной построение областей устойчивости диамангнитной частицы в системе многовитковых колец с токами.

В случае частицы, расположенной посередине системы колец, возможно построение распределения уровня энергии в единой осесимметричной системе координат в разных сечениях по вертикали между кольцами при разных значениях параметра α , что в данном случае, по сути, сводится к графику относительно одной полярной координаты ρ . Задача обобщается на случай осесимметричного расположения частицы не посередине расстояния между кольцами в системе двух цилиндрических координат ρ, z .

На Рис.1 показан график распределения магнитной энергии по вертикали для системы двух параллельных колец с одинаковыми токами в разном окружном направлении.

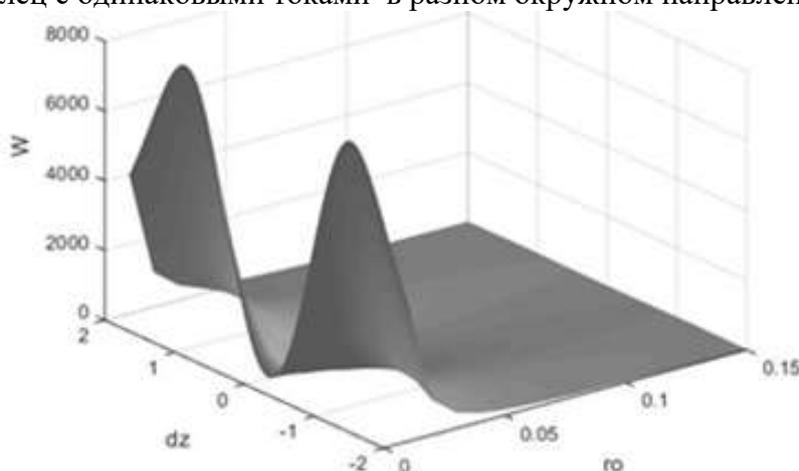


Рис.1. Сечение осесимметричного распределения энергии

На этом рисунке видна область минимума магнитной энергии, отвечающая устойчивому положению равновесия микрочастицы. Далее приводится расчет распределения энергии магнитного поля в цилиндрической системе координат в случае той же системы двух одинаковых колец в параллельных плоскостях с центрами на одной вертикали при разных значениях параметра α .

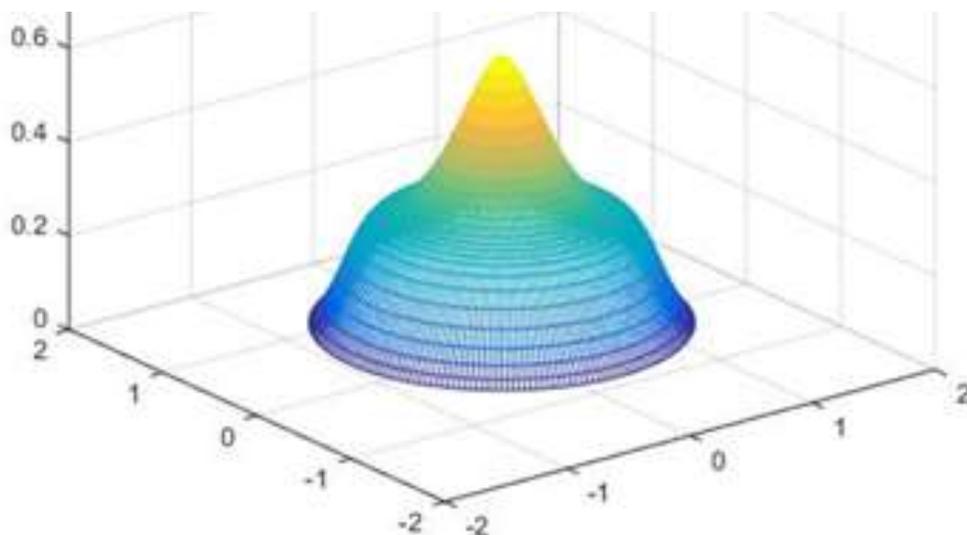


Рис.2. Осесимметричное распределение энергии при $\alpha = 0.25$

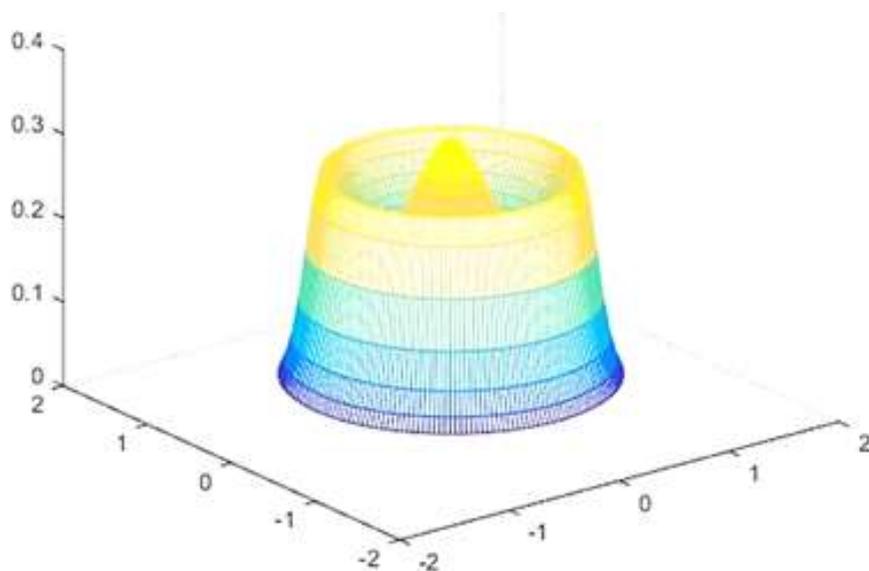


Рис.3. Осесимметричное распределение энергии $\alpha = 0.2$

Система графиков магнитного поля в цилиндрических координатах относительно ее центра (Рис.2-4) показывает, что с уменьшением расстояния между ними максимум энергии в ее центре, отвечающий неустойчивому положению равновесия, постепенно убывает, пропадая и превращаясь в минимум, соответствующий устойчивому положению равновесия. Более того, в областях между центральным максимумом энергии и окружным максимумом при средних значениях параметра существует осесимметричная область минимума магнитной энергии. При этом не представляется сложным найти значения параметра α ,

соответствующие точкам ветвления положений равновесия, и оценить область притяжения устойчивого положения равновесия.

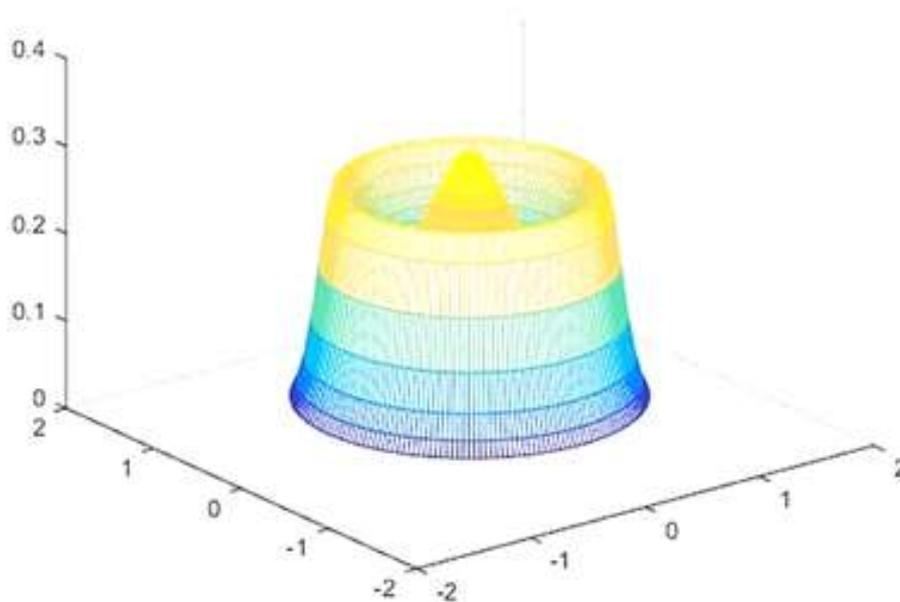


Рис.4. Осесимметричное распределение энергии $\alpha = 0.15$

В общем случае системы параллельных колец одинакового радиуса вводится цилиндрическая система координат с центром в точке симметрии. Полярные координаты центра кольца, находящегося в точке O_i , относительно центра симметрии системы: r_i, α_i, h_i . Полярные координаты точки P, где находится диамагнитная частица: r_p, ψ, z . Тогда радиус-вектор точки P относительно точек i -го кольца находится по формуле:

$$r^2 = r_f^2 + a^2 - 2r_f a \cos \varphi + (z - h_i)^2, \quad (14)$$

где $r_f^2 = r_p^2 + r_i^2 - 2r_p r_i \cos(\alpha_i - \psi)$.

Таким образом, после введения безразмерных координат $\rho_f = \frac{r_f}{a}, \rho_i = \frac{r_i}{a}$ получаем выражение магнитного потенциала одного из колец

$$\vec{A}_i = \vec{e}_\varphi \frac{\mu_0 I}{\pi} \frac{1}{\sqrt{(1+\rho_f)^2 + (\zeta - \alpha_i)^2}} K(\kappa_i), \quad \kappa_i^2 = \frac{4\rho_f}{(1+\rho_f)^2 + (\zeta - \alpha_i)^2}, \quad (15)$$

где κ_i – эллиптический модуль, $\alpha_i = \frac{h_i}{a}$ – соответствующий безразмерный параметр.

Картина распределения силовых линий магнитного поля для системы четырех колец с одинаковыми токами при их одинаковом направлении в двух, расположенных на одной вертикали и противоположным в каждой из пар, приведена на Рис.5. Область устойчивого положения равновесия возможна в центре системы колец.

Далее приводится оценка токов системы микроколец, необходимых для создания области левитации микродиамагнетика. Вследствие малости магнитной восприимчивости диамагнетика можно пренебречь искажением внешнего магнитного поля и считать, что намагниченность пропорциональна внешнему магнитному полю с распределенной напряженностью \vec{H}_0 , которая была до внесения тела.

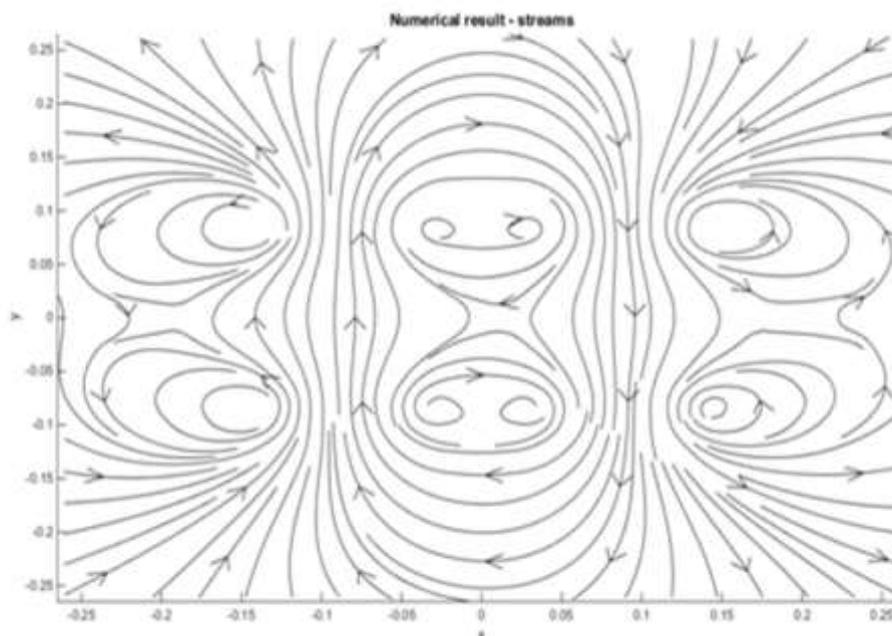


Рис.5. Силовые линии системы четырех колец

В квазиоднородном поле, которое можно считать постоянным на протяжении размеров нанотела, в первом приближении будем иметь пондеромоторные усилие и момент

$$\vec{F} = \frac{\chi\mu_0}{2} \nabla(H_0^2)V, \quad \vec{M} = \frac{\chi\mu_0}{2} [\vec{r}_c \times \nabla H_0^2]V \quad (16)$$

где $\vec{r}_c = \int_V \vec{r} dV$ – радиус-вектор центра масс.

Исходя из формулы, приведенной в [11], проводится оценка подъемного усилия, действующего на диамагнитную частицу радиуса $b = 1\text{мкм}$.

$$F_{0z} = -\frac{3\chi\mu_0}{2a} H^2 V \quad (17)$$

с радиусом катушки $a = 10\text{мкм} = 10^{-5}\text{м}$, плотностью $\rho_v = 2.2 \cdot 10^2 \text{кг/м}^3$ и магнитной восприимчивостью $\chi = \mu - 1 = -0.1$. Из условия равновесия получаем

$$H^2 = -\frac{2\rho_v g a}{3\chi\mu_0} = 11.43 \cdot 10^5 \frac{\text{А}}{\text{М}} \rightarrow H = 1.07 \cdot 10^3 \frac{\text{А}}{\text{М}} = \frac{Iw}{2a},$$

что дает оценку тока микрокатушки $w = 100$ витков $I = 2.14 \cdot 10^{-4}\text{А}$. При этом вес подвешиваемой частицы $8.8 \cdot 10^{-12}\text{грамма}$.

Список литературы

1. Мартыненко Ю.Г. Движение твердого тела в электрическом и магнитном полях. - М.: Наука, 1988. – 368 с.
2. Мартыненко Ю.Г. О проблемах левитации тел в силовых полях // Соровский образовательный журнал. – 1996. - №3.
3. Braubek W. Freischwebende Korper im elektrischen und magnetischen Feld // Z. fur Phisic. 112. - 1939. - S. 753 -765.
4. Понизовский В.М. Свободный подвес магнитов в постоянном магнитном поле при помощи пиролитического гранита // ПТЭ. - 1979. - №4. - С.238-240.
5. Линьков Р.В. Диамагнитная подвеска постоянного магнита // ЖТФ. - 1981. - Т.51, №6. - С. 1113-1121.

6. Брагинский В.Б. Физические эксперименты с пробными телами. – М.: Наука, 1970. - С.76.
7. Брагинский В.Б., Осика В.И. Кольцевой диамагнитный подвес // ПТЭ. - 1969. - №4. - С. 196-197.
8. Simon M.D., Geim A.K. Diamagnetic levitation: Flying frogs and floating magnets // J. Appl. Ph. – 2001. - V.87, N.9. - P. 6200-6224.
9. Simon I., Emslie G., Strong P.F., McConnel R.K. Sensitive tilmeter utilizing a diamagnetic suspension // Rev. Sci. Instr. - 1968. - V.39, №11. - P.1666-1671.
10. Zienkiewicz O.C., Lyness J. and Owen D.R. Three-Dimensional Magnetic Field Determination Using a Scalar Potential - A Finite Element Solution // IEEE Transactions on Magnetics. - 1977. - Vol. MAG-13, No. 5. - P. 1649-1656.
11. Урман Ю.Г., Бугрова Н.А., Лапин Н.И. О левитации диамагнитных тел в магнитном поле // ЖТФ. - 2010. - Т.80, Вып.9.