

УДК 534.1

## РЕЗОНАНСНАЯ НАСТРОЙКА СТЕРЖНЕВОЙ СИСТЕМЫ С ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ВОЗБУДИТЕЛЕМ КОЛЕБАНИЙ

©Владимир Константинович Асташев, Кирилл Александрович Пичугин

ИМАШ РАН, Москва, Россия

[v\\_astashev@mail.ru](mailto:v_astashev@mail.ru), [pichugin-ka@yandex.ru](mailto:pichugin-ka@yandex.ru)

***Аннотация.** Определяются условия резонансной настройки ультразвуковой системы, состоящей из двух стержней, между которыми расположен жестко связанный с ними пьезоэлектрический возбудитель колебаний. Установлено, что резонансная частота зависит от соотношения длин стержней. Определяются резонансные частоты и амплитуды колебаний. Показано, что резонансные режимы могут быть эффективно реализованы при авторезонансном возбуждении колебаний.*

***Ключевые слова:** колебания, ультразвук, стержневая система, пьезоэлектрический возбудитель, резонанс, авторезонанс.*

*Работа выполнена за счет гранта Российского Научного Фонда, проект № 15-19-30026*

## RESONANT TUNING OF BAR SYSTEM WITH THE PIEZOELECTRIC EXCITER OF OSCILLATION

©Vladimir Astashev, Kirill Pichugin

IMASH RAN, Moscow, Russia

[v\\_astashev@mail.ru](mailto:v_astashev@mail.ru), [pichugin-ka@yandex.ru](mailto:pichugin-ka@yandex.ru)

***Abstract.** The conditions of the resonant turning of the ultrasonic system are defined. The system contains two bars between which is rigidly associated piezoelectric transducer. It is shown that the resonant frequency depends on the ratio of the bars lengths. The resonant frequencies and amplitudes are defined. It is shown that the resonant oscillations can be effectively realized by avtorezonant excitation.*

***Key words:** vibration, ultrasound, piezoelectric transducer, resonance, avtorezonans.*

***Acknowledgements.** The work was supported by the Russian Science Foundation, project no. 15-19-30026.*

**Введение.** Технологические процессы, в которых рабочему инструменту сообщают высокочастотные (ультразвуковые) колебания называют ультразвуковыми [1,2]. Их основная особенность, обнаруженная многочисленными экспериментами, заключается в уменьшении статических сил, необходимых для проведения процесса [1 - 2]. Объяснение этих явлений дано в работах [3 - 5] на основе анализа нелинейных реологических моделей технологических процессов. Во всех работах отмечается, что эффективность ультразвукового технологического процесса зависит от амплитуды колебаний инструмента. Естественно, что наибольшая эффективность достигается при резонансной настройке колебательной системы. Однако на практике резонансную настройку производят на холостом ходу из-за невозможности выхода на резонансный режим и его удержания в

рабочем режиме вынужденных колебаний вследствие сильных нелинейных искажений амплитудно-частотных характеристик [6, 7].

В современных ультразвуковых технологических устройствах в качестве возбудителей колебаний используют пакеты пьезокерамических пластин. Колебательные системы таких устройств создают по принципу пьезоэлектрического преобразователя Ланжевена. В данной статье показано, что настройка классического преобразователя Ланжевена не является резонансной. В статье отыскиваются условия резонансной настройки стержневой системы с пьезоэлектрическим возбудителем колебаний, и рассматривается возможность автоматического поддержания резонансного состояния при изменении параметров системы и условий технологического процесса путем перехода к автоколебательной системе возбуждения.

**Уравнение колебаний стержневой системы.** На рис. 1 схематично показана типичная конструкция ультразвуковой колебательной системы. Она содержит стержневые волноводы 1 и 2, между которыми размещен жестко соединенный с ними возбудитель колебаний 3. Возбудитель колебаний представляет собой пакет пьезокерамических пластин, обкладки которых соединены в параллельную электрическую цепь и подключены к источнику переменного напряжения  $v = Ve^{j\omega t}$ , где  $V, \omega$  – амплитуда и частота напряжения питания,  $t$  – время,  $j = \sqrt{-1}$

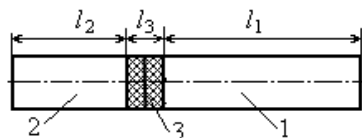


Рис.1

Пьезоэлектрический возбудитель 3 передает колебания рабочему стержню 1 и накладке 2, необходимой для создания механических напряжений в пьезоэлементах. Для описания работы системы проведем, ее расчленение, заменив взаимодействие смежных частей силами, действующими в местах их стыка. Силы, действующие на смежные элементы равны по величине, но отличаются знаком

$$f_{13} = -f_{31}, f_{32} = -f_{23}, \quad (1)$$

где первый индекс обозначает номер подсистемы, со стороны которой приложена сила, а второй – номер подсистемы, на которую эта сила действует.

Будем рассматривать гармонические колебания стержней вида  $u_{ix}(t) = \tilde{a}_{ix} e^{j\omega t}$ , где  $\tilde{a}_{ix}$  – комплексная амплитуда колебаний сечения  $x$  стержня  $i$  ( $i=1, 2$ ). Для определения амплитуд  $\tilde{a}_{10}$  и  $\tilde{a}_{2l}$  колебаний узловых сечений стержней 1 и 2 и конечного сечения  $x_1 = l_1$  стержня 1 запишем уравнения:

$$\tilde{a}_{10} = \tilde{F}_{31} L_{00}^{(1)}, \tilde{a}_{1l} = \tilde{F}_{31} L_{0l}^{(1)}, \tilde{a}_{2l} = \tilde{F}_{32} L_{ll}^{(2)}, \quad (2)$$

где  $\tilde{F}_{ij}$  – комплексные амплитуды сил (1);  $L_{sr}^{(i)} = L_{sr}^{(i)}(j\omega)$  – динамическая податливость, связывающая комплексные амплитуды колебаний сечения  $r$  стержня  $i$  ( $i=1, 2$ ) и силы, действующей в сечении  $s$ . Координаты сечений стержней отсчитываются от их левых торцов. Выражения для динамических податливостей можно найти в книгах [6, 7].

Будем предполагать, что пакет из  $n$  пьезокерамических пластин имеет малую толщину и его деформацию  $\Delta l_3$  можно считать однородной с относительной деформацией  $\varepsilon = \Delta l_3 / l_3$ . Принимая во внимание высокую добротность материала пьезоэлементов, в дальнейшем не

учитываются их диссипативные характеристики. Уравнения колебаний пьезоэлемента, имеют вид [8, 9],

$$\tilde{F}_0 = K\tilde{a}_0 + \Phi\tilde{q}_0, \quad V = \Phi\tilde{a}_0 + \tilde{q}_0/C, \quad (3)$$

где  $K$  – жесткость пьезоэлемента в отсутствие индукции (при коротко замкнутых обкладках);  $C$  – емкость пьезоэлемента;  $\tilde{q}_0$  – комплексная амплитуда заряда на его обкладках;  $\tilde{F}_0 = \tilde{F}_{13}$ ;  $\tilde{a}_0 = (\tilde{a}_{10} - \tilde{a}_{21})/n$  – комплексная амплитуда деформации пьезоэлемента.

Используя (1) – (3) и выражения для динамических податливостей из [6, 7] и не учитывая диссипацию энергии, найдем

$$\tilde{F}_0 = \frac{V\Phi CK_0\xi \sin \xi_1 \sin \xi_2}{K_0\xi \sin \xi_1 \sin \xi_2 - (K_1/n)\sin \xi}, \quad \tilde{q}_n = \frac{nCV [K_0\xi \sin \xi_1 \sin \xi_2 - (K/n)\sin \xi]}{K_0\xi \sin \xi_1 \sin \xi_2 - (K_1/n)\sin \xi}, \quad (4)$$

$$\tilde{a}_n = \frac{V\Phi C \sin \xi}{K_0\xi \sin \xi_1 \sin \xi_2 - (K_1/n)\sin \xi}, \quad \tilde{a}_{1l} = -\frac{V\Phi C \sin \xi_2}{K_0\xi \sin \xi_1 \sin \xi_2 - (K_1/n)\sin \xi},$$

где  $n$  – число пьезоэлементов в пакете;  $K_1 = K - C\Phi^2$  – жесткость пьезоэлемента в присутствии индукции;  $K_0 = ES/l$  – жесткость стержня длиной  $l = l_1 + l_2$ ;  $E, S$  – модуль упругости материала стержней и площадь их поперечного сечения;  $\xi = \omega l/c$ ;  $c$  – скорость звука в материале стержней;  $\xi_1 = \omega l_1/c = \lambda\xi$ ;  $\xi_2 = \omega l_2/c = (1-\lambda)\xi$ ;  $0 \leq \lambda \leq 1$  – параметр, определяющий положение возбудителя в стержневой системе.

**Преобразователь Ланжевена.** Колебательные системы ультразвуковых технологических установок, как правило, строятся по схеме преобразователя Ланжевена, в котором стержни 1 и 2 имеют одинаковые длины ( $\lambda = 0.5$ ), а возбуждение производится с частотой первой формы собственных колебаний стержня длиной  $l = l_1 + l_2$ . Возбудитель расположен в узле колебаний. В этом случае безразмерная частота  $\xi = \pi$ , а величины  $\xi_1 = \xi_2 = \pi/2$  и по формулам (4) находим

$$\tilde{F}_0 = V\Phi C, \quad \tilde{q}_n = nCV, \quad \tilde{a}_n = 0, \quad \tilde{a}_{1l} = -V\Phi C/\pi K_0. \quad (5)$$

Заметим, что согласно (4) при возбуждении с частотой  $\xi = \pi$  величины  $\tilde{F}_0, q_n, a_n$  (см. 5), характеризующие поведение пьезоэлементов, не зависят от положения пакета, а амплитуда

$$\tilde{a}_{1l} = -\frac{V\Phi C}{K_0\xi \sin \lambda\pi}$$

в отсутствие диссипации неограниченно возрастает по мере удаления пакета от среднего положения. Интересно отметить, что при  $\lambda \neq 0/5$ , т.е. при расположении пакета вне узла формы колебаний, пакет совершает колебания, как жесткое тело, с амплитудой смежных сечений стержней [10]. При наличии диссипации амплитуда  $\tilde{a}_{1l}$  достигает максимума при некотором значении  $\lambda$ , зависящем от уровня диссипации в стержнях.

На рис. 2 показаны зависимости амплитуды  $\tilde{a}_{1l}$  от положения пьезопакета при отсутствии (красная линия) и наличии (черная линия) диссипации.

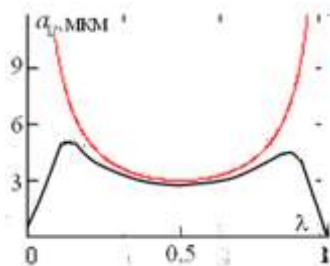


Рис. 2

**Резонансная настройка.** Рассмотренные выше настройки преобразователя Ланжевена, строго говоря, не являются резонансными. Обратимся к формулам (4), которые описывают амплитудно-частотные характеристики по различным координатам. Резонансным состояниям отвечают значения безразмерной частоты  $\xi = \xi_r$ , при которых знаменатели соотношений (4) равны нулю.

Таким образом, резонансные частоты определяются решением уравнения

$$K_0 \xi \sin \lambda \xi \sin (1-\lambda) \xi - (K_1 / n) \sin \xi = 0. \quad (6)$$

При наличии диссипации амплитуда  $a_{1l} = a_r$  резонансных колебаний выходного сечения стержня 1 определяется соотношением

$$a_r = \left| \frac{4\pi V \Phi C \sin \xi_1 \sin \xi_2}{\psi \left\{ K_0 \xi_r \sin \xi_1 (\xi_r \sin \xi_r + \xi_1 \cos \xi_1 \sin \xi_2) - (K_1 / n) [\xi_1 \sin \xi_r \cos \xi_1 + \sin \xi_1 (\xi_r \cos \xi_r + \sin \xi_r)] \right\}} \right|,$$

где  $\psi$  - коэффициент рассеяния энергии в материале стержней.

На рис. 3 показаны зависимости безразмерных резонансных частот  $\xi_r$  и амплитуд  $a_r$  от положения возбудителя колебаний.

Все расчеты примеров статьи проводились при следующих параметрах системы :

$$V=220V; \Phi = 3,175 \times 10^9 \text{ N/C}; C = 7,62 \times 10^{-10} \text{ F}; K_1 = 7,53 \times 10^{10} \text{ N/m}; K_0 = 7.1 \times 10^8 \text{ N/m}; \psi=0.$$

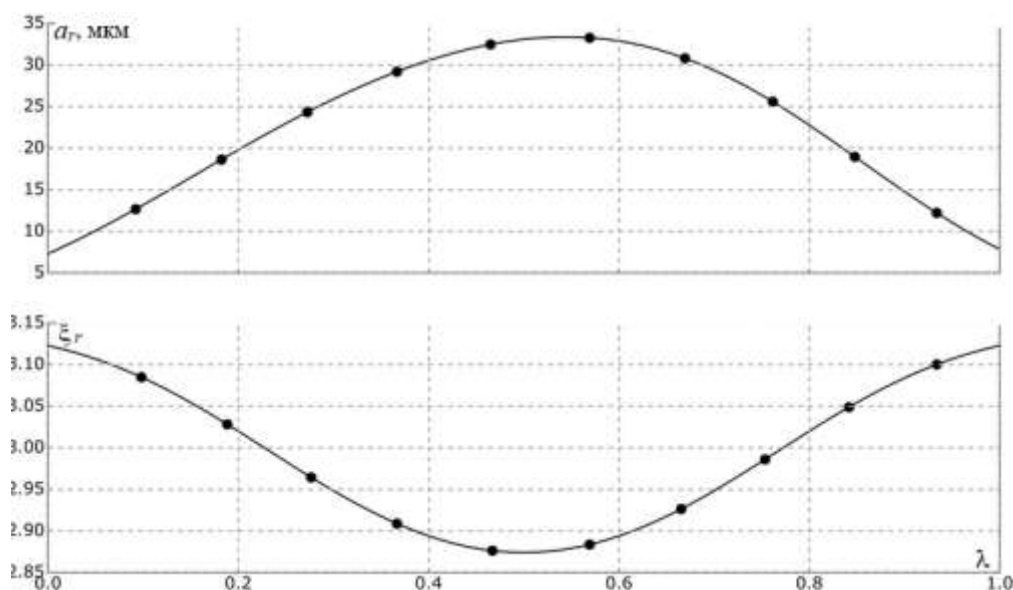


Рис. 3

Из рис. 2 видно, что каждому положению пьезоэлементов соответствует своя резонансная частота, причем резонансные амплитуды на порядок превышают амплитуды, реализуемые

классическим преобразователем Ланжевена. На рис. 4 показаны амплитудно-частотные характеристики системы при различном расположении пьезоэлементов.

Описанные резонансные эффекты наблюдались в тонких и тщательно поставленных экспериментах [11]. Здесь, однако, необходимо отметить, что обнаружение резонансных колебаний, не говоря уже о их практической реализации, оказывается весьма проблематичным из-за высокой чувствительности настройки к изменению частоты возбуждения и параметров системы.

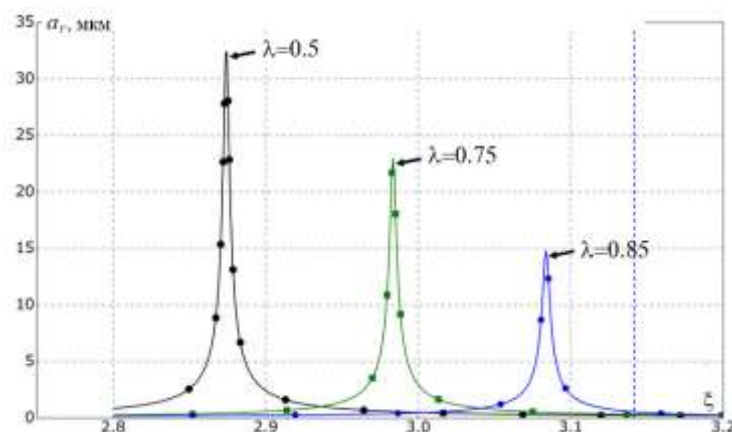


Рис. 4

**Авторезонансное возбуждение колебаний.** Наиболее эффективно задача возбуждения и стабилизации резонансных колебаний ультразвуковых технологических систем решается переходом к авторезонансному возбуждению, основанному на возбуждении автоколебаний за счет положительной обратной связи. На рис. 5 показана схема возбуждения автоколебаний стержневой системы с пьезоэлектрическим возбудителем.

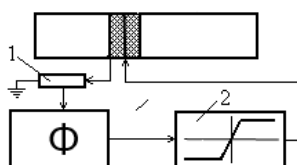


Рис. 5

Питание пьезоэлектрических элементов производится через цепь обратной связи, содержащей датчик 1 тока, протекающего через возбудитель колебаний, фазовращатель  $\Phi$  и нелинейный усилитель 2. При достаточно большом коэффициенте усиления на начальном участке характеристики усилителя происходит самовозбуждение колебаний, а уровень ограничения выходного напряжения определяет величину амплитуды установившихся колебаний. При релейной характеристике усилителя самовозбуждение происходит всегда. При определенной фазе  $\Phi$  сигнала обратной связи возбуждаются резонансные колебания, которые реализуются при изменении технологической нагрузки и параметров колебательной системы в широких пределах. Это обусловлено тем, что система удерживает не заданную частоту, как при вынужденных колебаниях, а заданную разность фаз между током и напряжением питания.

Поэтому данная система обладает замечательным свойством: изменением фазы сигнала в цепи обратной связи можно реализовать режимы, отвечающие всей резонансной кривой, в том числе неустойчивые при вынужденных колебаниях. Именно эти свойства позволяют существенно расширить возможности использования ультразвуковых технологий.

Следует отметить, что реализация найденных резонансных режимов требует тщательной разработки конструкции и выбора ее параметров. Возвращаясь к формулам (4), обратим внимание на то, что в резонансном режиме резонируют все элементы, которые при этом находятся в крайне напряженном состоянии. Поэтому возникает опасность их выхода за допустимые пределы. Так авторы работы [11] при возбуждении колебаний в окрестности резонансных частот наблюдали возникновение нелинейных явлений и резких скачков амплитуды колебаний при изменении частоты. Характер наблюдаемых явлений позволяет предположить возникновение виброударных процессов [12] вследствие нарушения контакта между пьезоэлементами и стержнями.

**Заключение.** Обнаруженные резонансные явления могут эффективно использоваться в ультразвуковых технологических системах при авторезонансном способе возбуждения колебаний.

### Список литературы

1. Марков А.И. Ультразвуковая обработка материалов. – М.: Машиностроение, 1980.- 237 с.
2. Ультразвук. Маленькая энциклопедия. / Под ред. И.П. Голяминой. - М.: Советская энциклопедия, 1979. - 400 с.
3. Асташев В.К. О влиянии ультразвука на процессы пластического деформирования// Машиноведение. - 1983. - № 2. - С.3-12.
4. Асташев В.К. Влияние ультразвуковых колебаний резца на процесс резания // Проблемы машиностроения и надежности машин.- 1992. - №3. - С.81-86.
5. Асташев В.К., Семенова Е.Б. Динамика процесса ультразвукового волочения //Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2013. -№ 1. - С. 50-60.
6. Astashev V.K., Babitsky V.I. Ultrasonic Processes and Machines. Dynamics, Control and Applications. - Springer-Verlag Berlin, 2007. - 330 p.
7. Асташев В.К., Крупенин В.Л. Нелинейная динамика ультразвуковых технологических процессов. - М.: МПУ (Изд-во МГУП им. Ивана Федорова), 2016. - 372 с.
8. Харкевич А.А. Теория электроакустических преобразователей. В кн.: Избранные труды. Т.1. - М.: Наука, 1973. - С. 33 – 217.
9. Римский–Корсков А.В. Электроакустика. - М.: Связь, 1973. - 272 с.
10. Асташев В.К., Пичугин К.А. Резонансная настройка и оптимизация параметров ультразвуковой стержневой системы с пьезокерамическим возбудителем колебаний // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2013. - №5. - С. 5-11.
11. Math Mathieson A., Cardoni A., Cerisola N., Lucas M. The influence of piezoceramic stack location on nonlinear behavior of Langevin tr transducers // IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferro Ferroelectrics and Frequency Control. 60 (6). P. 1126-1133.
12. Бабицкий В.И. Теория виброударных систем. - М.: Наука, 1985. - 352 с.