

УДК 534.1

Виброударные системы с тавровыми ограничителями хода и распределенными ударными элементами

В.Л. Крупенин

Даны результаты динамического анализа и экспериментального изучения виброударной системы с распределенным ударным элементом – струны, движение которой ограничивает абсолютно жесткое неподвижное препятствие, представляющее собой тавр. Изучены некоторые динамические эффекты, сопровождающие появление в такой системе стоячих периодических волн типа «хлопков с выстоями». Показывается, что в консервативных системах «хлопки с выстоями» оказываются, вообще говоря, единственными периодическими режимами движения, свойства которых слабо зависят от геометрических параметров системы. В остальных случаях, стоячие волны могут оказаться почти периодическими. Даны полученные экспериментально профили струны при реализации указанного типа стоячих волн.

1. В работах [1-12] теоретически и экспериментально изучались виброударные системы с параллельными ударными парами и (или) распределенными ударными элементами и, в частности, установлена возможность существования синхронных периодических режимов движения типа "хлопков". При их реализации пространственно удаленные части ударных элементов - сосредоточенных или распределенных – могут синхронно соударяться с соответствующими частями различного рода ограничителей. В то же время в работах [6, 9-14] изучались струны, взаимодействующие с точечными ограничителями хода, а, например, в работе [14] описаны результаты экспериментов и приведены данные о том, что некоторые из теоретически предсказанных динамических эффектов наблюдаются на практике.

Рассматриваемый в данной работе одно-тавровый ограничитель моделируется при помощи составного объекта, состоящего из упомянутых прямого протяженного и точечного ограничителей хода. Будет показано, что профили реализуемых стоячих волн несут черты обоих случаев - хлопков и стоячих волн с выстоями.

2. Рассмотрим струну, вибрирующую вблизи таврового ограничителя хода (рис.1,а). Протяженная часть ограничителя параллельна оси статического равновесия.

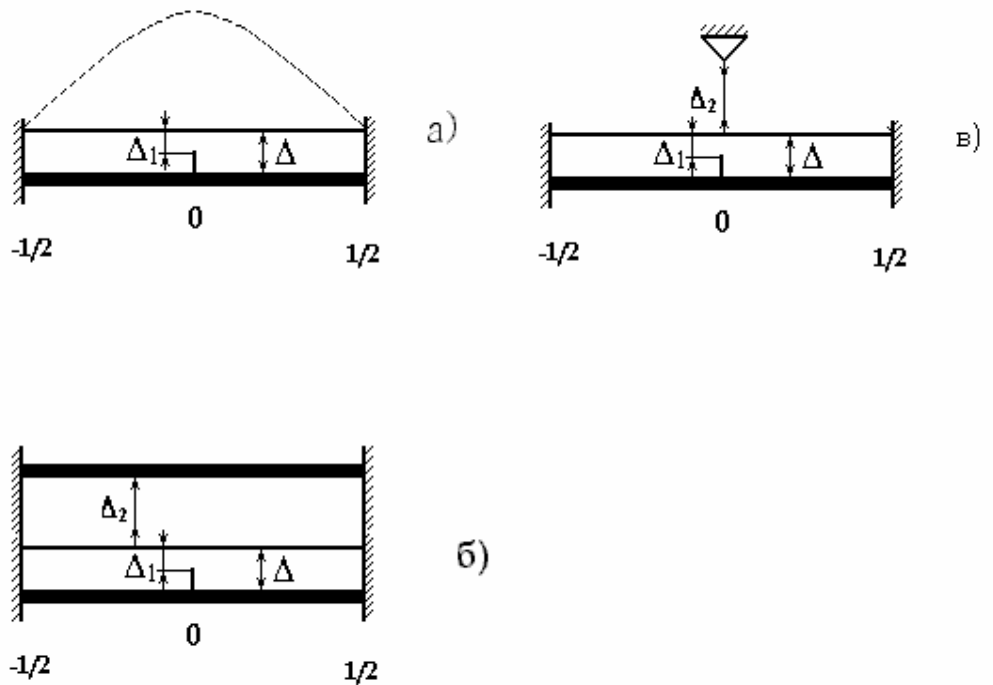


Рис.1

Пусть искомый прогиб есть $u(x,t); t \geq 0, x \in [-1/2, 1/2]$. Имеем неравенства, отражающие неукрепчивающие связи:

$$u(x,t) \geq \Delta > -1; \tag{1}$$

$$u(0,t) \geq \Delta_1 > \Delta \tag{2}$$

Неравенства (1) описывают связи, накладываемые протяженной частью ограничителя; неравенства (2) – точечной. При реализации здесь строгих неравенств система описывается линейным волновым уравнением $\square u \equiv u_{tt} - u_{xx} = 0$, где без ограничения общности приняты единичными погонная масса и натяжение, так как этого всегда можно достичь соответствующим выбором масштабов измерений. Граничные и начальные условия положим следующими:

$$u(-1/2,t) = u(1/2,t) = 0; u(x,0) = u_0(x); u_t(x,0) = 0. \tag{3}$$

Предполагаем, что гладкость функции $u_0(x)$ обеспечивает существование и единственность решения линейной задачи Коши для уравнения $\square u = 0$, по крайней мере, в обобщенном смысле [15].

Кроме того, имея в виду изучать стоячие волны в определенном смысле подобные первой форме колебаний, будем предполагать, что функция $u_0(x)$ – унимодальная и четна на отрезке $x \in [-1/2, 1/2]$ (прерывистая кривая на рис.1,а). Приведем соотношения, описывающие взаимодействие струны с препятствием.

При достижении точками струны плоских частей ограничителя (при реализации в соотношении (1) равенства) ограничитель действуют на струну «от себя». Поэтому при $x \neq 0$, если

$$u \leq 0, \text{ то } \square u \geq 0. \quad (4)$$

Оперируя с обобщенными решениями, потребуем, чтобы

$$\text{supp } \square u \subset \{(x,t); x=0, |u(x,t)| = \Delta\} \quad (5)$$

Гипотеза удара предполагает, что потерь энергии не происходит, т.е. как и для линейной струны в смысле обобщенных функций

$$\partial/\partial t (|u_x|^2 + |u_t|^2) = \partial/\partial x (2u_x u_t). \quad (6)$$

Это соотношение в данном уже «нелинейном случае» постулируется и, в частности, выражает гипотезу взаимодействия, т.к. отсюда непосредственно следует аналог классической гипотезы об абсолютно упругом ударе:

$$u_t(x,t-0) = -u_t(x,t+0), (x,t) \in \text{supp } \square u; u(x,t) = \Delta; x \neq 0. \quad (7)$$

Вопрос о возможности построения континуального аналога гипотезы Ньютона и введении, каких либо аналогов коэффициента восстановления оказывается связанным не только собственно с типом распределенного ударного элемента [6], но и с типом устанавливаемой стоячей волны [3]. Поэтому такой вопрос, очевидно, представляет собой самостоятельную нетривиальную проблему и в настоящей статье не рассматривается.

При взаимодействии с серединными частями ограничителей при $x=0$ образуются временные выстои струны [10-14]. При этом во время выстоя на струну при $u(0,t) = \Delta_1$ ($t \in [t_k, \theta_k]$) действует сила реакции «точечной части» ограничителя $R_k(t)$, где t_k и θ_k - моменты начала и конца выстоя; k - целочисленный индекс - здесь и везде отвечает некоему k -му взаимодействию.

Тогда, если записать обобщенную функцию $\Phi_0[u]$, символически выражающую силу ударного взаимодействия, она, будет представляться в виде двух обобщенных функций: $\Phi_0[u] = \Phi_1[u] + \Phi_2[u]$. Причем при n -м взаимодействии,

$$\Phi_1[u] = J(x) \delta[t - t_n(x)] \gamma(x; \Delta). \quad (8)$$

Здесь $J(x)$ – плотность ударного импульса, $t_n(x)$ – распределение n -й «фазы» удара, определяемой в данном случае как решение уравнения $u[x, t_n(x)] = \Delta$, где $x \neq 0$; $\delta(t)$ – δ -функция Дирака.

Индикаторная функция $\gamma(x; \Delta) = 0$ при тех x , когда струна не взаимодействует с плоской частью ограничителя и $\gamma(x; \Delta) = 1$, когда такое взаимодействие возможно (см. ниже).

Для второй составляющей силы взаимодействия в некоем j -м случае [ср. 13] имеем:

$$\Phi_2[u] = R_j(t) \delta(x) [\eta(t - t_j) - \eta(t - \theta_j)], \quad R_j(t) = u_x(-0, t) - u_x(+0, t) \geq 0, \quad t \in [t_j, \theta_j], \quad (9)$$

где $\eta(t)$ – единичная функция Хевисайда. Анализируемая задача, следовательно, может быть записана в виде нелинейного уравнения типа Клейна – Гордона $\square u - \Phi_0[u] = 0$ с краевыми и начальными условиями (2).

При рассмотрении неконсервативной системы будем иметь такое же уравнение, но с правой частью:

$$\square u - \Phi_0[u] = f(u, u_t, t), \quad (10)$$

где $f(u, u_t, t)$ – функция, описывающая силы демпфирования и возбуждения. При рассмотрении случая, когда восполнение потерянной энергии происходит через концы струны можно сохранить вид задачи (1), (10) с некоторой обобщенной функцией f [9, 15].

Рассматривая консервативную нелинейную задачу, будем искать стоячие периодические волны некоторого периода $T(E) = 2\pi/\omega$ где ω – частота вибрации струны; E – полная энергия системы. Воспользуемся методами частотно-временного анализа виброударных процессов [9, 15] и перейдем к интегральному уравнению T - периодических колебаний

$$u(x, t) = \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^T \chi(x, y; t-s) \Phi_0[u(x, t-s)] ds dy; \quad (11)$$

При этом периодическая функция Грина (ПФГ) струны [13, 15]

$$\chi(x, y; t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin \pi n (x + 1/2) \sin \pi n (z + 1/2) \chi_n(t). \quad (12)$$

Здесь функции $\chi_n(t)$ – «элементарные» ПФГ линейных осцилляторов с частотами, отвечающими спектру струны $\{\Omega_n\} = \{2\pi n\}$. При $0 \leq t < T$ имеет место формула: $\chi_n(t) = (2\Omega_n \sin 0,5\Omega_n T)^{-1} \cos[\Omega_n(t - 0,5T)]$ [9, 15]. Если переменная t лежит вне интервала периодичности $[0, T]$, то это конечное представление корректируется, а вообще, может быть заменено некоторым рядом Фурье [9,

15]. Внося (8) и (9) в (11), находим, предполагая, что за каждый период искомого периодического движения происходит лишь одно взаимодействие:

$$u(x,t) = \int_{-1/2}^{1/2} J(y) \gamma(y;\Delta) \chi(x,y;t-\varphi(y)) dy + \int_{t_1}^{\theta_1} R(s) \chi(x,0;t-s) ds, \quad (13)$$

где $\varphi(x)$ – распределение фазы удара. Представление решения в виде (13) будем называть трехфункциональным, так именно три функции $J(x)$, $\varphi(x)$ и $R(t)$, определяемые сформулированными выше условиями и дают описание искомой стоячей периодической волны.

3. Изучая вначале стоячие волны с изломанными профилями, подобные упомянутому в п.1 «хлопкам», положим во втором начальном условии (3): $u_0(x) = L(1-2|x|)$, где $L = \text{const} > 0$ – величина взаимно однозначно связанная с полной энергией системы E .

В отсутствие ограничителей линейная струна совершает периодические колебания с периодом $T_0 = 2$, и любые ее конфигурации укладываются внутри параллелограмма $|u| = L(1-2|x|)$.

Допустимые профили стоячих волн могут быть двух родов. Если начальный запас потенциальной энергии недостаточно велик и $|\Delta_1| \leq L$, $|\Delta| > L$, то имеется стоячая волна, взаимодействующая только с выступом тавра (рис. 2,а). Если $|\Delta_1| \leq |\Delta| \leq L^*$, то возможно двойное взаимодействие (рис. 2,б).

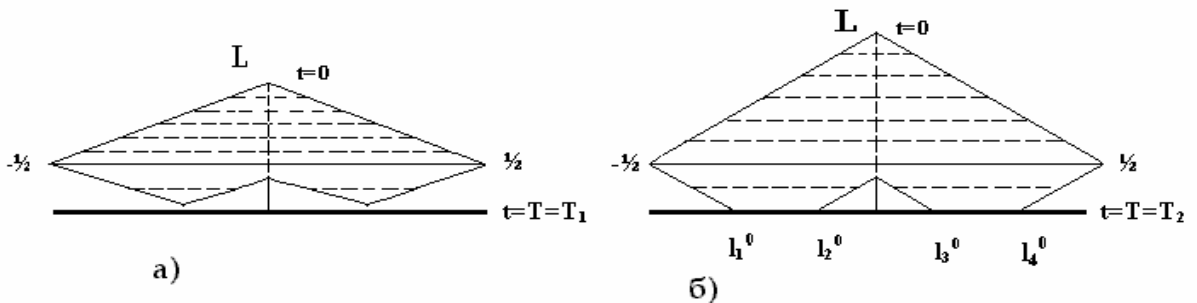


Рис. 2

Первый случай рассматривается аналогично, например, работам [10-14]. Так, учитывая найденное в [10,13], имеем: $t_1 = \frac{1}{2}(L-\Delta_1)L^{-1}$, $\theta = 1$ и период стоячей волны $T \equiv T_1$ связан с «энергетическим параметром» L соотношением $T_1 = \frac{1}{2}(3L-\Delta_1)L^{-1}$. Соответственно $L(\omega_1) = \Delta_1 \omega_1 (3\omega_1 - 4\pi)^{-1}$, $\omega_1 = 2\pi/T_1$. И, так как здесь $\Delta_1 < 0$, колебания возможны только, когда $\pi < \omega_1 < \frac{4}{3}\pi$. Причем первое неравенство следует из линейности системы при $\omega_1 = \pi$: $L = -\Delta_1$.

Для профилей второго рода $T \equiv T_2 = 1 + 2|\Delta|L^{-1}$. Соответственно $L(\omega_2) = 2|\Delta|\omega_2(2\pi - \omega_2)^{-1}$; колебания возможны, когда $\omega_0 < \omega_2 < 2\pi$, где ω_0 - частота свободных колебаний, отвечающая возникновению хлопков (достижению участками струны плоской части таврового ограничителя). Очевидно, значение $\omega_0 = 8\pi|\Delta|(2|\Delta| - |\Delta_1|)^{-1}$.

График скелетной кривой $L=L(\omega)$ ($\omega = 2\pi/T$ - значение частоты свободных стоячих волн данного типа) данной стоячей волны дан на рис.3, где показаны также скелетные кривые системы с точечным ограничителем (кривая 1) и системы с прямым протяженным ограничителем (кривая 2). Мы получаем здесь кривую, характерную для систем жесткого типа [6,9,15]. Таким образом, для данной нелинейной системы получаем полуинтервал «собственных частот» $\Lambda = \{\omega | \omega \in [\pi, 2\pi)\}$.

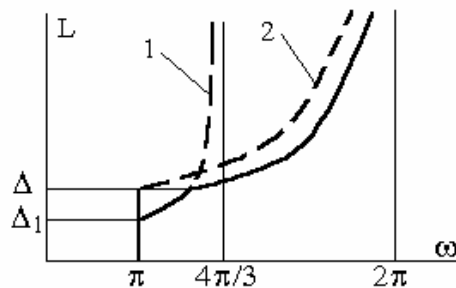


Рис. 3

Теперь для нахождения искомой стоячей волны определим параметры трехфункционального представления (13). Для волн первого типа (см. также [13]): $T=T_1$, $J(y)=0$; $t_1 = \frac{1}{2}(L - \Delta_1)L^{-1}$; $\theta_1=1$; $R(s)=4L$; время выстоя $t^0 \equiv \theta_1 - t_1 = \frac{1}{2}(L + \Delta_1)L^{-1}$. Выполняя в (13) интегрирование находим:

$$u(x,t) = B_{o2}(L; x, t) = 8L \sum D_k(t_0; \omega_1; t - \varphi) \sin k\pi(x + \frac{1}{2}), \quad (14)$$

причем здесь и далее суммирование ведется по индексам $k, n, \dots = 1, 2, \dots, \infty$.

$$D_k(t_0; \omega_1; t) = -t_0(Tk^2\pi^2)^{-1} + 4T_1^{-1} \sum (-1)^{n+1} \sin \frac{1}{2}n\omega_1 t_0 \cos n\omega_1 t [n\omega_1(k^2\pi^2 - n^2\omega_1^2)]^{-1}. \quad (15)$$

Эволюция стоячей волны показана на рис. 2, а и б пунктирными линиями.

Для волн второго типа: по определению $J(y)=const$ - есть удвоенная скорость точек струны, расположенных на ее равномерно движущихся прямолинейных участках, то есть при $x \in \{[l_1^*, l_2^*] \cup [l_3^*, l_4^*]\}$, где l_i^* - координаты концов двух «площадок удара» (рис.2,б). В данном случае, исходя из структуры системы (см. рис. 2, б) сила Φ_0 отлична от тождественного нуля только на отрезках $[l_1^0, l_2^0]$ и $[l_3^0, l_4^0]$, то есть, входящая в (8) функция $\gamma(x;\Delta)=[\eta(x-l_1^0)-\eta(x-l_2^0)]+[\eta(x-l_3^0)-\eta(x-l_4^0)]$. Поэтому составляющая $\Phi_1[u]$ (см. (8)) определяется четырьмя параметрами l_k^0 (см. ниже) и двумя постоянными - импульсом ($J(y)=4L$) и фазой ($\varphi_0=1+|\Delta|L$).

С учетом вычисленного выше: $t_1=? +|\Delta_1|(2L)^{-1}$; $\theta_1=1-(|\Delta|-|\Delta_1|)L^{-1}$; $t=? [1-(2|\Delta|+|\Delta_1|)L^{-1}]$; $R(s)=4L$. Для нахождения величин, l_k^0 , определяемых профилем струны и принятыми сейчас начальными условиями, введем три величины $b=? +? \Delta_1 L^{-1}-(|\Delta|-|\Delta_1|)ctg2L$; $a=-b$; $d=? +? \Delta_1 L^{-1}-(|\Delta|-|\Delta_1|)ctg2L$. При помощи простых геометрических построений показывается: $l_1^0=-l_4^0=-? d-b$; $l_2^0=-l_3^0=-? d$; $l_1^0-l_2^0=-b$; $l_1^0+l_2^0=-b-d$; $l_3^0+l_4^0=d+b$; $l_4^0-l_3^0=b$. Внося это в (13) имеем: $u(x,t)=B_{o1}(L^*;x,t-\varphi_0)+B_{o2}(L^*; x, t)$;

$$B_{o1}(L^*;x,t-\varphi_0)=8L(\pi^2 n)^{-1} \sum \chi_n(t-\varphi_0) \sin ? \pi n(b+d+?) \sin ? \pi n b \sin \pi n(x-?) \quad (16)$$

где при вычислении функции B_{o1} , как и всегда суммирование ведется по всем целым положительным числам, а функция B_{o2} вычисляется, как и в (11), с учетом измененного значения времени выстоя середины струны.

4. Обозначив найденное представление $W(L;x,t)$, перейдем к рассмотрению задачи с более общими начальными условиями (2): $u(x,0)=u_0(x)$; $u_t(x,0)=0$, где функция $u_0(x)$ предполагается четной и унимодальной (см. п.1) на отрезке $x \in [-? ; ?]$. Подчеркнем при этом, что при выполнении в (1) равенства: $u(0,t)=\Delta_1$, серединная точка струны фиксируется и во время последующего выстоя за исключением удара о его плоскую часть (реализации для некоторых точек (x,t) равенства $u(x,t)=\Delta$), струна при $x \neq 0$ все время подчиняется линейному волновому уравнению.

Будем искать решение (см. также [8, 10-13]) задачи, поставленной в п.1, в виде:

$$u(x,t)=W[L;y_1(x,t);y_2(x,t)] \quad (17)$$

где $y_{1,2}(x,t)=g(x+t) \pm g(x-t)$. Не ограничивая общности, примем, $L=1$. Зависящая, в частности, от начальных и граничных условий функция $g(x)$ подлежит определению в два шага. Во-первых, положим для $x \in [-1/2; 1/2]$

$$g(x)= \begin{cases} 1/2[1-u_0(x)], & 0 \leq x \leq 1/2, \\ 0, & x=0, \\ 1/2[u_0(x)-1], & -1/2 \leq x \leq 0. \end{cases} \quad (18)$$

Во-вторых, доопределим функцию $g(x)$, исходя из двух соотношений:

$$g(x+1)=\frac{1}{2} - g(-x), g(x+2)=1 + g(x), \quad x \in \mathbb{R} \quad (19)$$

Преобразования (18) и (19) трансформируют унимодальную на отрезке $[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$ четную функцию $u_0(x)$ в нечетную монотонно возрастающую на всей числовой оси функцию $g(x)$. При этом если, например $u_0(x) \in C^2[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$, то легко показать, что $g(x) \in C^2(\mathbb{R}^1)$. И также показывается, что $-\frac{1}{2} \leq u_1(x,t) \leq \frac{1}{2}$ и, кроме того, $u_1(x,t+2)=u_1(x,t)$; $u_2(x,t+2)=u_2(x,t)+2$. То есть функция u_1 – периодична с периодом колебаний линейной струны $T_0=2$, а функция u_2 – эволюционирует.

Учитывая определение функций g и $u_{1,2}$, установим, что представление (17) удовлетворяет уравнению $\square u - \Phi_0[u]=0$, то есть всем сформулированным в п.2 условиям взаимодействия, а также начальным и граничным условиям (2).

В соответствии с видом представления (17) конфигурационные ограничения (1) и (2) выполняются. Рассмотрим начальные и граничные условия (3). Имеем, исходя из вида порождающих волну W начальных условий: $u_0(x)=W[2g(x), 0]=1-4L|g(x)|$, то есть (18) приводит к тождеству. Также получаем тождество и для второго начального условия.

Используя (19) находим: $u_1(\pm \frac{1}{2}, t) = \pm \frac{1}{2}$, следовательно, $u(\pm \frac{1}{2}, t) = W[\pm \frac{1}{2}, y_2(\pm \frac{1}{2}, t)] = 0$.

Подставив (17) (здесь $L=1!$) в уравнение Клейна-Гордона (10) при $f \equiv 0$, найдем, после ряда преобразований, имея в виду, что сумма или разность двух бегущих волн удовлетворяют волновому уравнению:

$$2g'(x+t) g'(x-t) \square w - \Phi^*[w(y_1, y_2)] = 0. \quad (20)$$

При этом с учетом возрастания функции $g(x)$ и справедливости второго неравенства (2) для решения $W(x,t)$ получаем, что при $W \leq 0$: $\square W \geq 0$ при любых допустимых значениях аргументов функции W ; совершенно аналогично проверяется выполнение (4).

Проверяя выполнения соотношения (5) для решений $W(x,t)$ найдем $W_t W_x = 0$, $W_x^2 + W_t^2 = 4$ и далее непосредственным дифференцированием устанавливаем искомое соотношение.

Эти соотношения можно получить, исходя из картины эволюции профиля струны или, сложнее, из найденных аналитических решений (11)-(13). После вычислений, используя эти соотношения, находим

$$W_x^2 + W_t^2 = 8[g'^2(x+t) + g'^2(x-t)]; \quad W_t W_x = 4[g'^2(x+t) - g'^2(x-t)].$$

Дифференцируя первое соотношение по t , второе – по x , приходим к искомому тождеству.

Проводя с учетом (14) дифференцирование в соответствии с (7), имеем $R_0 = W_{y_2}(-0, y_2) + W_{y_2}(-0, y_2) = 4$; ввиду возрастания функции $g(t)$, получаем выполнение неравенства (7) в виде $R_0 = 8g'(t) > 0$.

Итак, формула (14) действительно определяет искомый процесс, так как предположение $L=1$ никак не ограничивает общности рассуждений.

Структура решения (17) всецело определяется структурой представляющих рядов (14)-(16), то есть решение строится как ряд, каждый член которого суть произведение T -периодической функции времени Q_{1k} , множимой на некоторую функцию Q_{2k} координаты x :

$$u(x,t) = w[L_*; y_1(x,t); y_2(x,t)] = \sum Q_{1k}[L; y_1(x,t)] Q_{2k}[L; y_2(x,t)], \quad (21)$$

где суммирование по k ведется по всем целым положительным числам. Все функции Q_{1k} – T -периодичны по переменной y_1 и в то же время $y_1(x, t+2) \equiv y_1(x, t)$; $y_2(x, t+2) \equiv y_2(x, t) + 2$. Период (см. п.3) $T = T_1 = \frac{1}{2}(3L_* - \Delta_1)L^{-1}$, при $|\Delta_1| \leq L$, $|\Delta_1| > L$ $|\Delta_1| \leq |\Delta| \leq L$ и $T = T_2 = 1 + 2|\Delta|L^{-1}$, при $|\Delta_1| \leq |\Delta| \leq L$. Для того, чтобы соотношение (21) определяло бы периодический процесс необходимо и достаточно, чтобы величины T и $T_0=2$ были бы соизмеримы. Таким образом, изучаемая нами задача может иметь периодическое решение тогда и только тогда, когда период T дается рациональным числом. В остальных случаях решение оказывается почти периодическим (ср. [8, 10-13])

5. Пусть модель изучаемого процесса имеет возмущенный вид (10), где функция $f \sim \varepsilon$ - периодическая и имеет некоторую частоту ω^* . Предположим $\omega^* \in \Lambda$ - полуинтервалу «собственных частот» консервативной системы (см. п.3). Тогда найдется такое малое число $\varepsilon_0 > 0$, что при малых значениях параметра $\varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$, искомое решение сохраняет вид, близкий к решению вырожденной (при $\varepsilon=0$) системы. Установленный выше результат, в частности, означает, что при внесении в систему каких-либо достаточно малых структурных изменений (порядка ε_0) существенное отличие реализуемых стоячих периодических волн от волн типа (17) «маловероятно».

Отметим, что при рассмотрении движений типа (17) условия их поддержания малыми неконсервативными силами можно найти, исходя из принципа энергетического баланса [9, 14, 15]. За период волны T^* на движении (17) должны сбалансироваться неконсервативные силы, то есть:

$$\int_0^{T^*} \int_{-\infty}^{\infty} f(u, u_t, t) W_t[L_*; y_1(x,t); y_2(x,t)] dt dx = 0.$$

Здесь $L_* = L(\omega^*)$, $\omega^* \in \Lambda$ Приведенное соотношение может рассматриваться как уравнение для определения, например, неизвестных сдвигов фаз искомых процессов. При этом условие разрешимости этого уравнения можно рассматривать как условие существования T^* -периодических стоячих волн типа (17).

При посредстве методов частотно-временного анализа совершенно аналогично могут быть изучены и другие случаи. Такие, например, как

случай ограничителя хода, содержащего тавр по обе стороны струны, а также различные сочетания пар ограничителей («прямой» – «тавр» (рис.1, б), «тавр» - «точечный» (рис.1, в) и т. д.; см. также [12].)

Отметим, наконец, что по своему характеру семейство стоячих волн с профилями, состоящими из отрезков прямой, удовлетворяет условиям, указанным в работе [16] для так называемых псевдоконсервативных систем. Таким образом, при надлежащем выборе механизмов возбуждения колебаний можно указать системы, для которых решения типа (17) являются точными и в неконсервативном случае.

6. На рис. 4 показана схема экспериментального стенда «Аллигатор-Тавр». Приведем его краткое описание. Здесь тавровый ограничитель 6 выполнен из гетинакса установлен на каретке 7, перемещаемой микрометрическим винтом, при помощи которого можно изменять значение установочного зазора Δ . В качестве распределенного упругого элемента в экспериментальной установке использован резиновый жгут 1. Один конец жгута жестко связан с установленным на станине датчиком 2 силы, измеряющим составляющую натяжения жгута в направлении перпендикулярном его оси. Сигнал с датчика силы пропорциональный углу поворота жгута в месте заделки регистрировался при помощи электронно-лучевого осциллографа 3. Второй конец жгута связан с якорем электродинамического возбудителя 4 поперечных колебаний. Конструкция креплений жгута допускает регулировку натяжения жгута с целью изменения его собственных частот. Питание возбудителя осуществляется от

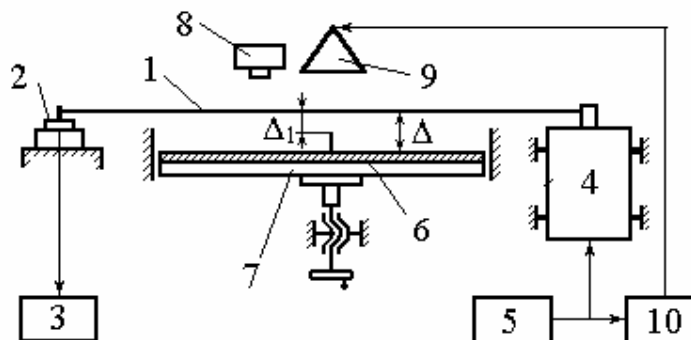


Рис.4

управляющего генератора 5 синусоидальных электрических колебаний. Стоячие волны визуализировались при помощи стробоскопического анализатора движения 10, вспышки лампы 9 которого синхронизировались от управляющего генератора. Встроенный в анализатор фазовращатель позволяет остановить и фотографировать (фотоаппарат 8) форму жгута во всех фазах движения, а введение малой расстройки между частотами вспышек лампы и возбуждения – наблюдать медленно эволюционирующую картину стоячих волн.

Стенд допускает установку второго ограничителя, а также изменение типов ограничителей (на рис.4 – не показано.)

Проведенные эксперименты находятся в удовлетворительном согласии со сделанными выше выводами.

Были визуально стоячие периодические волны только двух описанных выше типов. Волны первого типа наблюдались после прохождения линейного резонанса и не отличались от описанных в [14]. Волны второго типа возникали после увеличения амплитуды возбуждения, при увеличении частоты возбуждения (затягивание по частоте), при увеличении зазора Δ .

Фотоизображение характерного профиля струны (выполнено А.И. Стерниним) в случае работы установки, упрощенная схема которой показана на рис.4 дана на рис. 5. Здесь было выбрано: $\Delta_1=20$ мм; $\Delta=25$ мм. Профиль, Научно-технический журнал «ВНТР» №1, 2007 г. Национальная Технологическая Группа
В.Л. Крупенин

данный на рис. 5 отвечает частоте $f=27,3$ Гц. С помощью данной установки, как и обычно, для режимов с трапециевидными профилями (хлопков) регистрировались динамические эффекты, характерные для «ударных осцилляторов» [3, 4, 9, 14, 15].



Вместе с тем регистрировались и неперiodические волны более сложной природы.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (Проект 05-08-50183).

Литература

1. Amerio L., Prouse G. Study of the Motion of a String Vibrating Against an Obstacle // *Rend. di Mat. Ser. 6(8)*. 1975. N.2. P. 563-585.
2. Крупенин В.Л. К теории виброударных систем с распределенными ударными элементами // *Изв. АН СССР, МТТ*. 1986, N1. С. 25-32.
3. Веприк А.М., Крупенин В.Л. О резонансных колебаниях системы с распределенным ударным элементом // *Машиноведение*. 1988. № 6. С. 39-47.
4. Крупенин В.Л. Трансформация форм колебаний струны, взаимодействующей с двумя протяженными преградами // *ДАН СССР*, 1990, т.313, N6, с. 1390-1394.
5. Krupenin V.L., Veprik A.M. Vibroconductors equipped with impact elements and distributed vibroimpact systems // *Proceedings of the 2-nd European Nonlinear Oscillations Conference*. V.1. Czech Prague: CTU, 1996, pp. 229-234.
6. Асташев В.К., Крупенин В.Л. Волны в распределенных и дискретных виброударных системах и сильно нелинейных средах // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 1998, № 5, с. 13-30.
7. Krupenin V.L. Vibro-impact processes in systems with multiple impact pairs and distributed impact elements // *Dynamics of Vibro-impact systems. Proceeding of the Euromech Colloquium 15-18 September 1998*. Berlin-Heidelberg-NY, Springer-Verlag. 1999, pp.39-48.
8. Крупенин В.Л. К анализу виброударных процессов с синхронными и несинхронными ударами в несимметричных системах высокой размерности с двусторонними ограничителями // *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 1997, № 3. С. 20-25.

9. Babitsky V.L., Krupenin V.L. Vibration of Strongly Nonlinear Discontinuous Systems,. Berlin-Heidelberg-NY, Springer-Verlag. 2001, 400 p.
10. Cabannes H., Haraus A. Mouvements presque – periodiques d’une corde vibrante en presence d’un obstacle fixe, rectiligne ou ponctuel // I.J. Non-linear Mechanics. 1981, V.55, №5/6, p.p. 449-457.
11. Cabannes H. Cordes Vibrantes avec Obstacles // Acustica,. 1984, V.55, p.p. 14-20.
12. Citrini and C. Marchionna Some unilateral problems for the vibration string equation// Eur. J. Mech., A/Solids, **8**, n° 1,1989, p.p. 73-85.
13. Крупенин В.Л. К расчету резонансных колебаний гибкой нити, взаимодействующей с точечным ограничителем хода // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1992, №2, с.29-36.
14. Асташев В.К., Крупенин В.Л. Экспериментальное исследование колебаний струн, взаимодействующих с точечными ограничителями // Доклады РАН, 2001, Т.379, №3, с.23-27.
15. Бабицкий В.И., Крупенин В.Л. Колебания в сильно нелинейных системах. М.: Наука. 1985. 320 с.
16. Крупенин В.Л. К расчету псевдоконсервативных авторезонансных систем // Проблемы машиностроения и надежности машин, 1993 г., N2, с. 106-114

Поступило: 20 мая 2007 г.