

534.1

КОЛЕБАНИЯ РОТОРА ПРИ ПОСТОЯННОМ КОНТАКТЕ С НЕПОДВИЖНЫМИ И ЛЕГКИМИ ПОДВИЖНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ РОТОРНОЙ СИСТЕМЫ

©Людмила Яковлевна Банах

РАН, Россия, Москва

banl@inbox.ru

Аннотация. В контактных режимах роторных систем могут быть выделены два различных типа движений: 1) задевание ротора о неподвижный или упруго-закрепленный статор и 2) контакты ротора с легкими подвижными элементами роторной системы (например, плавающие или пальчиковые уплотнения, ограничители). Контактные режимы для этих случаев существенно отличаются друг от друга. Рассмотрены следующие типы движений: обкатка постоянный контакт ротора с неподвижным статором (обратная асинхронная прецессия ротора), «обегание» кольца по ротору при постоянном контакте с легкими подвижными элементами (прямая асинхронная прецессия кольца типа «хула-хуп»). Для этих случаев найдено аналитическое решение, построены траектории ротора и кольца. Приведены результаты экспериментальных исследований.

Ключевые слова: ротор, контакт статор, уплотнительное кольцо, обкатка ротора, обегание кольца.

THE ROTOR OSCILLATIONS AT ITS CONTACT WITH FIXED AND LIGHT MOVABLE ELEMENTS OF THE ROTOR SYSTEM

©Liudmila Ya. Banakh

IMASH RAS, Russia, Moscow

banl@inbox.ru

Abstract. In contact modes of rotor system can be separated two basic various motion types: 1) rotor contacts with fixed or elastic fixed stator 2) rotor contacts with light movable elements of the rotor system (e.g., floating or finger seals, stops). Contact regimes for these cases are quite different from each other. The following motion types are considered: rolling - permanent rotor contact with fixed stator (asynchronous backward whirling of rotor), "running" of the ring on the rotor which arise at rotor contact with a light movable elements (it give rise to ring forward asynchronous whirling as "hula-hoop"). For these cases, we found an analytical solution, and the rotor - ring trajectories. The results of experimental research are presented.

Key words: rotor, contact, stator, sealing ring, rolling of rotor, running of ring.

1. Постановка задачи. В роторных системах нередко происходит контакт вращающегося ротора со статорными элементами. При этом возникают такие опасные колебания, как обкатка ротора по неподвижному статору в режиме обратной прецессии, виброударные режимы и различные комбинации таких режимов. Это нештатные режимы, нередко приводящие к серьезным авариям. Их теоретическому и расчетно-экспериментальному исследованию посвящены работы, как например, [1- 7]. В ряде работ рассматриваются режимы с задеванием о статор с учетом ряда дополнительных

дефектов: несоосности ротора и статора, усложнению контактных условий, что приводит к возникновению субгармонических и хаотических режимов [8-10].

Однако, не менее опасными могут оказываться также режимы при вращении ротора внутри легких подвижных элементов системы при постоянном контакте с ними. Такие колебания могут возникать, например, при вращении ротора внутри плавающих уплотнений. Плавающие уплотнения в настоящее время применяются в быстровращающихся роторных системах. Они позволяют реагировать на относительное смещение в системе «ротор статор», при этом рабочий зазор поддерживается минимальным, что обеспечивает малую утечку рабочей среды и хорошую герметизацию уплотнения. Возникновение контактных режимов может привести к повреждению и даже разрушению этих элементов и, как следствие, к нарушению работы всей роторной системы. При таких режимах возникают колебания кольца, во время которых оно «обегает» ротор при постоянном контакте с ним в режиме прямой прецессии [2, 3, 11]. В дальнейшем, в отличие от традиционной, достаточно хорошо изученной обкатки с обратной прецессией, будем называть этот режим *обеганием* кольца вокруг ротора (колебания типа «хула-хуп»). Этот случай относится к проблеме вибрационного поддержания планетарного движения, и для задач вибромеханики изучен И. И. Блехманом [2]. В настоящей работе рассмотрены колебания роторной системы, возникающие при постоянном контакте ротора, как с неподвижным статором, так и с легкими подвижными элементами.

2. Постоянный контакт ротора с неподвижными статорными элементами

2.1. Обкатка ротора по статору при постоянном контакте с неподвижным статором

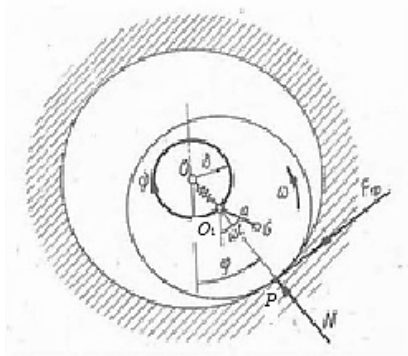
возникает в случае недостаточной смазки (отсутствие масляного слоя) и представляет собой асинхронную обратную прецессию ротора

Кинематическая обкатка происходит без проскальзывания.

$$\dot{\varphi}_{кин} = \omega \frac{r}{\delta} \approx 10-10^2 \omega, N = m\varepsilon \dot{\varphi}_{кин}^2, \quad (1)$$

r - радиус вала, δ - величина зазора, N - нормальное давление в точке контакта. Для обкатки, как следует из (1), характерны высокая скорость обратной прецессии и значительные силы нормального давления на статор.

Но реально обкатка сопровождается проскальзыванием, что приводит к интенсивному износу соприкасающихся поверхностей. Обкатка может возникать, например, при внезапной разбалансировке ротора (отрыв лопатки), при внешнем импульсном воздействии. При этом появляются разрушающие силы контактного взаимодействия, превышающие вес ротора на два три порядка. Например, на Новочеркасской предельная скорость прецессии составила 7470,7 рад /с, а сила нормального давления на статор составила $2,34 \cdot 10^9$ Н = 34000 G, где G - вес ротора). Процесс обката до разрушения длился 0,2 секунды.



Математическая модель процесса обкатки [1,3] (рис.1).

В случае жесткого статора система имеет одну степень свободы угол φ , между нормалью в точке контакта и радиусом ротора OO_1 , O ось подшипников O_1 геометрический центр; P точка контакта ротора со статором; G - центр масс; ω угловая скорость ротора;

Рис.1. Динамическая модель процесса обкатки

Уравнение движения ротора в случае обкатки с проскальзыванием [1,3]

$$\ddot{\varphi} = f \left[\dot{\varphi}^2 - \frac{ka}{m} \right] + \frac{\omega^2}{\delta_0} \left[-\sin(\omega t + \varphi) + f \cos(\omega t + \varphi) \right], N = m\dot{\varphi}^2 \delta_0 + ma\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) - k\delta_0 \quad (2)$$

где $\dot{\varphi}$ - угловая скорость прецессии; N реакция статора; $F_{mp} = fN$ сила сухого трения при скольжении, a величина дисбаланса, f коэффициент сухого трения, k жесткость ротора, δ_0 - величина зазора.

$N > 0$ - условие безотрывного движения.

Это автоколебательный режим за счет силы сухого трения $F_{mp} = fN$.

Уравнение (2) - существенно нелинейное, так как член a/δ_0 может быть не мал. Тем не менее, его удастся свести к уравнению с малым параметром f при нелинейных членах заменой переменных: $\omega t = \tau$, $s = \left(\frac{\partial u}{\partial \tau} \right)^2$, $u = \tau + \varphi - \gamma$, $\gamma = \arctg f$, - угол трения.

Тогда

$$\frac{ds}{du} = -\frac{2a}{\delta} \sin u + 2f \left[(\sqrt{s} - 1)^2 - \frac{k}{m\omega^2} \right], \quad \delta = \delta_0 / \sqrt{1 + f^2}$$

Это уравнение - квазилинейное, так нелинейные члены, относящиеся к новой переменной s , входят с малым коэффициентом f . Поэтому его можно решать с помощью метода малого параметра, полагая его решение в виде:

$$s = s_0(u) + 2fs_1(u) + (2f)^2 s_2(u) + \dots$$

Порождающее решение:

$$s_0(u) = 2\frac{a}{\delta} \cos u + K$$

постоянная K определяется из условий периодичности первого приближения $s_1(u)$.

Приравнивая члены при первых степенях f , получим в результате интегрирования уравнение для $s_1(u)$:

$$s_1(u) = 2\frac{a}{\delta} \sin u + (K + 1 - \frac{p}{m\omega^2})u - 2 \int \sqrt{2\frac{a}{\delta} \cos u + K} du + L$$

Разлагая в ряд эллиптический интеграл, стоящий в правой части уравнения, после ряда преобразований найдем выражение для постоянной K и, следовательно, скорость $\dot{\varphi}$ обратной прецессии ротора при обкатке

$$\dot{\varphi} = \omega \left(\frac{1}{A} - 1 \right) - \frac{a\omega}{A} \cos \frac{\omega t}{A}, \quad A = \frac{K + 3a/\delta}{(K + 2aq/\delta)^{3/2}}, \quad K \cong \left(1 + \sqrt{\frac{k}{m\omega^2}} \right)^2 \quad (3)$$

Следовательно, скорость обратной прецессии - периодическая функция, которая зависит от скорости вращения. Покажем, что, при установившейся обкатке скорость прецессии близка к критической скорости ротора (рис.2)

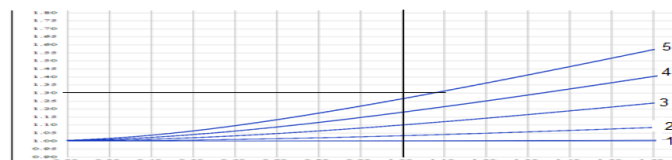


Рис.2. Скорость обкатки в зависимости от отношения a/δ : 1)0.1; 2)0.5; 3)1; 4)1.5; 5) 2.

Действительно, как видно из рис.2 при $0.2 < \omega / \omega_0 < 1.3$ при изменении величины a/δ в широких пределах имеем $1 < \dot{\varphi} / \omega_0 < 1.25$

При относительно небольшом дисбалансе $a/\delta \cong 0$ найдем из (3):

$$\dot{\varphi} \cong \frac{k}{m} \frac{a\omega}{A} \cos \frac{\omega t}{A}, \quad (4)$$

Скорость обкатки находится в окрестности собственной частоты системы.

Однако при такой скорости прецессии величина нормального давления ротора на статор колеблется вблизи нуля. Действительно, из (2) и (4):

$$\dot{\varphi} \approx \omega_0 = const$$

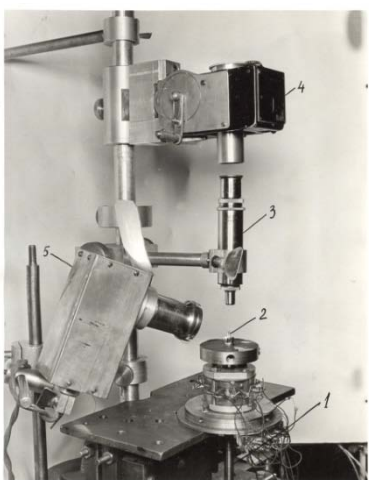
Следовательно, при установившейся обкатке происходят постоянные микро-отрывы и микро-соударения ротора со статором. При дальнейшем увеличении скорости вращения режим обкатки сменяется виброударным режимом.

Экспериментальные исследования траекторий вала проводились уникальным «оптическим» методом, который был предложен и осуществлен Н.В. Звиногородским. В торец вала впаиваются две иглы: одна - в центре вала O , вторая O_1 эксцентрично (рис.2а), и их траектории фотографируются. Это особенно важно, так как траектории эксцентричной точки позволяют определить как направление прецессии (прямая или обратная), а также ее скорость.

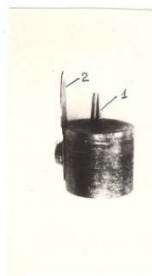
Действительно, траектория эксцентричной иглы является наложением двух движений: колебаний с частотой Ω и вращения с частотой вращения ω вокруг центра вала. Уравнение этой траектории

$$z = C_1 e^{i\Omega t} + C_2 e^{-i\Omega t} + a e^{i\omega t}, \quad z = x + iy \quad (5)$$

В случае обратной прецессии эксцентричная игла описывает гипотрохоиду (рис.3). Число петель равно $n = \frac{\Omega}{\omega} + 1 = \frac{\omega_0}{\omega} + 1 \cong \frac{1}{A}$. Следовательно, при установившейся обкатке, с увеличением скорости вращения число петель на гипотрохоиде уменьшается, поскольку $N = m\dot{\varphi}^2 \delta + ma\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) - k\varphi = ma\omega^2 \cos(\omega + \omega_0)t \stackrel{>0}{<0}$.



а)



б)

Рис.2. Экспериментальная установка для определения траекторий ротора(а). Оптический метод фиксации траекторий с помощью эксцентрично расположенной иглы (б).

Экспериментальные траектории эксцентричной иглы (гипотрохоиды) при обкатке при увеличении скорости вращения вала представлены на рис. 3 а, б. (зазор $\delta = 0,25$ мм, радиус $r = 6$ мм). Для фиксации каждого оборота вала устроен прерыватель светового луча в виде узкой пластинки (рис. 2б) у края сечения вала.

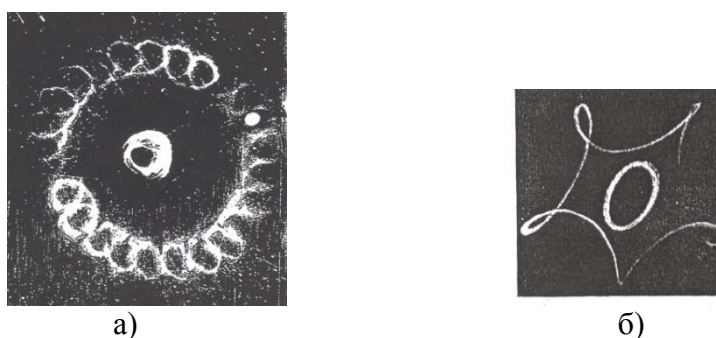


Рис.3. Траектории эксцентричной иглы (гипотрохоиды) при увеличении скорости вращения (а,б)

Представленные выше теоретические и экспериментальные результаты совпадают с численными результатами, полученными независимо В.Ф. Шатохиным при расчете турбины реальной ГРЭС [4,5].

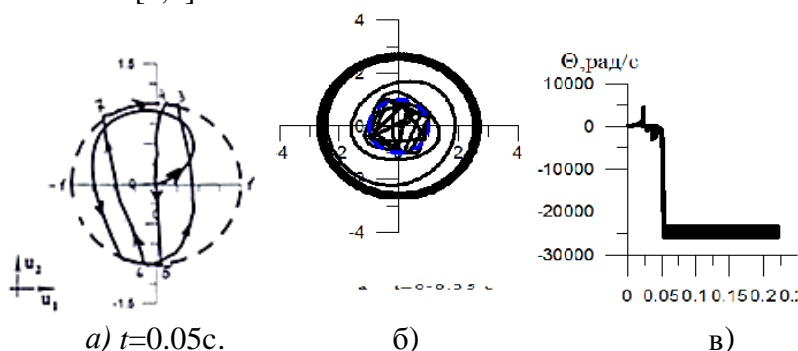


Рис. 4. Траектории центра ротора при установлении обкатки после внезапной разбалансировки (расчетные данные)

Переходные режимы начинаются с прямой прецессии, затем, после нескольких соударений с проскальзыванием возникает обратная прецессия (рис. а, б). Постоянный контакт ротора со статором возникает через 0.053 сек., скорость обкатки близка к критической скорости ротора (рис.4в).

Аналогичные результаты получены в [4] также в случае упруго-закрепленного статора: скорость установившейся обкатки близка к собственной частоте системы «ротор статор».

2.2. Постоянный контакт ротора с легким уплотнительным кольцом.

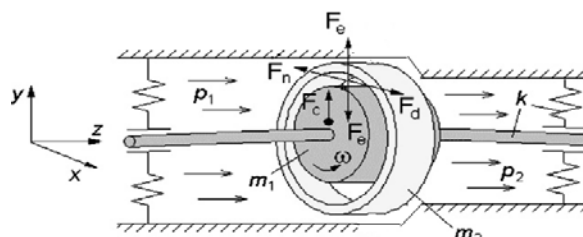


Рис.5. Вращение ротора внутри плавающего уплотнительного кольца. Расчетная модель

Для высокоскоростных роторов обычно используются бесконтактные саморегулирующиеся плавающие уплотнения, которые отслеживают смещения ротора и таким образом существенно повышают герметизацию. Однако, вследствие дисбаланса ротора при вращении происходит его контакт с уплотнительным кольцом. В случае постоянного контакта кольцо начинает «обегать» вокруг ротора. В дальнейшем будем называть такой режим «обеганием», в отличие от рассмотренной выше обкатки.

2.2.1. Кинематика системы «ротор-кольцо» в режиме обегания. Кинематику системы «ротор-кольцо» в режиме обегания поясняет рис.6

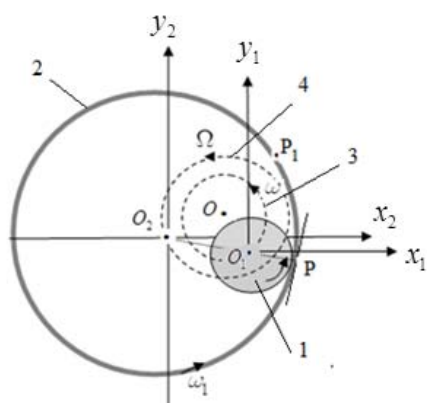


Рис.6. Вращение ротора внутри плавающего уплотнительного кольца. Определение скорости вращения и скорости прецессии кольца: O -центр вращения системы, 1- ротор, 2- плавающее кольцо, 3- траектория центра ротора в режиме прямой синхронной прецессии, 4- траектория центра кольца, P - точка контакта кольца и ротора в момент t_0 , P_1 -положение точки P кольца после поворота на угол 2π .

Сделаем естественное предположение, что колебания легкого кольца мало влияют на колебания ротора. Тогда геометрический центр ротора O_1 под действием силы неуравновешенности совершает круговые колебания (прямая прецессия) с амплитудой a вокруг оси вращения O (окружность 3 на рис.6). На рис.6 система координат $O_1x_1y_1$ связана с центром ротора, $O_1x_1y_1$, а система координат $O_2x_2y_2$ - с центром кольца. Амплитуда a прецессии определяется скоростью вращения и величиной дисбаланса. В результате суперпозиции колебаний с частотой вращения и прямой прецессии центра ротора с той же частотой, ротор совершает «лунное» движение, при котором каждая точка ротора сохраняет свое положение относительно оси вращения [12]. Это определяет специфику роторных систем и отличает его от классического упражнения «хула-хуп», при котором тело спортсмена совершает поступательные движения. Достаточно логично предположить, что в нашем случае контакт кольца с ротором происходит в точке P орбиты ротора, наиболее удаленной от центра вращения. Таким образом, в случае прямой синхронной прецессии точка контакта P на роторе остается всегда одной и той же. Эта точка при вращении ротора описывает окружность радиуса $r + a_1$, $a_1 = a/[1 - (\omega/\omega_0)^2]$ центр которой лежит на оси вращения O (окружность 3, r - радиус ротора). При анализе кинематики предполагаем, что кольцо обкатывает ротор без отрыва и без проскальзывания. В этом случае геометрический центр кольца O_2 также описывает окружность (окружность 4), концентричную окружности 3. Радиус этой окружности равен $\delta = R - (r + a_1)$, где R -радиус кольца,. В зависимости от соотношения $\delta > a_1$ или $\delta < a_1$ окружность 4 может располагаться вне или внутри окружности 3. С возрастанием скорости вращения вероятность внутреннего расположения окружности 4 повышается. Для роторных систем можно положить, что окружность 4 находится вне окружности 1, как на рис.6.

При контакте ротора с кольцом в точке Р геометрический центр ротора O_1 находится на окружности 3, а геометрический центр кольца O_2 - на окружности 4. Поскольку ротор совершает прямую синхронную прецессию со скоростью ω вокруг центра вращения O , то он сообщает кольцу скорость прецессии Ω вокруг того же центра O .

Приравнивая скорости вращения и скорости прецессии кольца и ротора в точке контакта, найдем соответствующие скорости для кольца:

-угловая скорость вращения кольца ω_1 определяется из соотношения и по направлению совпадает со скоростью вращения ротора.

$$\omega r' = (R + \delta)\omega_1 - \Omega\delta, \quad r' = r + a_1, \quad \delta = R - r' \quad (6)$$

-скорость прецессии Ω

$$\frac{2\pi(R + \delta)}{\omega_1} = \frac{2\pi\delta}{\Omega}, \quad (7)$$

Из уравнений (6) и (7) определяются скорости вращения кольца и скорость его прецессии в зависимости от скорости вращения ротора и соотношений между радиусами кольца R и радиусом прецессии ротора r'

$$\Omega = \omega_1(1 - 1/b), \quad \omega_1 = \omega \frac{b}{b^2 + 1 - b}, \quad b = \frac{R}{r'} \quad (8)$$

Анализируя полученные результаты, видим, что в отличие от рассмотренного в п.2.1 режима обкатки с обратной прецессией, в режиме обегания прецессии кольца является прямой, а скорость прецессии меньше скорости вращения кольца. С увеличением отношения R/r' эти скорости выравниваются, и движение кольца стремится к прямой синхронной прецессии

Как следует из уравнений (6), (7), траектория точек кольца является суперпозицией колебаний с двумя частотами: - с частотой вращения ω_1 и частотой прямой асинхронной прецессии Ω . Уравнение траектории кольца:

$$x = (R + \delta)\sin \omega_1 t - \delta \sin \Omega t = (2R - r')\sin \omega_1 t - (R - r')\sin \Omega t \quad (9)$$

$$y = (R + \delta)\cos \omega_1 t - \delta \cos \Omega t = (2R - r')\cos \omega_1 t - (R - r')\cos \Omega t$$

Используя (8), (9) построим траектории кольца при различных соотношениях между радиусами R и r' .

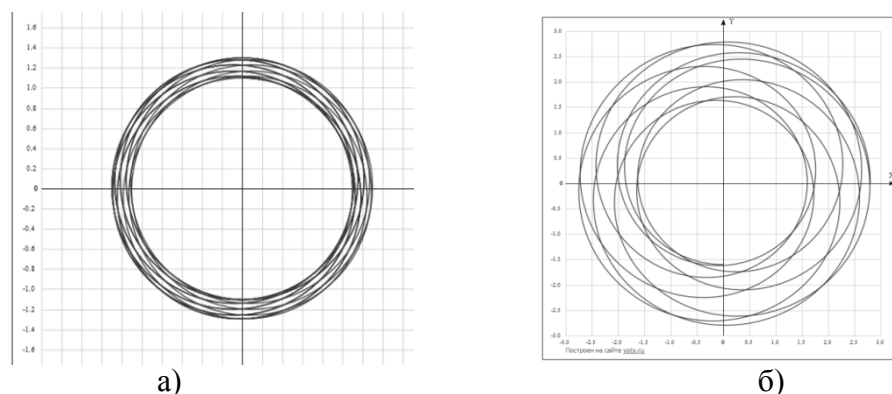


Рис. 7. Траектории кольца при различных соотношениях $b = R/r'$ между радиусами ротора R и кольца r : а) $b = 1.1$, б) $b = 3$,

Как видно из рис.7 при $R \approx 1.1r'$ кольцо в соответствии с (9) совершает колебания, близкие к гармоническим, так как амплитуды медленных колебаний с частотой прямой прецессии достаточно малы. При $R = 3r'$ Траектория кольца является суперпозицией колебаний с двумя соизмеримыми частотами.

2.2.2. Динамический анализ системы «ротор плавающее уплотнительное кольцо»

При исследовании колебаний в системе «ротор плавающее кольцо» необходимо учитывать силы, действующие в зазоре между ротором и кольцом: это контактные силы сухого трения, а также гидродинамические силы, возникающие в результате перепада давления потока рабочей среды. Гидростатическая сила пропорциональна перепаду давления [13,14]

$$P = P_n \frac{\omega^2}{\omega_n^2} = P_n' \omega^2, \quad P_n' = \frac{P_n}{\omega_n^2} \quad (10)$$

где P_n' гидродинамический коэффициент при номинальной скорости вращения. Кроме того, в момент контакта ротора с кольцом в точке Р возникает сила сухого трения $F = fN$, где N нормальная реакция, что приводит к проскальзыванию кольца при его вращении вокруг ротора.

Динамическая расчетная модель системы «ротор плавающее уплотнительное кольцо» представлена на рис.8. Система координат (O_1, x_1, y_{01}) связана с центром ротора, а система координат (O_2, x_2, y_{02}) с центром кольца, гидростатическая сила представлена в виде пружины O_1O_2 . Кольцо предполагается достаточно жестким и его собственная частота определяется гидростатической жесткостью:

$$\omega_n^2 = p/m = p^n \omega^2 / m \omega_n^2 \quad (11)$$

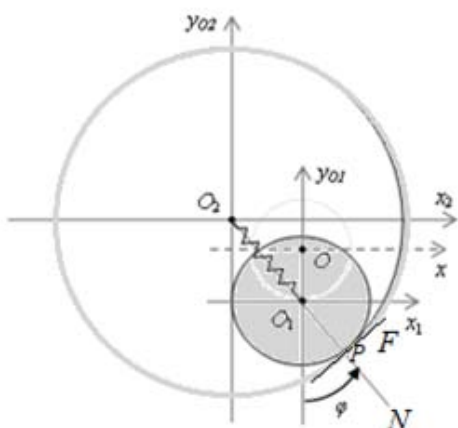


Рис.8 Динамическая расчетная модель системы «ротор плавающее уплотнительное кольцо»

Уравнения движения с учетом гидростатической силы и силы сухого трения примут вид [3]:

$$m\delta\ddot{\vartheta} = -ma\omega^2 \sin(\omega t - \vartheta) + f(m\delta\dot{\vartheta}^2 - p\delta + ma\omega^2 \cos(\omega t - \vartheta)) \quad (12)$$

$$N = m\dot{\vartheta}^2 \delta + ma\omega^2 \cos(\omega t - \vartheta) - p\delta \quad (13)$$

a величина дисбаланса, f коэффициент сухого трения между ротором и кольцом, φ угол между прямой O_1O_2 и вертикалью, он описывает относительное смещение оси «ротор кольцо» в данный момент времени.

Угол поворота кольца θ вокруг центра масс (кручение) определяется независимо из уравнения [11]:

$$I_c \ddot{\theta} + k\theta = -RF$$

условие отсутствия проскальзывания: $(R - r)\dot{\vartheta} = R\dot{\theta}$

Уравнение движения (12) отличается от уравнений, описывающих режим обкатки (п.2.1) только знаком при Поэтому решени е для ϑ этого уравнения имеет вид, аналогичный (3), (4). Средняя скорость изменения угла ϑ

$$\dot{\vartheta}^* = \omega \left(\frac{1}{A} - 1 \right), \quad A = \frac{K + 3a/\delta}{(K + 2a/\delta)^{3/2}} \quad (14)$$

что, как следует из п.2.1., достаточно близко к собственной частоте кольца ω_0 :

$$\dot{\vartheta}^* \cong \omega_0$$

Прецессия кольца является прямой, и в отличие от режима обкатки отношение ω/ω_0 , как следует из (10), (11), не зависит от скорости вращения. Оно определяется собственной частотой кольца при номинальной скорости вращения.

$$n = \sqrt{p'_n / \omega_n^2 m}$$

Так, для турбонасосного агрегата ЖРД [15] было выполнено условие, обеспечивающее широкополосное гидродинамическое гашение колебаний ротора с помощью плавающего кольца:

$$\sqrt{p'_n / m} \approx 1.1 \omega_n$$

Траектории кольца. Заметим вначале, что угловая скорость $\dot{\vartheta}$ (13), а также и соответствующий угол, описывают положение центра кольца относительно центра ротора. Чтобы получить траектории точек кольца, необходимо еще учесть траекторию центра ротора, которая по предположению является окружностью с амплитудой a_1 и частотой вращения ω . Тогда траектория кольца относительно центра вращения примет вид

$$x = (R - r) \sin \dot{\vartheta}^* t - a_1 \sin \omega t$$

$$y = (R - r) \cos \dot{\vartheta}^* t - a_1 \cos \omega t$$

Вид траектории определяется соотношениями a/δ и ω/ω_0

Полагая, что $a/\delta \approx 1$ и учитывая (14), получим следующую траекторию для точек кольца вдали от резонанса (рис. 9)

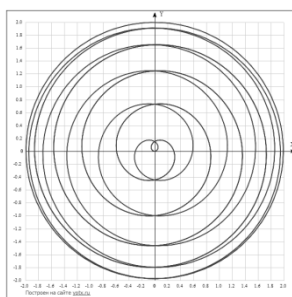


Рис. 9. Траектория точек кольца вдали от резонанса: $a/\delta \approx 1$

Траектория точек кольца образована последовательно закручивающимися и раскручивающимися спиральными кривыми

Выводы

- При постоянном контакте ротора с неподвижными статорными элементами возникает режим обкатки ротора по статору с обратной асинхронной прецессией. Скорость прецессии при установившейся обкатке близка к собственной частоте ротора.
- При установившейся обкатке давление со стороны ротора на статор колеблется вблизи нуля, в результате чего возникают микро-соударения ротора со статором.

- При постоянном контакте ротора с легкими подвижными элементами роторной системы возникает режим обегания кольца вокруг статора в режиме прямой асинхронной прецессии. В кинематическом случае при малом зазоре траектории точек кольца близки к окружности.
- В динамическом режиме скорость прецессии при установившемся режиме близка к собственной частоте кольца, которая определяется гидростатическими силами, действующими в зазоре между ротором и кольцом

Список литературы

1. Банах Л.Я. Некоторые явления, возникающие при движении вала в подшипнике с зазором//Машиноведение, №1. С.70- 79. 1965.
2. Блехман И.И. Вибрационная механика, М. Наука, 1994, 398 с.
3. Banakh L. Contact problems in rotor systems.//Vibroengineering. Procedia. October 2016. ISSN 2345-0533Vol.8. pp.90-96
4. Shatochin V.F. Vibrations of turbogenerator rotors with rolling of rotor to stator. Modeling techniques and software tools. Lap Lambert Academic Publishing. 2016, 308 p.
5. Костюк А.Г., Шатохин В.Ф., Волоховская О.А. Особенности движения ротора с задеванием о статор. Теплоэнергетика . 2013г. № 9. С. 21-27.
6. Никифоров А.Н. Обобщенная математическая модель ротора Джеффкота-Лавалья с учетом проскальзывания при контактах и несоосности со статором//Вестник научно-технического развития, №5(57), 2012, С.41-56
7. Волоховская О.А. Бармина О.В. Анализ процесса переходных колебаний ротора при задевании о статор. Проблемы машиностроения и надежности машин 2015 г. №3. С. 15-23
8. Erich F.F. Subharmonic vibration of rotor in bearing clearance/ASME, No 66-MD-1(1966)
9. Erich F.F. Some observations of chaotic vibration phenomena in high-speed rotor dynamics. ASME Journal of Vibrations and Acoustic 113, (1991) 50-57
10. A.Muszynska. Chaotic vibrations of rotor/bearing/stator with looseness or rubs/ Nonlinear Vibrations, ASME DE Vol54 (1995), 187-194
11. Belyakov A.O. and Seyranian A.P. The hula-hoop problem. Doklady AN , Physics, Vol. 55, No. 2, 2010, pp. 99 104
12. Диментберг Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов. Изд. АН СССР, 1959
13. Марцинковский В.А. Бесконтактные уплотнения роторных машин, М: Машиностроение,1982., 200 с.
14. Банах Л.Я., Бармина О.В. Устойчивость вращения ротора с плавающими уплотнительными кольцами.// Проблемы машиностроения и надежности машин, №1, 2015, С.9-15
15. Банах Л.Я., Никифоров А.Н. Математическая модель виброударного взаимодействия ротора с уплотнительным кольцом // Проблемы машиностроения и надежности машин, №4, 2011. С. 23-30.

Дата поступления статьи: 27 ноября 2016 года.