УДК 518.5

ЧИСЛЕННЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ РАЦИОНАЛЬНОГО ВЫБОРА ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

© Исак Наумович Статников, Георгий Игоревич Фирсов

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, Москва, Россия

firsovgi@mail.ru

Аннотация. Рассматривается применение для исследования задач многокритериального синтеза динамических систем метода ПЛП-поиска, который не только позволяет на основе проведения имитационных модельных экспериментов осуществить просмотр пространства параметров в заданных диапазонах их изменения, но и в результате специального рандомизированного характера планирования этих экспериментов применить количественные статистические оценки влияния изменения варьируемых параметров и их парных сочетаний на анализируемые свойства рассматриваемой динамической системы**.**

Ключевые слова: *ПЛП-поиск, эвристические методы оптимизации, метод Монте-Карло, планирование имитационных экспериментов*

NUMERICAL APPROACH TO THE SOLUTION OF THE PROBLEM OF RATIONAL CHOICE OF DYNAMICAL SYSTEMS PARAMETERS

© Statnikov Isak Naumovich, Firsov Georgy Igorevich

The federal state budgetary establishment of science the Blagonravov Mechanical Engineering Research Institute the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

firsovgi@mail.ru

Abstract. Discusses the use for research of problems of multicriteria synthesis of dynamic systems method of PLP-search, which not only allows on the basis of the simulation model experiments to revise the parameter space within specified ranges of their change, but also through special randomized nature of the planning of these experiments is to apply a quantitative statistical evaluation of influence of change of varied parameters and their pairwise combinations to analyze properties of the dynamic system.

Key words: *PLP-search, heuristic optimization methods, Monte-Carlo methods, planning of simulation experiment.*

1. Введение

Проектирование и создание динамических систем по существу есть процесс сотворения человеком искусственной природы, которая помогает ему выжить в условиях естественной природы. Отсюда и постоянная задача человека (человечества) – повышение эффективности систем искусственной природы с точки зрения его выживания. На протяжении тысячелетий эта задача решалась, в основном, методом проб и ошибок. С появлением теоретических наук и, прежде всего, естественных (физика, математика, теоретическая механика и др.) крен в решении вышеупомянутых задач смещается в сторону расчётов при наличии математических описаний создаваемых систем – математических моделей (ММ).

Рост численности населения Земли, климатическое разнообразие условий жизни постоянно приводят к усложнению математических моделей – необходимости более подробного математического описания функционирования проектируемой системы и, как следствие, возникновению всё более и более изощрённых аналитических методов решения проблем, приближаясь к возможному пределу интеллектуальных усилий человека. Но вторая половина XX века отодвинула куда-то этот предел: возникли электронные вычислительные машины (ЭВМ), постоянно совершенствующиеся до сих пор по двум важным параметрам (объём памяти ЭВМ и её быстродействие).

В настоящей работе под решением задачи проектирования динамической системы понимаем комплекс рекомендаций по выбору значений конструктивных параметров системы и условий управления работой системы, обеспечивающих её максимальную эффективность по технико-экономическим и экологическим критериям качества. Такое понимание явно свидетельствует о том, что задачи проектирования динамических систем - многопараметрические и многокритериальные.

С теоретической точки зрения эффективность применения того или иного метода оптимизации, понимаемой широко, существенно зависит от степени адекватности используемой математической модели реальным динамическим процессам, происходящих в создаваемом или усовершенствуемом устройстве. Разумеется, в узком смысле, при использовании одной и той же математической модели всегда имеет место конкуренция различных методов оптимизации (по точности, по скорости сходимости результатов расчетов, по ясности интерпретации этих результатов). Но уже при числе критериев $K \geq 2$ и числе анализируемых (а в ПЛП-поиске – варьируемых) параметров $J \geq 3$ стало практически бессмысленным говорить об оптимизации искомых решений в узком смысле, а речь может идти только об отыскании рациональных решений задачи, что чаще всего соответствует поиску компромиссных решений. Но в этом случае сама эффективность применения того или иного метода становится заложницей объема и качества априорной информации, имеющейся к моменту начала решения прикладной задачи оптимизации.

Одним из путей решения проблемы может стать применение различных эвристических приемов сокращения пространства параметров, в котором происходит поиск наилучших решений. Здесь целесообразно опираться на когнитивное правило, выведенное Полем Фитсом [1, 2]: время достижения цели обратно пропорционально ее размеру и дистанции до нее. Если объем исходной области поиска обозначить через D, а объем области, содержащей предпочтительные решения, как S, то число вычислительных экспериментов может быть определено по формуле: $N = a + b\log_2\left(\frac{D}{S}+1\right)$, где a и b - некоторые константы.

Поэтому кажется очевидным, что наиболее привлекательными становятся такие методы поиска рациональных решений, которые, при наличия адекватной математической модели, требуют минимума априорной информации о решаемой задаче, более того, позволяют по ходу решения получать такую информацию легко и просто. Такие методы, естественно, называть универсальными. К ним будем относить семейство методов Монте-Карло и их различные модификации [3,4]. В основе использования этих методов лежат принципы случайного поиска решения задачи и статистической обработки получаемых результатов, что и делает такой подход универсальным. Но платой за такую универсальность является определенная “слепота”, и это приводит к громадным объемам вычислений даже для современных ЭВМ, тем более что имеет место рост размерности решаемых задач (растут число фазовых координат, число конструктивных параметров J, число критериев качества K, характеризующих систему (объект)). А громадные объемы получаемой информации при проведении вычислительных экспериментов естественно затрудняют ее интерпретацию. Возникла потребность сочетания универсальности метода Монте-Карло с элементами более интеллектуального анализа результатов численных экспериментов, чем простая констатация статистических оценок, то есть усовершенствования технологии проведения математических экспериментов. Эту мысль проиллюстрируем следующей цитатой из [5]: “Исторически сложилось так, что проблемы численного моделирования (в это понятие мы включаем собственно математическое моделирование, сопряженное с численным экспериментом), будучи заметно продвинутыми еще в “домашинный период” и развиваясь опережающими темпами в последующие периоды, оказались наиболее консервативной компонентой современной математической технологии решения задач на ЭВМ”. Полагаем, что в значительной мере указанной потребности удовлетворяет метод Планируемого ЛП-поиска (ПЛП-поиска).

2. Основная идея ПЛП-поиска

Рассмотрим метод ПЛП-поиска (метод Планирования $ЛП_\tau$ - последовательностей [6-10]) и формализованную постановку решаемой задачи при его использовании. Отметим, что успешность применения ПЛП-поиска обуславливается тем, что этот метод сочетает идеи дискретного обзора пространства анализируемых параметров и теории планирования математических экспериментов [11], он предназначен, в основном, для применения на предварительном этапе решения задачи, когда полученная информация позволяет принять решение об использовании других методов (но значительно эффективнее), или об окончании решения (такое тоже возможно).

В основание метода положена рандомизация расположения в области $G(\vec{\alpha})$ векторов $\vec{\alpha}$, рассчитываемых по $ЛП_\tau$-сеткам [12,13], и которая возможна благодаря тому, что весь вычислительный эксперимент производится сериями. В ПЛП-поиске на сегодняшний день можно варьировать одновременно значения до 51-го параметров (J = 51). Для рандомизации (случайного смешения уровней варьируемых параметров α_{ijk}) дискретного обзора $G(\vec{\alpha})$ могут быть использованы многие существующие таблицы равномерно распределенных по вероятности целых чисел. В целях экономии памяти ЭВМ в ПЛП-поиске алгоритм рандомизации построен на использовании датчика псевдослучайных чисел q ($0 < q < 1$) из [12]. Рандомизация состоит в том, что для каждой h – ой серии экспериментов ($h = 1,\ldots,H(i, j)$), где $H(i, j)$ – объем выборки из элементов для одного критерия Φ_{ijk} , вычисляется свой вектор случайных номеров строк $\vec{j}$ (j_{1h} , …, $j_{\beta h}$) в таблице направляющих числителей (ТНЧ) по формуле:

$$j_{\beta h} = [R*q] + 1, \qquad (1)$$

а значения α_{ij} в h–ой серии рассчитываются с помощью линейного преобразования

$$\alpha_{ijh} = \alpha_{j^*} + q_{ihj\beta h} \times \Delta\alpha_j , \qquad (2)$$

где: $\Delta\alpha_j = \alpha_{j^{**}} - \alpha_{j^*}$, $\alpha_{j^{**}}$ и α_{j^*} – соответственно верхние и нижние границы области $G(\vec{\alpha})$; $\beta = 1, \ldots, J$; R – любое целое число (в ПЛП-поиске $R = 51$); j - фиксированный номер варьируемого параметра; $i = 1,\ldots,M(j)$ - номер уровня j - го параметра в h – й серии; $M(j)$ – число уровней, на которое разбивается j - ый параметр; в общем случае $j_{\beta h} \neq j$ (в чем и состоит одна из целей рандомизации). Было доказано с помощью критерия Романовского [14], что числа $j_{\beta h}$, вырабатываемые по формуле (1), оказываются совокупностью равномерно распределенных по вероятности целых чисел. Обратим внимание, что $M(j)$ и есть количество экспериментов, реализуемых в одной серии. И если $M(j) = M =$ const и $H(i, j) = H =$ const, то в этом случае параметры NO, M и H связаны простым соотношением:

$$NO = M \times H, \qquad (3)$$

где NO – общее число вычислительных экспериментов (ВЭ), при этом длина выборки из Φ_{ijk} в точности равна H . Но в общем случае, когда $M(j) =$ var, то и $H(i, j) =$ var, и тогда формула (3) для одного критерия примет такой вид:

$$NO = \sum_{i=1}^{M(j)} H(i, j).$$

С помощью формул (1) и (2) в ПЛП-поиске реализуются следующие варианты матриц планируемых экспериментов:

i) $M =$ const; NO считается по формуле (3); в этом случае можно строить МПЭ для таких случаев:

а) $\varepsilon = 0$; учитываются точные значения границ области $G(\vec{\alpha})$, но в этом случае необходимо увеличивать число экспериментов NO, так частота появления граничных значений α_j в 2 раза меньше частоты появления внутренних значений этого параметра;

б) $0 < \varepsilon << 1$; границы изменения j - го параметра образуют интервал $(\alpha_{j^*} + \varepsilon; \alpha_{j^{**}} - \varepsilon)$, а далее расчёт по формуле (2);

в) $0 < \varepsilon << 1$; границы изменения j - го параметра образуют интервал $(\alpha_{j^*} - \varepsilon; \alpha_{j^{**}} + \varepsilon)$, а далее расчёт по формуле (2);

ii) M_j = var; в этом случае также возможны три варианта построения МПЭ, но для каждого j - го параметра берётся своё ε_j; при этом $0 < \varepsilon_j << 1$.

Для проведения однофакторного дисперсионного анализа [15] по всем параметрам для каждого критерия производится сортировка результатов вычислений, полученных при вычисления в точках матрицы планируемых экспериментов (МПЭ). В результате сортировки для одного критерия будет получено J матриц, состоящих из элементов Φ_{ijk}, а для K будет получено $J \times K$ матриц, состоящих из элементов Φ_{ijhk}, где k - номер критерия. Этот анализ позволяет принять (или отвергнуть) с требуемой вероятностью $P \geq 1 - \beta$, где β - заданный уровень значимости, следующую нулевую гипотезу: средние значения $\bar{\Phi}_{ijk}$ не существенно (случайно) отличаются от общего среднего значения k - го критерия $\bar{\Phi}_{0k}$. Если принят положительный ответ (гипотеза принята), то допускается на следующем этапе решения задачи несущественно влияющий параметр α_j не варьировать, а зафиксировать одно из его значений, например, $\alpha_j = \alpha_{ij}$ для такого i, где $\bar{\Phi}_{ijk}$ имеет наилучшее значение в смысле искомого экстремума.

Теперь опишем типовую формализованную постановку задачи, для которой будет полезным использование ПЛП-поиска. Пусть задана математическая модель исследуемой системы в виде

$$L(\bar{y}(\bar{\alpha},t),\bar{\alpha}) = 0, \ \ \bar{\varphi}(\bar{\alpha}) \geq 0, \tag{4}$$

где L - оператор, воздействующий на систему уравнений (4) (линейный или нелинейный), $\bar{y}(\bar{\alpha},t)$ - вектор фазовых координат системы, $\bar{\varphi}(\bar{\alpha})$ - вектор функциональных ограничений на параметры и поведение системы (4), $\bar{\alpha} = (\alpha_1,...,\alpha_I)$ - вектор коэффициентов уравнений. Исходная область $G(\bar{\alpha})$ изменения коэффициентов задается в виде I-мерного параллелепипеда $\alpha_{j*} \leq \alpha_j \leq \alpha_{j**}$, где α_{j*} и α_{j**}- соответственно нижние и верхние граничные значения j-го коэффициента $j = \overline{1,I}$. И, наконец, задается система критериев качества функционирования устройства (в явном или неявном виде) $\{\Phi_k = \Phi_k(\bar{\alpha}), \bar{\alpha} \in G(\bar{\alpha}), k = \overline{1,K}\}$.

На основе проведенного численного анализа возможно:

а) выявить релевантные параметры α_m $(m \leq I)$ в смысле их влияния на значения каждого критерия $\Phi_k(\bar{\alpha})$ иначе говоря, статистическим путем оценить изменения производных $\partial\Phi_k(\bar{\alpha}) / \partial\alpha_j$ в области $\alpha_j \in (\alpha_{j*}, \alpha_{j**})$;

б) определить области концентрации $G_k(\bar{\alpha})$ наилучших решений по каждому критерию $\Phi_k(\bar{\alpha})$ для чего, основываясь на заданной метрике $\rho(\Phi_k(\bar{\alpha}), \Phi_k^+)$ (Φ_k^+ экспериментальное значение k-го критерия качества, заранее известное или определяемое по ходу проведения численных экспериментов), отыскать область $G_k(\bar{\alpha})$, в которой выполнялись бы одновременно два условия $P[\rho(\Phi_k(\bar{\alpha}_u), \Phi_k^+) \leq \varepsilon_k, \ u = \overline{1,n}; \ n \leq N] \geq P_3$ и $n/N \geq 1 - \delta$, где $\alpha_u \in G_k(\bar{\alpha}), \ 0 < \varepsilon_k, \delta << 1, \ P_3$ - заданная вероятность; N - общее число проведенных численных экспериментов;

в) на основе определенных релевантных параметров α_m и областей концентрации $G_k(\bar{\alpha})$ построить регрессионные зависимости $\hat{\Phi} = \Psi_k(\alpha_1,...,\alpha_m)$;

г) выделить в *К*-мерном пространстве критериев множество точек Парето (или, если возможно, построить поверхность Парето); в случае задания какой-либо схемы компромисса выделить область $G_0(\bar{\alpha}) \le G(\bar{\alpha})$, содержащую компромиссные решения.

Реализация п.п. «б» и «г» осуществляется алгоритмически и с помощью следующих графиков: кривой максимумов $\Phi_{ijk}(\alpha_j)$; кривой средних $\bar{\Phi}_{ijk}(\alpha_j)$; кривой общего среднего $\bar{\Phi}_{0k}$; кривой минимумов $\Phi_{ijk}(\alpha_j)$. При этом были сформулированы следующие эвристические правила выделения искомых подобластей:

а) если доверительная (теоретическая) вероятность *P* влияния параметра на значения анализируемой функции меньше заданной $P_{з.}$, а $P_з < 0.95$, то исходный диапазон изменения этого параметра не меняется;

б) если $P \ge P_{з.}$, то поступаем так: если кривая общего среднего $\bar{\Phi}_{0k}$ пересекает линию кривой средних $\bar{\Phi}_{ijk}(\alpha_j)$ один или два раза, то выделяем новый поддиапазон из исходного в соответствии с математическим смыслом искомого экстремума (min или max); если число пересечений кривой общего среднего $\bar{\Phi}_{0k}$ линии кривой средних $\bar{\Phi}_{ijk}(\alpha_j)$ больше двух, то, несмотря на значения *P*, исходный диапазон параметра не меняем (впрочем принятие решения в этом случае, как и выбор значения $P_з$, остается за исследователем, поскольку само решение влияет на объем проводимых экспериментов).

3. Использование ПЛП-поиска при решении задач исследования динамических систем

Ниже приведены некоторые из примеров использования ПЛП-поиска при решении задач проектирования различных динамических систем. Здесь ММ – математическая модель, НДУ – нелинейное дифференциальное уравнение, ЛДФ – линейное дифференциальное уравнение, УРЧП – дифференциальное уравнение в частных производных.

1) Поворотный делительный стол с гидромеханическим приводом. ММ: 3 НДУ второго порядка. *J* = 9. *K* = 3. Результат: найдена область компромиссных решений, объём которой составил ~0,2% от исходно заданной.

2) Пневморегулятор давления повышенной точности. ММ: 4 НДУ второго порядка. *J* = 4. *K* = 1. Результат: найдена область лучших решений с объёмом в 0,5% от исходно заданной.

3) Пневмовстряхивающая машина. ММ: 4 НДУ второго порядка. *J* = 8. *K* = 1. Результат: определены 4 влиятельных параметра; выделенная область составила 5% от исходно заданной.

4) Многоконтурная планетарная зубчатая передача. ММ: 23 ЛДУ неоднородных второго порядка *J* = 25. *K* = 6. Результат: определены 8 параметров, одновременно влиявших на все критерии; в области компромисса найден 29 ММ, у которых все $\lambda_k \ge 0.12$ одновременно (в исходной области с такими значениями $\lambda_k - 0$).

5) Швейная машина. ММ: 5 ЛДУ неоднородных второго порядка. J = 6. K = 5. Результат: в выделенных областях построены регрессионные зависимости собственных частот от параметров ММ.

6) Резонансный преобразователь для судовых валопроводов. ММ: 2 НДУ второго порядка. J = 6. K = 1. Результат: определены два влиятельных параметра; значение критерия улучшилось в 5,2 раза по сравнению с аналогичным в исходной области.

7) Трансмиссия главного привода рабочей клети прокатного стана. ММ: 5 НДУ второго порядка. J = 5. K = 5. Результат: найдена область компромисса, составляющая ~3,5% от исходно заданной.

8) Теплообменный аппарат. ММ: 1 УРЧП. J от 8 до 18. K = 4. Результат: определены для каждого $\boldsymbol{J}$ существенные параметры и построены области компромисса.

Мы видим, что в каждом из приведенных примеров реализуются один или одновременно несколько пунктов из формализованной постановки. Более того, полученные результаты носили практический характер, и могли быть основанием для завершения расчётов. Ещё более важно то, что при решении каждой из указанных задач возникали вопросы у авторов задач к результатам их решения, которые нельзя было предвидеть заранее, даже при аналитической проработке.

Последнее, во-первых, естественно при использовании дискретных методов, а, во-вторых, имелись явные вероятностные оценки.

4. Параметрическая идентификация параметров системы поворота руки промышленного робота

Как указывалось выше, изложенный подход применялся при решении ряда конкретных задач исследования, оптимизации и идентификации различных механических и управляемых систем. В частности, с помощью рандомизации области изменения параметров выполнена идентификация параметров системы механизма поворота руки робота с электрогидравлическим приводом и позиционной системой управления, устанавливаемого в технологическую цепочку гибкой производственной системы.

Высокие требования к точности работы и технологической надежности робота как элемента гибкой производственной системы требует учета динамических свойств системы управления роботом при выборе скоростных характеристик поступательных и вращательных движений руки робота. Для достоверного расчета динамических свойств привода робота на стадии проектирования необходимо уточнить математическую модель динамической системы на основе экспериментальных исследований. Такое уточнение по существу есть параметрическая идентификация структуры модели, предлагаемой гипотетически на основе экспериментальных данных [16].

В работах [17, 18] предлагались и исследовались математические модели отдельных узлов промышленных роботов: системы управления, привода, механизмов руки. В данной работе предлагается математическая модель, описывающая движение механизма поворота руки робота с электрогидравлическим приводом и позиционной системой управления. Роботы такого типа нашли широкое применение в промышленности.

На основании проведенных экспериментальных исследований [19 - 22] механизм позиционирования руки робота представлен в виде трехмассовой системы с упругими и демпфирующими свойствами. Система охвачена отрицательной обратной связью по положению.

Амплитудно-частотные характеристики сервоклапанов, используемых в данной конструкции робота, показали, что они с достаточной степенью точности могут быть описаны дифференциальными уравнениями 2-го порядка. При составлении таких уравнений принимались следующие предпосылки: не учитывались волновые процессы в трубопроводах, расширение трубопроводов вследствие давления жидкости, зазоры в кинематических цепях, инерционные потери давления считались малыми. С учетом сжимаемости жидкости уравнения расходов в полостях гидроцилиндра принимают вид

$$\mu(f_0+f)\sqrt{\frac{2}{\rho}(P_n-P_3)}-\mu(f_0-f)\sqrt{\frac{2}{\rho}P_3}-F\dot{x}_1=k\frac{dP_1}{dt}, \tag{5}$$

$$\mu(f_0+f)\sqrt{\frac{2}{\rho}P_4}-\mu(f_0-f)\sqrt{\frac{2}{\rho}(P_n-P_4)}-F\dot{x}_1=-k\frac{dP_2}{dt}, \tag{6}$$

где f - площадь проходного сечения щели золотника, м^2**;** f_0 - площадь проходного сечения золотника при управляющем токе, $I = 0$, м^2; $P_{\text{п}}$ - давление питания, Нм$^{-2}$, P_3, P_4 - давления в полостях золотника, Нм$^{-2}$; P_1, P_2 - давления в полостях гидроцилиндра, Нм$^{-2}$; F - эффективная площадь поршня гидроцилиндра, м^2; k - коэффициент упругости, мН$^{-1}$; μ - коэффициент расхода; ρ - плотность масла, Нсм$^{-4}$; $\dot{x}$ - скорость движения поршня гидроцилиндра, мс$^{-1}$. Давления в полостях золотника и гидроцилиндра связаны соотношениями

$$P_3=P_1+\varphi_1\dot{x}_1+\varphi_2\dot{x}_1^2 sign\dot{x}_1, \tag{7}$$

$$P_4=P_2-\varphi_1\dot{x}_1-\varphi_4\dot{x}_1^2 sign\dot{x}_1, \tag{8}$$

где φ_1 (Нсм$^{-2}$), φ_2, φ_4 (Нс^{2}м$^{-4}$) - коэффициенты потерь в трубопроводах. С учетом предварительного анализа экспериментальных данных, всех принятых предпосылок и уравнений (5) - (8) была составлена система уравнений, описывающих движение механизма поворота руки:

$$a\ddot{f}+b\dot{f}+f=k_I k_{o.c.}(x-x_2), \tag{9}$$

$$\begin{gathered}\dot{P}_1=a(f_0+f)\sqrt{\frac{2}{\rho}(P_n-P_1-\varphi_1\dot{x}_1-\varphi_2\dot{x}_1^2 sign\dot{x}_1)}\\ -a(f_0-f)\sqrt{\frac{2}{\rho}(P_1+\varphi_1\dot{x}_1+\varphi_2\dot{x}_1^2 sign\dot{x}_1)}-b\dot{x}_1,\end{gathered} \tag{10}$$

$$\dot{P}_2 = a(f_0 - f)\sqrt{\frac{2}{\rho}(P_n - P_2 + \varphi_1\dot{x}_1 + \varphi_4\dot{x}_1^2 sign\dot{x}_1)} - a(f_0 + f)\sqrt{\frac{2}{\rho}(P_2 - \varphi_1\dot{x}_1 - \varphi_4\dot{x}_1^2 sign\dot{x}_1)} + b\dot{x}_1, \quad (11)$$

$$m_1\ddot{x}_1 = F(P_1 - P_2) + c_1(x_2 - x_1 i) + b_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1 i) - F_{TP}, \quad (12)$$

$$J_2\ddot{x}_2 = -c_1(x_2 - x_1 i) - b_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1 i) + c_2(x_3 - x_2) + b_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2), \quad (13)$$

$$J_3\ddot{x}_3 = -c_2(x_3 - x_2) - b_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2), \quad (14)$$

где a [$с^2$] и b [с] - коэффициенты уравнения сервоклапана, полученные из графиков АЧХ; k_I [$м^2$ $А^{-1}$] - коэффициент усиления по току; m_1 [кг], J_2, J_3 [кг $м^2$] - приведенные масса и моменты инерции механизма; x_1 [м], x_2, x_3 - соответствующие перемещения приведенных масс; c_1, c_2 [Н $м^{-1}$] - коэффициенты приведенных жесткостей; b_1, b_2 [кг $м^2$ $с^{-1}$] - коэффициенты вязкого сопротивления, $k_{о.с}$ - коэффициент обратной связи; i - передаточное отношение механизма, преобразующего поступательное движение поршня гидроцилиндра во вращательное движение руки робота; $F_{тр}$ - приведенная сила трения..

В целом математическая модель робота описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений 10-го порядка. Решение системы 'дифференциальных уравнений проводилось методами Рунге - Кутта. При моделировании подобных нелинейных систем высокого порядка для достижения необходимой точности вычислений приходится выбирать малый шаг интегрирования. Ошибка ограничения метода рассчитывалась по формуле [23]

$$E_T = \frac{8}{7}(y_m^{h/2} - y_m^h)$$

и не превышала 1% для выбранного шага h. Здесь y_m - значение искомой функции в m-й точке.

После выбора модели (уравнения (9) - (14)) и алгоритма решения этих уравнений решалась непосредственно задача параметрической идентификации, поставленная так.

В пространстве варьируемых параметров $\sigma(\bar{\alpha})$ (в эти параметры входили инерционно-жесткостные элементы, геометрические параметры, параметры управления, демпфирующие элементы) найти такую область $\sigma_1(\bar{\alpha})$, чтобы для любого вектора $\bar{\alpha} \in \sigma_1(\bar{\alpha})$ наилучшим образом удовлетворялись критерии близости расчетных характеристик, получаемых на модели, и экспериментальных. В качестве сравниваемых были выбраны две силовые характеристики давления $P_1(t)$ и $P_2(t)$ в полостях гидроцилиндра- и одна кинематическая - скорость $\dot{x}_3(t)$ захвата.

За меру близости расчетных и экспериментальных данных были выбраны суммы среднеквадратичных отклонений:

$$\Phi_1(\bar{\alpha}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\frac{P_{1\in} - P_{1T}}{P_{1\in}})^2; \Phi_2(\bar{\alpha}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\frac{P_{2\in} - P_{2T}}{P_{2\in}})^2; \ \Phi_3(\bar{\alpha}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\frac{\dot{x}_{3\in} - \dot{x}_{3T}}{\dot{x}_{3\in}})^2; \quad (15)$$

Далее, в первом приближении, не имея оснований считать функции неравноправными, мы выбрали свертку этих функций $\Phi_4(\bar{\alpha}) = \frac{1}{3n}\sum_{k=1}^{3}\Phi_k(\bar{\alpha}).$ Естественно, что точное решение задачи заключается в достижении абсолютного минимума $\Phi_4(\bar{\alpha})$, что практически неосуществимо. При решении задачи параметрической идентификации, с учетом принятого равноправия всех рассматриваемых критериев близости, была поставлена задача найти такую область $\sigma_2(\bar{\alpha})$, чтобы для любого вектора $\bar{\alpha} \in \sigma_2(\bar{\alpha})$ выполнялось приближенное равенство

$$\left|\Delta\Phi_1 / \Phi_1\right| \approx \left|\Delta\Phi_2 / \Phi_2\right| \approx \left|\Delta\Phi_3 / \Phi_3\right|. \quad (16)$$

Физический смысл равенства (16) очевиден: хотелось бы идентифицировать модель таким образом, чтобы наилучшие значения $\Phi_4(\bar{\alpha})$ достигались без дискриминации одного из критериев: $\Phi_1(\bar{\alpha})$, $\Phi_2(\bar{\alpha})$ или $\Phi_3(\bar{\alpha})$. Для решения этой проблемы анализировалась функция вида $\Phi_5(\bar{\alpha}) = \left[\sum_{k=1}^{3}(\lambda_k(\bar{\alpha}) - 0,5)^2\right]^{1/2}$, $\lambda_k(\bar{\alpha}) = \frac{\Phi_{k\max} - \Phi_k(\bar{\alpha})}{\Phi_{k\max} - \Phi_{k\min}}$. С учетом того, что в идеальном случае $\Phi_{k\min} = 0,$ получаем $\lambda_k(\bar{\alpha}) = 1 - \Phi_k(\bar{\alpha}) / \Phi_{k\max}$, где $\Phi_{k\max}$ - максимальная погрешность в формулах (15). Ясно, что $0 \le \lambda_k(\bar{\alpha}) \le 1$ и идеальный (недостижимый) вариант решения всей задачи соответствует случаю, когда $\lambda_k(\bar{\alpha}) = 1.$

Задача отыскания областей $\sigma_1(\bar{\alpha})$ и $\sigma_2(\bar{\alpha})$ решалась проведением математических экспериментов на ЭВМ методом ПЛП-поиска в среде MATLAB [9]. По результатам экспериментов назначались диапазоны изменения следующих параметров: жесткости системы c_1 и c_2, коэффициенты демпфирования b_1 и b_2, линейные и квадратичные потери в гидросистеме φ_1 и φ_2, площадь проходного сечения щели золотника f_0. Приняты следующие первоначальные диапазоны изменения параметров относительно исходных значений: $0,2c_i \le c_i^{и} \le 5c_i$; $0,5b_i \le b_i^{и} \le 3b_i$; $0,2\varphi_i \le \varphi_i^{и} \le 5\varphi_i$; $0,2f_0 \le f_0^{и} \le 5 f_0$. Индексом “и” обозначены исходные значения варьируемых параметров. На первом этапе просчитано 80 экспериментов на ЭВМ. В результате построены таблицы 1 и 2, где на пересечении строки и столбца помещено среднее значение данного критерия близости, соответствующее конкретному значению параметра.

Таблица 1.

Функция полезности $\Phi_4(\bar{\alpha})$, усредненная по десяти сериям экспериментов

№ серии	b_1	b_2	c_1	c_2	φ_1	φ_2	f_0
1	0,321	0,362	0,146	0,276	0,238	0,180	0,930
2	0,269	0,300	0,184	0,365	0,342	0,351	0,662
3	0,286	0,237	0,523	0,312	0,270	0,259	0,276
4	0,200	0,195	0,259	0,208	0,307	0,318	0,121
5	0,380	0,378	0,221	0,452	0,353	0,197	0,090
6	0,356	0,410	0,418	0,218	0,394	0,227	0,090
7	0,286	0,304	0,295	0,323	0,594	0,500	0,100
8	0,320	0,257	0,393	0,259	0,148	0,410	0,108

Дисперсионный анализ таблиц 1 и 2 позволил установить, что на значения $\Phi_4(\bar{\alpha})$ в среднем существенно влияют параметры f_0, c_1, и φ_1. Отметим, что влияние f_0, было почти 100%-ным (доказательство того, что это параметр управления). На критерий $\Phi_5(\bar{\alpha})$ практически влияли все варьируемые параметры.

На II этапе были выбраны наилучшие параметры по $\Phi_4(\bar{\alpha})$ и проведена дополнительная серия (16 экспериментов), в которой варьировался только момент инерции J_3 и коэффициент обратной связи $k_{о.с.}$. В результате получено среднее значение Φ_{40} = 0,0535 и σ_0 = 0,03. И, наконец, на III этапе с учетом результатов I и II этапов была определена область $\sigma_0(\bar{\alpha}) = \sigma_1(\bar{\alpha}) \cup \sigma_2(\bar{\alpha}),$ в которой проведены контрольные 16 экспериментов.

Анализ сравнительных результатов для всех трех этапов идентификации, приведенных в таблице 3, показывает, что на III этапе найдена область $\sigma_0(\bar{\alpha})$, вполне удовлетворяющая критериям $\Phi_4(\bar{\alpha})$ и $\Phi_5(\bar{\alpha})$. Сравнение соответствующих расчетных и экспериментальных кривых изменения давления $P_1(t)$ в напорной и $P_2(t)$ в сливной полостях гидроцилиндра и скорости $\dot{x}_3(t)$ руки робота показал, что предлагаемая математическая модель с приемлемой точностью описывает динамику механизма поворота руки; кроме того, в области $\sigma_0(\bar{\alpha})$ действительно достигается компромисс по отношению $\Phi_4(\bar{\alpha})$.

Таблица 2.

Функция расстояния $\Phi_5(\bar{\alpha})$

№ серии	***b*1**	***b*2**	***c*1**	***c*2**	**φ1**	**φ2**	***f*0**
1	0,555	0,570	0,673	0,611	0,628	0,656	0,333
2	0,649	0,595	0,655	0,569	0,600	0,581	0,414
3	0,602	0,623	0,500	0,592	0,622	0,621	0,519
4	0,654	0,649	0,620	0,578	0,574	0,596	0,680
5	0,662	0,569	0,628	0,532	0,573	0,642	0,696
6	0,572	0,555	0,558	0,634	0,541	0,628	0,702
7	0,605	0,602	0,604	0,600	0,597	0,510	0,696
8	0,582	0,621	0,552	0,620	0,662	0,550	0,693

Таблица 3.

Сравнительные результаты для трех этапов идентификации

Этап	$\tilde{\Phi}_{40}$	σ_{40}	$\tilde{\Phi}_{50}$	σ_{50}
I	0,2956	0,3070	0,5843	0,1457
II	0,0535	0,0300	0,7220	0,0154
III	0,0448	0,0155	0,7269	0,0085

Таким образом, построенная математическая модель с учетом области $\sigma_0(\bar{\alpha})$ позволяет: а) произвести более тщательный расчет динамики этого механизма уже на стадии проектирования; б) оптимальным образом подобрать параметры системы для получения требуемых характеристик; в) подобрать закон торможения руки робота с целью повышения его быстродействия и точности позиционирования. Полученная модель может служить основой для разработки диагностических моделей робота.

5. Заключение

Таким образом, метод ПЛП-поиска не только позволяет на основе проведения имитационных модельных экспериментов осуществить квазиравномерный просмотр пространства параметров в заданных диапазонах их изменения, но и в результате специального рандомизированного характера планирования этих экспериментов применить количественные статистические оценки влияния изменения варьируемых параметров и их парных сочетаний на анализируемые свойства рассматриваемой динамической системы.

При этом путем построения аппроксимационных моделей критериев в зависимости от варьируемых параметров оказывается возможным провести оценку чувствительности критериев в среднем по этим параметрам.

Эффективность планов экспериментов в ПЛП-поиске обусловлена не только возможностью их использования в дисперсионном анализе. Эти планы оказываются эффективными и при построении регрессионных зависимостей, и вообще в регрессионном анализе, как в вычислительном аспекте, так и с позиции ряда критериев оптимальности этих планов [24, 25].

В частности, для случая линейной, квадратичной и кубической регрессии получены значения определителя информационной матрицы Фишера и пределы изменения дисперсии предсказанных значений. Анализ полученных формул показал, что с ростом числа экспериментов в серии, числа серий экспериментов и числа варьируемых параметров значения определителя информационной матрицы Фишера растут, тем самым делая указанные планы близкими по свойствам к ортогональным; все корреляционные оценки коэффициентов регрессионных моделей для каждой из рассматриваемых регрессий обладают хорошей сходимостью к нулю.

Например, для случая десяти серий экспериментов, восьми экспериментов в серии и трех варьируемых параметров соответствующие линейной, квадратичной и кубической регрессии составляют 22500, 27000 и 18750. При этом любая из серий построенного плана экспериментов будет D-оптимальна.

Подведем некоторые итоги. Доказывая эффективность ПЛП-поиска по сравнению со “слепым” способом поиска экстремумов, не предлагается отбрасывать последний. Однако, очевидно, что ПЛП-поиск не только может помогать скорейшему поиску экстремумов, если это требуется, но и дает информацию о влиятельности варьируемых параметров и, что также важно, способствует возникновению вопросов, связанных с исследованием пространства варьируемых параметров (в частности, результаты ПЛП-поиска могут помочь выбрать эффективную схему компромисса) [26-29].

Итак, можно утверждать, что если принято решение исследовать сначала сформулированную задачу дискретным способом (что полезно даже в том случае, когда удаётся получить аналитические зависимости, но очень сложные), то ПЛП-поиск представляется весьма эффективным методом компьютерных технологий в смысле ранее упомянутой их второй составляющей.

Кроме того, все алгоритмы ПЛП-поиска легко программируются, допускают диалоговый режим работы. К настоящему времени программы для ПЛП-поиска реализованы в среде MATLAB [9]. В работе [30] приведена MATLAB-программа датчика псевдослучайных чисел.

Также укажем, что общее число варьируемых параметров ≤ 50, а число вычислительных экспериментов ограничивается только временем счёта каждого варианта. И ещё. То, что результаты применения ПЛП-поиска носят вероятностный характер, позволяет нам утверждать, перефразируя суждение известного французского философа XX века Габриэля Марселя, высказанное в его диалоге с философом Полем Рикёром [31] о его методе исследования природы и социальных систем, что ПЛП-поиск – это метод честных вопросов, а не фальшивых ответов.

Список литературы

1. Fitts P.M. The information capacity of the human motor system in controlling the amplitude of movement // Journal of Experimental Psychology. -1954. - V. 47, No. 6. - P. 381-391.

2. Зуев А.С. Графические интерфейсы как средства управления работой информационных систем // Информационные модели экономики. - М.: МГАПИ, 2006. - С. 80-84.

3. Davis P., Rabinwitz P. Some Monte Carlo experiments in computing multiple integrals // MTAG. - 1956. - V.10. No. 53. - P. 1-8.

4. Бусленко Н.П., Голенко Д.И., Соболь И.М. и др. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). - М.: Физматгиз, 1962. - 322 с.

5. Рациональное численное моделирование в нелинейной механике / Под ред. академика О.М. Белоцерковского. - М.: Наука, 1990. - 224 с.

6. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Комбинационное использование дискретных методов оптимизации в задачах исследования и моделирования динамических систем машин // Южно-Сибирский научный вестник. – 2012. - № 2. - С.74-78.

7. Статников И.Н., Фирсов Г.И. ПЛП-поиск как инструмент выбора рациональных значений параметров систем управления // Управление и информационные технологии (УИТ-2010) / 6-я Всероссийская научная конференция (Санкт-Петербург, 12 - 14 октября 2010 г.). Сборник докладов. - СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2010. - С.215-220.

8. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Интерактивное структурирование пространства параметров при проектировании динамических систем // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2015. - № 1. – С.36-41.

9. Статников И.Н., Фирсов Г.И. ПЛП-поиск и его реализация в среде MATLAB // Проектирование инженерных и научных приложений в среде MATLAB. - М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2004. - С.398-411.

10. Статников И.Н., Андреенков Е.В. ПЛП-поиск–эвристический метод решения задач математического программирования. - М.: Московский государственный университет технологии и дизайна, 2006. - 140 с.

11. Налимов В.В. Теория эксперимента. - М.: Наука, ГРФМЛ, 1982. - 256 с.

12. Соболь И.М. Многомерные квадратурные формулы и функции Хаара. - М.: Наука, ГРФМЛ, 1969. - 288 с.

13. Соболь И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. - М.: Дрофа, 2006. - 175 с.

14. Митропольский А.К. Техника статистических вычислений. - М.: Наука, ГРФМЛ, 1971. - 576 с.

15. Шеффе Г. Дисперсионный анализ. - М.: Наука, ГРФМЛ, 1980. - 512 с.

16. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Интеллектуализация обработки информации в задачах идентификации математической модели робота-манипулятора // Инновационное развитие АПК России на базе интеллектуальных машинных технологий. Международная научно-техническая конференция (Москва, 17-18 сентября 2014 г.). Сборник научных докладов. – М.: ФГБНУ ВИМ, 2014. – С.446-450.

17. Ананьева Е.Г., Векилов Р.В, Исследование и оценка качества механизмов промышленных роботов // Квалиметрия и диагностирование механизмов. - М.: Наука, 1979. - С. 97-104.

18. Баранов А.Г., Боровин Г.Е., Платонов А.Е. и др. Моделирование на ЭВМ электрогидравлических приводов дроссельного регулирования промышленных роботов. Препринт. № 88. - М.: Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 1979. - 32 с.

19. Ананьева Е.Г., Добрынин С.А., Фельдман М.С. Определение динамических характеристик робота-манипулятора с помощью ЭЦВМ // Исследование динамических систем на ЭВМ. - М.: Наука, 1982. - С. 70-79.

20. Добрынин С.А., Фельдман М.С., Фирсов Г.И. Методы автоматизированного исследования динамики машин. - М.: Машиностроение, 1987. - 218 с.

21. Добрынин С.А., Фельдман М.С., Фирсов Г.И. Построение модели и идентификация динамической системы манипулятора по данным автоматизированного эксперимента // Избрани докл. от третата международ. конф. по проблем. на управл. на промышлените роботи "РОБКОН-3". - София: ИТКР БАН, 1986. - С.243-248.

22. Ананьев А.Н., Добрынин С.А., Фирсов Г.И. Модельные представления элементов динамической системы промышленного робота // Диагностирование оборудования комплексно-автоматизированного производства. - М.: Наука, 1984. - С. 61-67.

23. Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на Фортране. - М.: Мир, 1977. - 584 с.

24. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Аппроксимация результатов вычислительного эксперимента и оценивание функций чувствительности критериев качества динамических систем // Необратимые процессы в природе и технике / Труды Шестой Всероссийской конференции (Москва, 26-28 января 2011 г.). Часть I. - М.: Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, 2011. - С.143-146.

25. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Уравнение линейной регрессии в ПЛП-поиске // Вестник Московского финансово-юридического университета. - 2013. - № 1. - С.41-47.

26. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Интеллектуальная обработка результатов вычислительного эксперимента в задачах исследования и моделирования колебательных систем машин // Южно-Сибирский научный вестник. – 2013. - № 2(4). - С.5-9.

27. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Проблемы интеллектуальной обработки информации при решении задач проектирования и идентификации динамических систем // Системы автоматизации в образовании, науке и производстве. VIII Всероссийская научно-практическая конференция. Труды. - Новокузнецк: Изд. Центр СибГИУ, 2011. – С.45-51.

28. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Инструментальные возможности ПЛП-поиска // Обозрение прикладной и промышленной математики. - 2011. - Т.18, вып. 5. - С.808.

29. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Эвристические возможности ПЛП-поиска при проектировании динамических систем // Обозрение прикладной и промышленной математики. - 2008. - Т.15, вып. 3. - С.930-931.

30. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Об одной технологии дискретного зондирования пространства исследуемых параметров // Современные информационные технологии. - Пенза: Пензенская гос. технол. академия, 2004. - С.63-68.

31. Марсель Г. Трагическая мудрость философии. Избранные работы. - М.: Издательство гуманитарной литературы, 1995. - 215 с.

Дата поступления статьи: 5 апреля 2016 года.