

УДК 621.891

## ВЛИЯНИЯ ТРЕНИЯ СТЕНОК ФОРМЫ НА ПРОЦЕСС ПОЛУЖИДКОГО ПРЕССОВАНИЯ МЕТАЛЛА

©Али Юсупович Албагачиев<sup>1)</sup>, Николай Николаевич Холин<sup>2)</sup>

- <sup>1)</sup> Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Россия, Москва
- <sup>2)</sup> Федеральное государственное образовательное учреждение Московский Государственный университет информационных технологий, радиотехники и электроники, Москва

**Аннотация.** Ставится и численно решается задача о полужидком прессовании металла в коническую форму в условиях, когда температура заливки выше температуры плавления на 50-100°C и существенным образом проявляются реологические свойства материала. Численное моделирование исследуемого процесса позволяет проанализировать влияние трения стенок формы на картину течения расплава.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, напряженно-деформированное состояние, реология, трение стенок формы, полужидкое прессование, коническая форма.

## FRICTION INFLUENCE OF THE FORM WALLS ON PROCESS OF SEMILIQUID METAL PRESSING

Ali Yusupovich Albagachiev, Nikolai Nikolaevich Kholin

**Abstract.** The problem about of semifluid metal pressing in the conic form at temperature about a melting point is solved by numerical modeling. Taking into account influence of a friction of metal and form walls allows to construct more perfect physical picture a product formation process.

**Keywords:** mathematical modeling, stress-strained state, rheology, friction, semifluid extrusion, conical form.

**Введение.** Картина течения расплава металла (при заливке в форму) существенным образом зависит от трения у стенок формы. Экспериментальное исследование параметров течения затруднено, прежде всего из-за высокой температуры и постоянно изменяющейся вязкости. Поэтому проведение вычислительного эксперимента является важным средством изучения картины течения. Практический интерес представляет исследование влияния трения стенок формы, которое позволяет определить зависимости напряженно-деформационного состояния материала от шероховатости поверхности. Для изучения влияния трения стенок формы далее проводится математическое моделирование процессов полужидкого прессования металла (в коническую или цилиндрическую формы). Численные исследования задач такого рода позволяют определить значения констант, входящих в определяющие (реологические) соотношения механического поведения материала и константы, входящие в уравнение для трения стенок формы. Для математического моделирования процесса течения при заливке сложных форм можно использовать значения этих констант для численного решения задачи, например, методом конечных элементов (МКЭ).

Рассмотрим коническую матрицу, через которую протягивается цилиндрическое тело. Предположим, что размеры матрицы таковы, что концевые эффекты практически не влияют на картину течения в целом.



Рис. 1. Схема течения металла в конической матрице.

**Уравнения равновесия в сферической системе координат.** Так как задача симметрична, то все параметры течения – компоненты тензоров напряжения и скоростей деформации, компоненты вектора скорости частиц зависят от двух координат (в плоской системе координат) -  $r$ ,  $\theta$ .

Исходим из условия, что рассматриваемый процесс является квазистатическим и установившимся, а в двумерном случае уравнения квазистатического равновесия будут представлены в виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{[2(\sigma_r - \sigma_\theta) + \sigma_{r\theta} \text{ctg}\theta]}{r} = -\rho g \cos\theta \\ \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{3\sigma_{r\theta}}{r} = \rho g \sin\theta \end{cases} \quad (1)$$

где  $\rho g$  – массовые силы тяжести;  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_{r\theta}$  – компоненты тензора напряжений.

Для компонент тензора скоростей деформации следует:

$$e_r = \frac{\partial v_r}{\partial r}, e_\theta = e_\varphi = \frac{v_r}{r}, e_{r\varphi} = e_{\theta\varphi} = 0, e_{r\theta} = \frac{1}{2r} \cdot \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \quad (2)$$

Условие несжимаемости материала:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{2v_r}{r} = 0. \quad (3)$$

Интеграл условия несжимаемости:

$$\begin{aligned} v_r &= -a\varphi(\theta)/r^2, \\ a &= -v_r(r_0, 0)r_0^2 > 0, \varphi(0) = 1. \end{aligned} \quad (4)$$

Для компонент тензора напряжений принимаем [2]:

$$\sigma_{ij} = p\delta_{ij} + S_{ij}$$

где  $p$  – всестороннее давление;  $S_{ij}$  – компоненты девиатора тензора напряжений.

Для связи компонент тензоров  $S_{ij}$  и  $e_{ij}$  принимаем условие пластического течения Леви-Мизеса:

$$S_{ij} = \frac{S_u}{e_u} e_{ij}, \quad (5)$$

где  $S_u$  и  $e_u$  – интенсивности девиаторов тензоров напряжений и скоростей деформаций.

Из соотношений (2) и (4) следует:

$$e_r = \frac{2a\varphi(\theta)}{r^3}, \quad e_{r\theta} = -\frac{a\frac{d\varphi}{d\theta}}{2r^3}, \quad e_\theta = -\frac{a\varphi(\theta)}{r^3}. \quad (6)$$

Для интенсивности скоростей деформаций из (6) получим:

$$e_u = \sqrt{3}a\chi(\theta)/r^3, \quad \chi = \frac{\sqrt{3}}{6}\sqrt{12\varphi^2 + (\varphi')^2}. \quad (7)$$

Для связи между  $S_u$  и  $e_u$  примем степенную (реологическую) связь:

$$\sigma_u = \frac{\mu_*\chi^m}{r^{3m}}, \quad \mu_* = \mu(\sqrt{3}a)^m/e_0^m \quad (8)$$

Из соотношений (2) – (8) для компонент тензора напряжений получим равенства:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= p + \frac{2\mu_*x}{\sqrt{3}r^{3m}}, \quad x = \varphi\chi^{m-1}, \\ \sigma_\theta &= p - \frac{\mu_*x}{\sqrt{3}r^{3m}}, \\ \sigma_{r\theta} &= \mu_*y/r^{3m}, \quad y = -\frac{\varphi'\chi^{m-1}}{2\sqrt{3}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Подставляя равенство (9) уравнение (1) получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений (без учета массовых сил):

$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\theta} &= z, \quad y = -\varphi'\chi^{m-1}/2\sqrt{3}, \\ x &= \varphi\chi^{m-1}, \\ \frac{dx}{d\theta} &= [(m-1)xyz - 2\sqrt{3}my(x^2 + y^2)]/(my^2 + x^2), \\ \frac{dz}{d\theta} &= [\sqrt{3}(2-3m)y(1-m)xz + 2\sqrt{3}m(x^2 + y^2) - \\ &\quad - 9m(1-m)y + \frac{y}{\sin^2\theta} - z\text{ctg}\theta]/(my^2 + x^2), \\ x(0) &= 1, \quad v(0) = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Добавим к системе (10) условие для  $Z(0)$ . Значение  $Z(0)$  определяется из соотношений:

$$\psi = \sigma_{r\theta}|_{\theta=\theta_{max}} = 0 \quad (11)$$

- для случая полного проскальзывания или

$$\psi = v_r|_{\theta=\theta_{max}} = 0$$

- для случая полного прилипания.

Отметим, что уравнение

$$\psi(\theta_{max}, z(0)) = 0$$

является алгоритмическим, т.к. его решение определяется с помощью алгоритма решения задачи (10), которая решалась методом Рунге-Кутты четвертого порядка аппроксимации.

Значения констант, используемые в расчетах:  $a = 1, \mu_* = 0,01, m = 3$ .

Значения констант определялись по методике [3] для случая растяжения стержня при повышенных температурах.

**Результаты расчетов.** Для  $\theta_{max}=\pi/4$  (Рис. 2) приводится решение с учетом образовавшихся застойных зон и зон, в которых реализуется обратное течение расплава.

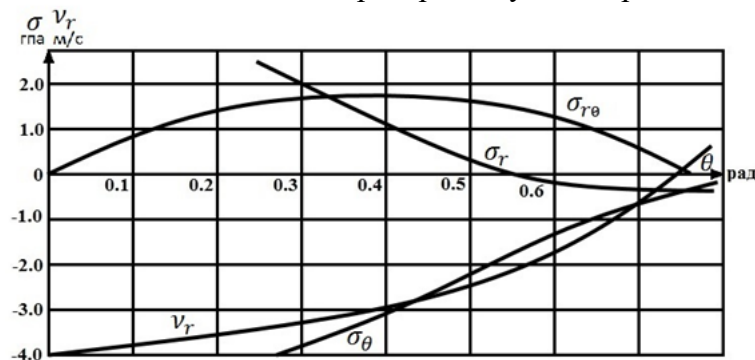


Рис. 2 Расчеты с учетом полного проскальзывания

При больших  $\theta_{\max}$  касательные напряжения на периферии фактически равны нулю без изменения знака. Учет трения на стенках формы качественно меняет картину течения. Использование условия полного прилипания приводит к тому, что обратного течения не образуется. Этот вывод следует из Рис.3 для  $\gamma=0,3$  и  $\theta_{\max}=\pi/4$ .

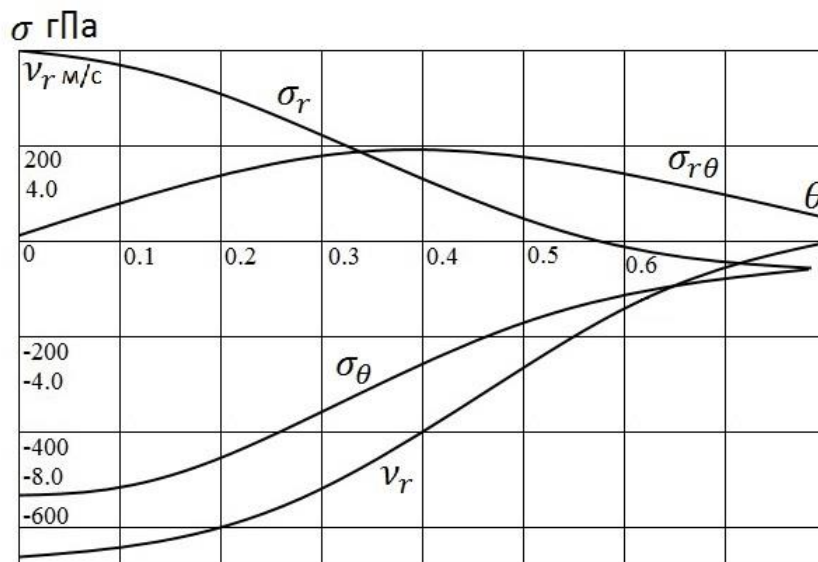


Рис. 3 Расчеты с учетом полного прилипания

**Выводы.** Для математического моделирования процесса полужидкого прессования металла в сложные формы необходимо знать значения констант, входящих в определяющие уравнения механического поведения материала и в уравнение для трения стенок формы. Для определения числовых значений этих констант в данной работе предлагается методика, основанная на решении задач о полужидком прессовании металла в коническую и цилиндрическую формы. Анализ полученных решений показал необходимость правильного учета трения стенок формы (матрицы).

Заметим, что так как расплав металла заполняет шероховатости стенок матрицы, то вблизи стенок образуется пограничный слой, работающий в качестве смазки. Практический интерес представляют исследования структуры этого пограничного слоя, наличие которого делает более реальной ситуацию изображенной на Рис.2 для случая полного проскальзывания.

#### Список литературы

1. Козырев Ю.М., Пономарев А.В., Холин Н.Н., Дизайн цилиндрических изделий в процессе горячего изостатического прессования, МГУПИ, электронный журнал «Дизайн, теория и практика», №9, 2012, с. 115-122.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды, - М.: Наука, 1982, 550 с.
3. Нигматулин Р.И., Холин Н.Н. Модель упруго-пластической среды с дислокационной кинетикой пластического деформирования», - МТТ, Изв. АН СССР, 1974, №4, с. 32-39.
4. Фадеев Л.Л., Албагачиев А.Ю. Повышение надежности деталей машин.- М.: Машиностроение.1993. с. 96

Дата поступления статьи: 12 июля 2015 года.