

УДК 612.821

## ПРОБЛЕМЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО ОЦЕНИВАНИЯ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ НА ДИНАМИКУ ДВУХМАССОВОЙ ВИБРОУДАРНОЙ СИСТЕМЫ С ПОМОЩЬЮ ПЛАНИРУЕМОГО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

© Исак Наумович Статников, Георгий Игоревич Фирсов

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, Москва, Россия*  
[firsovgi@mail.ru](mailto:firsovgi@mail.ru)

***Аннотация.** В работе рассмотрены результаты проведенных вычислительных экспериментов по исследованию поведения двухмассовой виброударной системы в широком диапазоне изменения значений всех параметров системы как в исходной области варьирования параметров системы, так и в выделенной области концентрации наилучших решений по всем критериям качества. В рамках рассматриваемой математической модели установлено, что минимальные значения динамических нагрузок при ограничении диапазонов варьирования анализируемых параметров (при выделении областей концентрации наилучших решений) достигаются в том случае, когда принимаются равными и величины зазоров в обеих парах, и амплитуды сил возбуждения.*

***Ключевые слова:** планирование вычислительных экспериментов; виброударная система; многокритериальный анализ, регрессионный анализ; дисперсионный анализ*

## PROBLEMS OF STATISTICAL ESTIMATION OF THE INFLUENCE OF PARAMETERS ON THE DYNAMICS OF TWO-MASS VIBROIMPACT SYSTEM BY MEANS OF THE PLANNED COMPUTATIONAL EXPERIMENT

**Statnikov Isak Naumovich, Firsov Georgy Igorevich**

*The federal state budgetary establishment of science the Blagonravov Mechanical Engineering Research Institute the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

***Abstract.** The paper discusses the results of computational experiments to study the behavior of two-mass vibroimpact system in a wide range of values of all system parameters as in the source region of variation of system parameters and the selected area of concentration of the best solutions on all quality criteria. In the present mathematical model is established that the minimum value of the dynamic loads while limiting the ranges of variation of the analyzed parameters (in the allocation of areas of concentration of the best solutions) are achieved in the case when taken equal and the magnitude of backlash in both pairs, and the amplitudes of the excitation forces.*

***Key words:** planning computational experiments; vibro-impact system; multi-criteria analysis, regression analysis; variance analysis.*

В работах [1,2] описаны краткие результаты расчетов динамического поведения двухмассовой виброударной системы, моделирующей колебания  $i$ -го сечения теплообменной трубы [3],

$$\begin{aligned} m_i \ddot{x}_i + p_{ix}(\dot{x}, \dot{y}) + q_{ix}(x, y) &= F_{ix}(t), \\ m_i \ddot{y}_i + p_{iy}(\dot{x}, \dot{y}) + q_{iy}(x, y) &= F_{iy}(t). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $m_i$  - масса, приведенная к рассматриваемому  $i$ -му сечению;  $p_{ix}(\dot{x}, \dot{y})$ ,  $p_{iy}(\dot{x}, \dot{y})$  - проекции на оси  $x$  и  $y$  сил сопротивления движению, которые предполагаются зависящими как от

скоростей в  $i$ -м сечении, так и от скоростей относительного перемещения сечения;  $q_{ix}(x, y), q_{iy}(x, y)$  - проекции упругой силы, зависящие от величин абсолютного смещения  $i$ -го и относительного смещения обоих сечений из положения статического равновесия, отвечающего недеформированному состоянию упругой системы;  $F_{ix}(t), F_{iy}(t)$  - внешние силы, возбуждающие колебания, которые задаются в виде явных функций времени.

В предположении линейности диссипативных и упругих сил в (1) запишем систему уравнений на интервалах движения в зазоре в следующем виде

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 + c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_2 (x_1 - x_2) = P_{1x} \sin \omega t, \quad (2)$$

$$m_1 \ddot{y}_1 + c_1 \dot{y}_1 + k_1 y_1 + c_2 (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + k_2 (y_1 - y_2) = P_{1y} \sin 2\omega t,$$

$$m_2 \ddot{x}_1 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) + c_3 \dot{x}_2 + k_3 x_2 = P_{2x} \sin \omega t, \quad (3)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + c_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + k_2 (y_2 - y_1) + c_3 \dot{y}_2 + k_3 y_2 = P_{2y} \sin 2\omega t.$$

Удвоенная частота возбуждающей силы, действующей по оси  $y$ , соответствует вихревому характеру возбуждения колебаний трубы потоком жидкости [4]. Система уравнений (2), (3) может использоваться только при движении обеих масс без контакта с ограничителем. В рассматриваемой модели предполагается, что каждая из масс совершает плоское поступательное движение, причем и массы, и ограничители имеют круглую форму. Соответствующие геометрические характеристики масс и ограничителей обозначим так:  $r_{i1}$  - радиус  $i$ -й массы;  $r_{i2}$  - радиус ограничителя;  $\Delta_i = r_{i2} - r_{i1}$  - максимальное относительное перемещение центра  $i$ -й массы в зазоре;  $e_{ix}, e_{iy}$  - координаты центра для  $i$ -го ограничителя (эксцентриситеты). При недеформированном состоянии упругой системы координаты центров обеих масс равны нулю,  $x_i = y_i = 0$ , что вытекает из системы уравнений (2), (3), другими словами, начало системы координат совпадает с недеформированным положением системы.

Принятые допущения и условия соударения масс приведены в работе [1]. Основные положения по формированию системы уравнений и алгоритмам расчета динамики рассматриваемой системы приведены в работе [5]. К анализируемым динамическим характеристикам относятся следующие:  $A_i$  - полное число ударов  $i$ -й массы;  $\sum |u_{i-}|, \sum |v_{i-}|$  - накопленные тангенциальная и нормальная составляющие скорости удара  $i$ -й массы;  $\tau_i, \sum |s_i|$  - полная длительность режима скольжения и полный путь скольжения  $i$ -й массы;  $\int \Phi_m dt$  - полный импульс силы нормального давления при скольжении  $i$ -й массы. После завершения процесса моделирования полученные накопленные значения динамических характеристик нормируются. Величины  $A_i$  делятся на число периодов интегрирования, так что нормированные значения определяют среднее число ударов на период возбуждающей силы, если эта величина равна нулю, то имеет место безударный режим чистого скольжения. Остальные характеристики нормируются длительностью интервала реализации, определяя среднее значение соответствующего критерия в единицу времени. Помимо перечисленных выше в отдельных вычислительных экспериментах (ВЭ) определялись и характеристики «комплексного» характера, относящиеся к ударным взаимодействиям и к режиму скольжения. Такими характеристиками являются, соответственно, средняя полная скорость удара  $\sqrt{(u_{i-})^2 + (v_{i-})^2}$  и среднее значение работы сил трения скольжения  $\int f \Phi_m ds_i$ , где  $f$  - коэффициент ударного трения, определяющий уменьшение тангенциальной составляющей скорости удара вследствие мгновенного проскальзывания соударяющихся тел. В качестве варьируемых параметров были выбраны следующие: значения радиусов зазоров  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ , ограничивающих перемещение масс; значения составляющих  $e_{ix}, e_{iy}$ , эксцентриситетов, определяющих положение центров ограничителей относительно равновесного положения упругой системы; амплитуды  $P_{ix}, P_{iy}$  возбуждающих сил и частота возбуждения  $\omega$ .

Введем вектор  $\bar{\alpha}$  варьируемых параметров, используя следующие обозначения:  $\alpha_1 = \Delta_1$ ,  $\alpha_2 = \Delta_2$ ,  $\alpha_3 = e_{1x}$ ,  $\alpha_4 = e_{1y}$ ,  $\alpha_5 = e_{2x}$ ,  $\alpha_6 = e_{2y}$ ,  $\alpha_7 = \ln(P_{1y}/P_{1x})$ ,  $\alpha_8 = \ln(P_{2y}/P_{2x})$ ,  $\alpha_9 = \omega$ . Представление отношений амплитуд возбуждающих сил в форме экспоненциальной функции от соответствующих параметров  $\alpha_7$  и  $\alpha_8$ , равномерно распределенных в анализируемой области пространства параметров, позволяет эффективно проводить вычислительные эксперименты в достаточно широкой зоне изменения отношений  $P_{iy}/P_{ix}$ , охватывающей точку равенства амплитуд  $P_{ix} = P_{iy}$  ( $\alpha_j = 1$ ).

Приведем обозначения динамических критериев:

$\Phi_1(\bar{\alpha})$ ,  $\Phi_4(\bar{\alpha})$  - среднее значение числа ударов первой и второй масс в установившемся режиме за один период возбуждающей силы;

$\Phi_2(\bar{\alpha})$ ,  $\Phi_5(\bar{\alpha})$  - среднее значение накопленной нормальной составляющей ударной скорости первой и второй масс в единицу времени;

$\Phi_3(\bar{\alpha})$ ,  $\Phi_6(\bar{\alpha})$  - среднее значение накопленной тангенциальной составляющей ударной скорости первой и второй масс в единицу времени;

$\Phi_7(\bar{\alpha})$  - средняя доля времени, когда первая масса двигалась в контакте с ограничителем (режим скольжения);

$\Phi_8(\bar{\alpha})$  - среднее значение скорости скольжения по ограничителю для первой массы;

$\Phi_9(\bar{\alpha})$  - среднее значение силы нормального давления первой массы на ограничитель (для критериев  $\Phi_8$  и  $\Phi_9$  в качестве нормирующего множителя при усреднении выбирается длительность интервала скольжения). Аналогичные критерии с индексами от  $\Phi_{10}$  до  $\Phi_{12}$  вычисляются для движения массы  $m_2$  в режиме скольжения по ограничителю.

Таблица 1

## Условия проведения второй серии экспериментов

1.	Эксперимент II $N_0 = 256$	Задана область исследования (4), но во всех ВЭ $\Delta_1 \neq \Delta_2$ , в $P_{1y} = P_{2y}$
2.	Эксперимент IIa $N_0 = 64$	По результатам предыдущих экспериментов выделена область концентрации $G_2(\bar{\alpha})$ наилучших решений по всем критериям качества: $\Delta_1 \neq \Delta_2$ ; $P_{1y} = P_{2y}$
3.	Эксперимент IIб $N_0 = 64$	В выделенной области $G_2(\bar{\alpha})$ оставили исходные диапазоны варьирования амплитуд и частоты возбуждения: $\Delta_1 \neq \Delta_2$ ; $P_{1y} = P_{2y}$
4.	Эксперимент IIв $N_0 = 64$	В исходной области (4) оставили без изменения диапазон варьирования амплитуды возбуждения, а диапазон частоты возбуждения выбран между двумя собственными частотами системы: $\Delta_1 \neq \Delta_2$ ; $P_{1y} = P_{2y}$
5.	Эксперимент IIг $N_0 = 128$	Задана область исследования (4) и варьировались все параметры, т.е.: $\Delta_1 \neq \Delta_2$ и $P_{1y} \neq P_{2y}$

В работах [1,2] анализ динамических свойств двухмассовой системы проводился путем построения сечений для области

$$\begin{cases} \alpha_1 \in (0,05;0,85); & \alpha_4 \in (0,05;0,85); & \alpha_7 \in (-1,7;1,7); \\ \alpha_2 \in (0,05;0,85); & \alpha_5 \in (0,05;0,85); & \alpha_8 \in (-1,7;1,7); \\ \alpha_3 \in (0,05;0,85); & \alpha_6 \in (0,05;0,85); & \alpha_9 \in (0,7;2,4). \end{cases} \quad (4)$$

пространства параметров по частоте  $\omega$  при фиксированных значениях всех параметров, за исключением величин зазоров  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ . Очевидно, что проводить аналогичное исследование для каждого из параметров рассматриваемой системы не представляется возможным в силу

высокой размерности пространства параметров. Поэтому дальнейшее исследование с учетом найденных в [1,2] качественных закономерностей целесообразно проводить методом планируемого вычислительного эксперимента, основные принципы которого изложены в работах [6-8]. Каждый из проведенных ВЭ включал формирование плана-матрицы варьируемых параметров динамической системы,  $k$ -я строка которой представлялась используемым вектором параметров  $\bar{\alpha}_k$ , а число строк (т.е. число ВЭ) обозначалось через  $N_0$ . По результатам моделирования каждому вектору  $\bar{\alpha}_k$  параметров системы ставится в соответствие вектор  $\bar{\Phi}_k$  значений критериев. Полученная матрица критериев дает возможность, несмотря на высокую размерность пространства варьируемых параметров, проводить одномерный анализ по всем парам «критерий – варьируемый параметр», при этом безусловно надо все время иметь ввиду, что мы оперируем усредненными величинами.

Таблица 2

Сводные статистические характеристики для шестой группы ВЭ

Характеристики	Номер критерия					
	1	2	3	4	5	6
Среднее значение	4,846	0,510	0,905	4,768	0,514	0,849
Среднеквадратическое отклонение	3,251	0,475	0,854	3,038	0,457	0,817
Минимальное значение	0	0	0	0	0	0
Максимальное значение	14,20	3,044	4,331	14,50	2,566	4,829
Вариативность (изменчивость) выборки, %	67,1	93,1	94,4	63,7	89,0	96,2
Характеристики	Номер критерия					
	7	8	9	10	11	12
Среднее значение	0,222	0,511	0,880	0,247	0,607	0,892
Среднеквадратическое отклонение	0,340	0,696	1,137	0,348	0,847	1,342
Минимальное значение	0	0	0	0	0	0
Максимальное значение	1,000	2,665	5,058	1,001	3,446	4,487
Вариативность (изменчивость) выборки, %	153	136	129	141	139	151

В работе [9] в табл. 1 приведены условия проведения 10 серий ВЭ и указаны их основные характеристики, к которым относятся:  $N_0$  - число векторов  $\bar{\alpha}_k$  (пробных точек) для данного ВЭ;  $J$  - число независимо варьируемых параметров в каждом векторе  $\bar{\alpha}_k$ ;  $M$  - число векторов  $\bar{\alpha}_k$ , входящих в каждую серию эксперимента;  $T$  - число серий ВЭ ( $N_0=T \times M$ );  $G(\alpha)$  - область изменения параметров модели. Кроме того указано, когда отдельные пары параметров модели  $\alpha_i, \alpha_j$ , входящие в  $\bar{\alpha}$ , выбирались совпадающими.

Целесообразность представления матрицы планируемого ВЭ в виде последовательности из  $T$  отдельных серий, каждая из которых включает по  $M$  векторов параметров, обусловлена тем обстоятельством, что число  $M$  экспериментов в серии совпадает с числом уровней изменения для каждого из параметров, причем для применяемого метода ПЛП-поиска каждый из параметров  $\alpha_j$  «пробегаёт» в каждой из серий по всем заданным уровням. Таким образом, в каждой из серий получаем по одному уровню для каждого из параметров  $\alpha_j$ , так что для  $N_0=T \times M$  точек моделирования имеем  $T$  выборок по  $M$  значений на каждом из уровней параметра  $\alpha_j$ .

Таблица 3

Сводные статистические характеристики для седьмой группы ВЭ

Характеристики	Номер критерия					
	1	2	3	4	5	6
Среднее значение	3,645	0,409	0,507	4,075	0,367	0,593
Среднеквадратическое отклонение	2,373	0,304	0,242	2,414	0,351	0,189
Минимальное значение	0	0	0	1,6	0,057	0,142
Максимальное значение	12,00	1,092	1,088	10,70	2,597	1,162
Вариативность (изменчивость) выборки, %	65,2	74,4	47,7	59,0	96,0	32,0
Характеристики	Номер критерия					
	7	8	9	10	11	12
Среднее значение	0,138	0,273	0,433	0,039	0,215	0,207
Среднеквадратическое отклонение	0,261	0,445	0,615	0,097	0,485	0,445
Минимальное значение	0	0	0	0	0	0
Максимальное значение	1,000	1,997	2,131	0,413	2,110	2,005
Вариативность (изменчивость) выборки, %	189	163	142	250,5	226	215

В работе [10] представлены результаты первых пяти серий экспериментов, на основании которых были выявлены соответствующие границы диапазонов варьирования параметров модели. В табл. 1 указаны условия проведения второй пятерки ВЭ. Результаты статистической обработки ВЭ представляются в виде соответствующих таблиц, где отражены сводные статистические характеристики результатов каждого из ВЭ: средние значения  $\bar{\Phi}_{k0}$  критериев  $\Phi_k(\bar{\alpha})$  по всей совокупности  $N_0$  ВЭ, их среднеквадратические отклонения от  $\bar{\Phi}_{k0}$ , изменчивость выборки, максимальное и минимальное значения  $\Phi_k(\bar{\alpha})$ .

Ниже подробно рассмотрены результаты проведенных вычислительных экспериментов как в исходной области варьирования параметров системы  $G(\bar{\alpha})$ , так и в найденной области  $G_1(\bar{\alpha})$  концентрации наилучших решений по всем критериям качества.

#### Эксперимент II.

МПЭ в этом эксперименте имела следующие параметры:  $N_0 = 256$ ,  $T = 16$  и  $M_j = 16$ . Число варьируемых параметров  $J = 8$ , т.е. варьировался и параметр  $\alpha_2$ . Область исследования была такая же, как и в (4), а сам параметр  $\alpha_2$ , как и  $\alpha_1$ , варьировался в области  $[0,05; 0,85]$ . Сводные статистические характеристики по результатам ВЭ представлены в табл. 2. Сравнивая данные табл. 2 и табл. 1 из [9], отметим, что значения практически всех характеристик из табл. 2 лучше, чем у соответствующих характеристик из табл. 1 [10]. Кроме того, в табл. 2 по сравнению с данными табл. 1 [10] наблюдается существенно меньшая вариативность выборочных данных характеристик ударного режима. Включение второго зазора в качестве варьируемого параметра привело к тому, что наблюдается практически существенное влияние всех параметров на все критерии, чего не было в эксперименте I. А высокая степень достоверности результатов дисперсионного анализа подтверждается, как и в предыдущих случаях [10], характером зависимостей  $\bar{\Phi}_{kij}$ , аналогичным приведенным на рис. 1 [10]. Результаты дисперсионного анализа и характер всех зависимостей  $\bar{\Phi}_{kij}$  позволили

выделить области концентраций наилучших решений по каждому критерию и наметить область проведения контрольных ВЭ

$$\begin{cases} \alpha_1 \in [0,375;0,850]; & \alpha_4 \in [0,125;0,475]; & \alpha_7 \in [-1,7;0,319]; \\ \alpha_2 \in [0,375;0,575]; & \alpha_5 \in [0,050;0,850]; & \alpha_8 \in [-1,7;0,319]; \\ \alpha_3 \in [0,050;0,850]; & \alpha_6 \in [0,050;0,850]; & \alpha_9 \in [0,7;2,4]. \end{cases} \quad (5)$$

Таблица 4

Сводные статистические характеристики для восьмой группы ВЭ

Характеристики	Номер критерия					
	1	2	3	4	5	6
Среднее значение	4,363	0,489	1,140	4,950	0,471	1,137
Среднеквадратическое отклонение	2,555	0,380	1,095	3,081	0,314	0,871
Минимальное значение	0	0	0	1,4	0,063	0,139
Максимальное значение	12,7	2,285	5,007	19,0	1,297	3,256
Вариативность (изменчивость) выборки, %	58,6	78	96	62,2	66,7	76,6
Характеристики	Номер критерия					
	7	8	9	10	11	12
Среднее значение	0,105	0,224	0,441	0,040	0,345	0,457
Среднеквадратическое отклонение	0,236	0,422	0,753	0,106	0,649	0,936
Минимальное значение	0	0	0	0	0	0
Максимальное значение	1	1,634	3,371	0,667	2,704	4,915
Вариативность (изменчивость) выборки, %	225	188	171	265	188	205

#### Эксперимент Па.

ВЭ проводились в области (5). МПЭ имела следующие параметры:  $N_0 = 64$ ,  $T = 8$  и  $M_j = 8$ . Сводные статистические характеристики представлены в табл. 3. В таблице 3 наблюдаем заметное улучшение значений исследуемых характеристик по сравнению с данными табл. 2 и, особенно, характеристик режимов скольжения. Дисперсионный анализ практически не выявил влияния зазоров на величины динамических характеристик, заметно лишь влияние эксцентриситетов и параметров источника возбуждения. Высокие результаты в табл. 3, конечно, в немалой степени объясняются сужением диапазонов варьирования по параметрам  $\alpha_7$  и  $\alpha_9$ .

#### Эксперимент Пб.

Эксперименты проводились в области (5), но диапазон варьирования по  $\alpha_7$  и  $\alpha_9$  остались исходными. Параметры МПЭ:  $N_0 = 64$ ,  $T = 8$  и  $M_j = 8$ . Сводные статистические характеристики по итогам ВЭ приведены в табл. 4. Как и следовало ожидать, результаты в табл. 4 несколько хуже, чем в табл. 3, но все же лучше, чем в табл. 2. И в табл. 3 и в табл. 4 наблюдается значительный разброс величин критериев, характеризующих режим скольжения, гораздо больший, чем у соответствующих характеристик из табл. 2. Включение исходных диапазонов варьирования по  $\alpha_7$  и  $\alpha_9$  в область (5) привело к тому, что по результатам дисперсионного анализа лишь сравнительно малое число критериев оказывается

зависимым от геометрических параметров ударных пар. С другой стороны, имеет место существенное влияние на эти характеристики параметров источника возбуждения.

Таблица 5

Сводные статистические характеристики для девятой группы ВЭ

Характеристики	Номер критерия						
	1	2	3	4	5	6	7
Среднее значение	4,414	0,452	1,070	4,698	0,515	0,921	0,188
Среднеквадратическое отклонение	2,602	0,456	0,956	3,758	0,453	0,852	0,346
Минимальное значение	0	0	0	0	0	0	0
Максимальное значение	11	2,980	3,821	15	2,489	3,523	1
Вариативность (изменчивость) выборки, %	59	101	89,3	80	88	92,5	184
Характеристики	Номер критерия						
	8	9	10	11	12	13	14
Среднее значение	0,434	0,517	0,232	0,623	0,780	0,301	0,484
Среднеквадратическое отклонение	0,775	0,796	0,365	0,806	1,030	0,651	0,978
Минимальное значение	0	0	0	0	0	0	0
Максимальное значение	4,355	3,437	1	2,511	4,316	3,670	5,484
Вариативность (изменчивость) выборки, %	181	154	157	129	132	216	202

#### Эксперимент Пв.

Представлялось интересным провести ВЭ в исходной области (4), варьируя все 9 параметров, но частоту возбуждения  $\alpha_9$  выбрать между собственными частотами упругой системы  $\Omega_1 = 1$  и  $\Omega_2 = 2,24$ . Поэтому диапазон варьирования по  $\alpha_9$  был выбран на интервале частот (1,2; 2). МПЭ имела следующие параметры:  $N_0 = 64$ ,  $T = 8$  и  $M_j = 8$ . Сводные статистические характеристики результатов ВЭ приведены в табл. 5. Статистические характеристики в табл. 5 занимают некоторое промежуточное положение между результатами ранее рассмотренных ВЭ для случая  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ , но, во всяком случае, хуже, чем в табл. 3. Результаты дисперсионного анализа показывают, что параметр  $\alpha_9$  не оказывает в среднем существенного влияния ни на один критерий качества движения масс. Слабо и влияние параметра  $\alpha_7$ , но зато существенным стало влияние геометрических параметров ударных пар. Дисперсионный анализ показал, как симметрично делится влияние зазоров на характеристики скольжения, особенно, на средние величины работы сил трения скольжения для обеих масс.

#### Эксперимент Пг.

В этой группе ВЭ варьировалось 9 параметров (в каждом эксперименте  $\alpha_1 \neq \alpha_2$  и  $\alpha_7 \neq \alpha_8$ ). Параметры МПЭ:  $N_0 = 128$ ,  $J = 9$ ,  $M_j = 8$  и  $T = 16$ . Анализировались те же самые характеристики, что и в предыдущем эксперименте. В этом эксперименте были введены дополнительные статистические характеристики движения масс:  $\Phi_{13}(\bar{\alpha})$  - средняя накопленная величина модуля ударной скорости первой массы в единицу времени;  $\Phi_{14}(\bar{\alpha})$  - средняя накопленная величина ударной скорости второй массы  $\Phi_{15}(\bar{\alpha})$  и  $\Phi_{16}(\bar{\alpha})$  - средняя

величина работы силы трения при скольжении первой и второй массы по ограничителю, соответственно.

Таблица 6

Сводные статистические характеристики для десятой группы ВЭ

Характеристики	Номер критерия							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Среднее значение	5,234	0,499	0,988	5,042	0,521	0,973	0,186	0,600
Среднеквадратическое отклонение	3,364	0,445	0,928	3,026	0,390	0,955	0,305	0,753
Минимальное значение	0	0	0	0	0	0	0	0
Максимальное значение	14,8	2,074	4,078	15,1	2,681	4,148	1	2,852
Вариативность (изменчивость) выборки, %	64,3	89,1	93,0	60,0	75,0	98,0	164	126
Характеристики	Номер критерия							
	9	10	11	12	13	14	15	16
Среднее значение	0,797	0,222	0,620	0,776	1,232	1,224	0,223	0,210
Среднеквадратическое отклонение	0,995	0,321	0,774	0,863	0,978	0,976	0,546	0,417
Минимальное значение	0	0	0	0	0	0	0	0
Максимальное значение	4,239	1	2,661	3,418	4,115	4,164	4,795	2,484
Вариативность (изменчивость) выборки, %	125	145	125	111	79,4	80	245	198

Сводные статистические характеристики представлены в табл. 6. Сопоставление данных табл. 5 [10] и табл. 6 не выявляет особых отличий режимов по усредненным значениям характеристик движения масс. Данные дисперсионного анализа подтверждают симметричный характер влияния в среднем зазоров на характеристики движения:  $\alpha_1$  на  $\Phi_{13}(\bar{\alpha})$  и  $\Phi_{15}(\bar{\alpha})$  и  $\alpha_2$  на  $\Phi_{14}(\bar{\alpha})$  и  $\Phi_{16}(\bar{\alpha})$ . Результаты корреляционного анализа очевидным образом подчеркивают тесную корреляционную связь между  $\Phi_2(\bar{\alpha})$ ,  $\Phi_3(\bar{\alpha})$  и  $\Phi_{13}(\bar{\alpha})$  и между  $\Phi_5(\bar{\alpha})$ ,  $\Phi_6(\bar{\alpha})$  и  $\Phi_{14}(\bar{\alpha})$  для двух ударных пар ( $|r_{2,13}| = 0,57$ ,  $|r_{3,13}| = 0,952$  и соответственно  $t_{2,12}^3 = 8,547$  и  $t_{3,13}^3 = 115$  - для первой ударной пары и  $|r_{5,14}| = 0,504$ ,  $|r_{6,14}| = 0,956$  и соответственно  $t_{5,14}^3 = 7,644$  и  $t_{6,14}^3 = 125$  - для второй ударной пары).

В результате проведенного вычислительного эксперимента с исследуемой двухмассовой виброударной системой с двумя степенями свободы:

- в заданной исходной области изменения коэффициентов математической модели (для конструктивных параметров реальной системы) удается выделить подобласти, концентрирующие наилучшие решения по критерию качества движения масс, причем, для большинства критериев эти подобласти совпадают между собой;

- вывод из предыдущего пункта объясняется твердо установленными фактами наличия сильных линейных корреляционных связей между критериями (положительных и отрицательных); наличие таких связей позволяет существенно снизить размерность пространства критериев;



- установлен и статистически подтвержден факт о том, что в исследуемой математической модели наличие неравных зазоров в двух ударных парах при неравных амплитудах сил возмущения приводит к улучшению характеристик ударного режима, не меняя существенно значения характеристик режимов скольжения;

- в рамках рассматриваемой математической модели установлено, что минимальные значения динамических нагрузок при ограничении диапазонов варьирования анализируемых параметров (при выделении областей концентрации наилучших решений) достигаются в том случае, когда принимаются равными и величины зазоров в обеих парах, и амплитуды сил возбуждения.

### Список литературы

1. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Исследование виброударных систем методом ППП-поиска // Вестник научно-технического развития. – 2007. - № 2. - С.56-64.
2. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Анализ особенностей динамики двухмассовой виброударной системы в переходном и установившемся режимах // Вестник научно-технического развития. – 2009. - № 10(26). - С.33-41.
3. Фельдман М.С., Фирсов Г.И. Экспериментальные исследования динамики конструкций // Динамика конструкций гидроаэроупругих систем / Фролов К.В., Махутов Н.А., и др. - М.: Наука, 2002. - С. 313 - 355.
4. Жукаускас А.А., Улинскас Р.В., Катинас В.И. Гидродинамика и вибрации обтекаемых пучков труб. - Вильнюс: Мокслас, 1984. - 312 с.
5. Кобринский А.А., Кобринский А.Е. Двумерные виброударные системы. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981. – 336 с.
6. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Эвристические возможности ППП-поиска при проектировании динамических систем // Обзорение прикладной и промышленной математики. - 2008. - Т.15, вып. 3. - С.930-931.
7. Статников И.Н., Фирсов Г.И. О некоторых возможностях ППП-поиска в решении задач моделирования и исследования динамических систем машин // Южно-Сибирский научный вестник. – 2012. - № 1. - С.92-96.
8. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Решение задач проектирования динамических систем интеллектуальным методом ППП-поиска / // Вестник Московского финансово-юридического университета. - 2012. - № 1. - С.28-33.
9. Статников И.Н., Фирсов Г.И. О планировании вычислительных экспериментов в задачах динамики двухмассовой виброударной системы // Вестник научно-технического развития. – 2012. - № 6(58). - С.27-33.
10. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Вопросы статистического оценивания влияния параметров на динамику двухмассовой виброударной системы в переходном и установившемся режимах // Вестник научно-технического развития. – 2012. - № 11(63). - С.38-47.