

УДК 535.8

## О ПЕРСПЕКТИВНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ, ОСУЩЕСТВЛЯЕМЫХ ОПТИЧЕСКИМИ СРЕДСТВАМИ

© Алексей Иосифович Винокур<sup>1</sup>, Виталий Львович Крупенин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет печати имени Ивана Федорова», Москва, Россия

<sup>2</sup> Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, Москва, Россия

[alexvinokour@gmail.com](mailto:alexvinokour@gmail.com), [krupeninster@gmail.com](mailto:krupeninster@gmail.com)

**Аннотация.** Рассмотрен круг проблем, связанный с задачей представления изображения пространства в виде совокупности плоских псевдообъемных объектов. Даны способы их преобразований и моделирования для различных комбинированных планов. Используются методы геометрической оптики и функций рассеяния точки.

**Ключевые слова:** изображение, композиция, перспективные преобразования, планы, прямая перспектива, псевдообъемные планы, частотно-контрастные преобразования, функции рассеяния точки, дефокусировка.

## ON PROSPECTIVE TRANSFORMATIONS OF OPTICAL MEANS

© Alexey I. Vinokur<sup>1</sup>, Vitaly L. Krupenin<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Moscow State University of Printing Arts, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Federal Budget-Funded Research Institute for Machine Science named after A.A. Blagonravov of the Russian Academy of Sciences

**Annotation.** Considered a range of problems associated with the problem of representation of the image space as a set of Pseudo-planar objects. Given how they change and modeling for different combination of plans. Used methods of geometrical optics and the point spread function.

**Keywords:** image, composition, perspective transformations, plans, linear perspective, Pseudo plans, frequency conversion contrast, the point spread function, defocus.

### 1. Композиция в многоплановом изображении.

Характеризуя композицию каждого отдельного изображения, выделяют его пространственный строй, т. е. передачу впечатления о глубине пространства, и плоскостной строй, которым характеризуется размещение предметов, цветов и тонов в плоскостном изображении [1]. Соответственно, анализируя отдельные кинокадры, различают или отдельно рассматривают пространственный и плоскостной их строй.

Кинематографические изображения всегда представляют собой плоскостные отображения пространственно расположенных предметов и персонажей. Поэтому при анализе изобразительной композиции кинокадра используются те же понятия, которые применяются в живописи.

В широком понимании изобразительная композиция означает соединение, построение на плоскости в определенных рамках всех элементов изображаемого события или статического объекта с целью наиболее выразительного раскрытия темы через изображаемый сюжет. Конкретизируя понятие изобразительной композиции кинокадра, обычно имеют в виду упорядоченное размещение в рамках кадра лиц и предметов, а также их освещение, при котором наиболее отчетливо для зрителя выявляются сюжетно важные предметы и персонажи и их действия.

Кроме того, реалистично передается обстановка в индивидуальной манере, характерной для автора фильма и интересной для зрителя.

## 2. Перспективные преобразования в комбинированном кадре.

*Рассмотрим виды комбинированных планов и систему описания комбинированных планов в пространствах предметов и изображений.*

### 2.1 Плоские планы.

Под плоскими планами будем понимать планы, в которых визуальная (т.е. оцениваемая зрителем) глубина пространства значительно меньше, чем визуальное расстояние от съемочной камеры до плана. Например, декорация на заднем плане с нарисованным лесом, в котором просматриваются деревья и в глубине и на опушке (глубина плана около 50 м), а визуальное расстояние до этого составляет 500 м, является плоским планом. Рассмотрим геометрические преобразования плоского плана при переносе его из пространства объектов в пространство изображения (см. рис. 1). В пространстве объектов построена система координат  $XYZ$  с центром в точке  $F$  - переднего фокуса съемочного объектива. Объектив создает перевернутое изображение объектов съемки в пространстве изображений, где

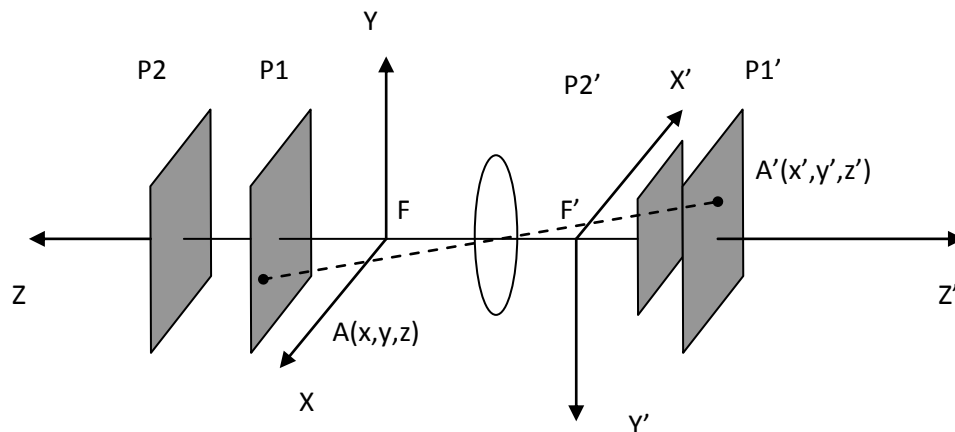


Рис.1

построена система координат  $X'Y'Z'$  с центром в точке  $F'$  – задним фокусом. Таким образом, точка  $A(x, y, z)$  из первого плана  $P1$  изображается в точке  $A'(x', y', z')$ . Исходя из законов геометрической оптики [6] получим следующие соотношения для координат изображения точки  $A'$ :

В плоских планах координата  $Z$  неизменна и равна расстоянию до плана в пространства предметов  $Rob$ , а координаты точек могут быть записаны в виде:

$$A(x, y, \text{Rob}) \Rightarrow A'\left(\frac{x \cdot f'}{\text{Rob}}, \frac{y \cdot f'}{\text{Rob}}, \frac{f'^2}{\text{Rob}}\right)$$

## 2.2 Псевдообъемные планы

Псевдообъемные планы – это планы, у которых визуальная глубина соизмерима с визуальным расстоянием до плана или превосходит его.

Примером такого плана может служить нарисованный пейзаж, объекты которого простираются от нескольких метров и до горизонта.

Так как псевдообъемные планы являются объемными лишь в восприятии зрителя, а на самом деле представляют собой те же плоские планы, где потеряна информация о объеме, то моделирование процесса съемки возможно лишь для некоторых типов таких планов.

## 2.3 Линейные псевдообъемные планы

Линейные псевдообъемные планы представляют собой тип планов, которые состоят из объектов небольшого размера, монотонно удаляющихся от зрителя к горизонту (например, луг, цветочная поляна).

В таких планах информация о удалении предметов в глубину плана может быть вычислена из координаты  $y'$ , т.е. высоты предмета в плане. Для пояснения рассмотрим фотографический процесс, посредством которого и был получен данный план (см. рис.2) – это съемка объективом с фокусным расстоянием  $f'$  пейзажа с определенной высоты  $h$  (например, с высоты человеческого роста).

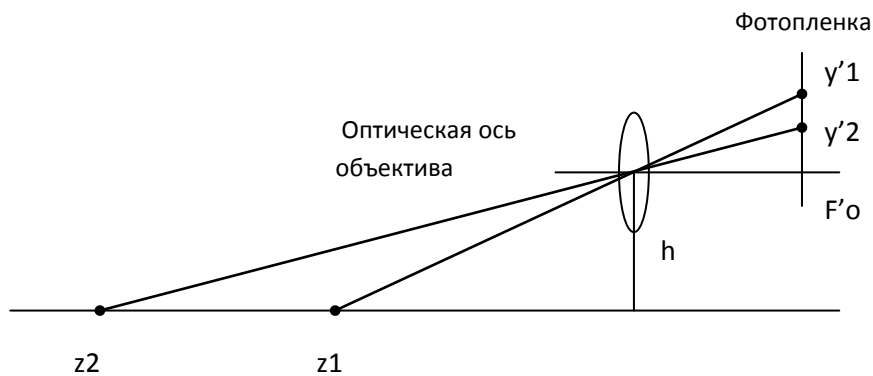


Рис.2

Очевидно, что высота  $y'$  изображения предмета в кадре определяется через его удаление  $z$  от объектива как:

$$y' = \frac{h \cdot f_o'}{z}$$

А расположение предметов в глубину плана можно выразить обратным образом:

$$z = \frac{h \cdot f_o'}{y'}$$

Если пространство предметов разбить на области  $\Delta z = z_2 - z_1$ , таким образом, чтобы визуальная глубина их была невелика, то такой псевдообъемный план может быть представлен как комбинация нескольких горизонтальных плоских планов, расположенных на расстояниях  $z_i = z_1 + \Delta z(i)$ . Высота же в изображении таких плоских планов  $\Delta y'_i$  будет равна:

$$\Delta y'_i = y'_2 - y'_1 = \frac{f_o' \cdot h}{z_2} - \frac{f_o' \cdot h}{z_1} = \frac{f_o' \cdot h \cdot z_1 - f_o' \cdot h \cdot z_2}{z_2 \cdot z_1} = \frac{f_o' \cdot h \cdot \Delta z}{z_i (z_i + \Delta z)}$$

#### 2.4 Центральное сходящиеся псевдообъемные планы

Это планы имеющие ярко выраженную перспективу, сходящуюся близ центра кадра и не содержащие длинных горизонтальных и вертикальных объектов (например, столбов, заборов, идущих от края до края). Примером такого плана может служить фотография улицы, удаляющейся к центру кадра.

При моделировании процесса съемки центрально сходящихся псевдообъемных планов будем использовать модель съемки параллелепипеда пространства, ось которого совпадает с осью объектива (рис. 3).

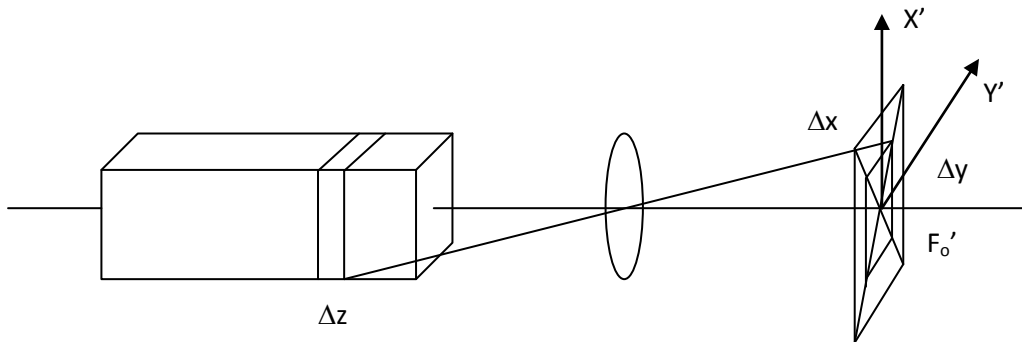


Рис.3

Размеры сторон  $A_{px}$  на  $A_{py}$  такого параллелепипеда выбрана таким образом, чтобы его изображение было величиной во весь кадр  $A_{kx}$  на  $A_{ky}$ :

$$A_{px} = \frac{z_o \cdot A_{kx}}{f_o'} \quad A_{py} = \frac{z_o \cdot A_{ky}}{f_o'}$$

Разбивая параллелепипед на равные  $\Delta z$  получим изображения этих областей величиной  $\Delta x'_i$  на  $\Delta y'_i$  соответственно:

$$\Delta x'_i = x'_2 - x'_1 = \frac{f'_o \cdot A_{px}}{2 \cdot z_2} - \frac{f'_o \cdot A_{px}}{2 \cdot z_1} = \frac{f'_o \cdot A_{px} \cdot z_1 - f'_o \cdot A_{px} \cdot z_2}{2 \cdot z_2 \cdot z_1} = \frac{f'_o \cdot A_{px} \cdot \Delta z}{2 \cdot z_i (z_i + \Delta z)}$$

$$\Delta y'_i = y'_2 - y'_1 = \frac{f'_o \cdot A_{py}}{2 \cdot z_2} - \frac{f'_o \cdot A_{py}}{2 \cdot z_1} = \frac{f'_o \cdot A_{py} \cdot z_1 - f'_o \cdot A_{py} \cdot z_2}{2 \cdot z_2 \cdot z_1} = \frac{f'_o \cdot A_{py} \cdot \Delta z}{2 \cdot z_i (z_i + \Delta z)}$$

### 3. Виды перспективных преобразований и моделирование их для различных комбинированных планов

#### 3.1 Прямая перспектива

Прямая перспектива – это привычное естественному человеческому восприятию уменьшение размеров предметов по мере удаления их от зрителя (начиная с нескольких метров и до бесконечности):

$$y'_i \sim 1/z_i$$

Прямую перспективу строит любая оптическая система будь то наш глаз или кинообъектив. Величина перспективы  $y'_i/y'_{i+1}$  зависит от удаления предметов от камеры  $z_i$ ,  $z_{i+1}$  и фокусного расстояния съёмочного объектива  $f'$ . Необходимо отметить, что само по себе фокусное расстояние объектива не изменяет величину перспективы, а изменяет лишь масштаб отображаемого пространства.

$$\frac{y'_i}{y'_{i+1}} = \frac{\frac{y_i \cdot f'}{z_i}}{\frac{y_{i+1} \cdot f'}{z_{i+1}}} = \frac{y_i \cdot z_{i+1}}{y_{i+1} \cdot z_i}$$

Как видно из формулы, величина перспективы не зависит от фокусного расстояния объектива. Для того, чтобы полноценно работать с величиной перспективы, вместе с применением объективов с различным фокусным расстоянием изменяют расстояние до объектов съёмки т. е. подходят ближе или отходят дальше от переднего плана. Для моделирования перспективных преобразований этот подход/отход также необходимо учитывать. Будем рассматривать самый распространенный случай, когда при смене объектива с фокусным расстоянием  $f'_o$  на объектив с фокусным расстоянием  $f'$  оператор

$$y' = \frac{y \cdot f'_o}{z_o}$$

$$y' = \frac{y \cdot f'}{z}$$

$$\frac{y \cdot f'}{z} = \frac{y \cdot f'_o}{z_o}$$

$$z = z_o \cdot \frac{f'}{f'_o}$$

должен так изменить расстояние от камеры до переднего плана с  $z_0$  на  $z$ , чтобы величина изображения объекта  $y'$  на переднем плане оставалась неизменной:

### 3.2 Прямая перспектива в плоских планах

Пусть имеются два плоских плана P1 и P2, расположенных на расстояниях  $z1_0$  и  $z2_0$  соответственно, полученных съемкой объективом с фокусными расстояниями  $f'_0$ . Чтобы изменить значение межплановой перспективы необходимо применить объектив с другим фокусным расстоянием  $f'$  и изменить расстояние до переднего плана P1 с целью сохранить его масштаб в комбинированном кадре неизменным. Расстояния до обоих планов изменяться на величину  $Dz$ :

$$z1 = z1_0 \cdot \frac{f'}{f'_0} \quad Dz = z1 - z1_0 = z1_0 \cdot \left(\frac{f'}{f'_0} - 1\right)$$

$$z1 = z1_0 + Dz$$

$$z2 = z2_0 + Dz$$

Тогда преобразование величины межплановой перспективы для каждого плана можно будет записать как:

$$A^1(x', y') \Rightarrow A'^1 \left( \frac{x' \cdot z1_0 \cdot f'}{f'_0 \cdot (z1_0 + Dz)}, \frac{y' \cdot z1_0 \cdot f'}{f'_0 \cdot (z1_0 + Dz)} \right)$$

$$A^2(x', y') \Rightarrow A'^2 \left( \frac{x' \cdot z2_0 \cdot f'}{f'_0 \cdot (z2_0 + Dz)}, \frac{y' \cdot z2_0 \cdot f'}{f'_0 \cdot (z2_0 + Dz)} \right)$$

### 3.3 Прямая перспектива в псевдообъемных планах

В псевдообъемных планах при смене объектива для сохранения масштаба также необходимо изменить расстояние от камеры до самой ближней точки с  $z1_0$  на  $z1$ :

Тогда прямое перспективное преобразование можно записать как:

$$z1 = z1_0 \cdot \frac{f'}{f'_0} \quad Dz = z1 - z1_0 = z1_0 \cdot \left(\frac{f'}{f'_0} - 1\right)$$

$$z_{i_0} = z1_0 + \Delta z \quad z_i = z1 + \Delta z = (z1_0 + Dz) + \Delta z$$

$$\Delta y'' = \Delta y' \cdot \frac{z_{io}(z_{io} + \Delta z)}{f'_o \cdot h \cdot \Delta z} \cdot \frac{f' \cdot h \cdot \Delta z}{z_i(z_i + \Delta z)}$$

$$\Delta y'' = \Delta y' \cdot \frac{z_{io}(z_{io} + \Delta z) \cdot f'}{((z_{l_o} + Dz) + \Delta z) \cdot ((z_{l_o} + Dz) + 2 \cdot \Delta z) \cdot f'_o}$$

Для линейных псевдообъемных планов:  
 для центрально сходящихся псевдообъемных планов:

$$\Delta x'' = \Delta x' \cdot \frac{z_{io}(z_{io} + \Delta z) \cdot f'}{((z_{l_o} + Dz) + \Delta z) \cdot ((z_{l_o} + Dz) + 2 \cdot \Delta z) \cdot f'_o}$$

$$\Delta y'' = \Delta y' \cdot \frac{z_{io}(z_{io} + \Delta z) \cdot f'}{((z_{l_o} + Dz) + \Delta z) \cdot ((z_{l_o} + Dz) + 2 \cdot \Delta z) \cdot f'_o}$$

### 3.4 Обратная перспектива

Обратная перспектива – явление, выражающееся в увеличении размеров объектов по мере их удаления от зрителя:

$$y' \sim z$$

В обратной перспективе, мы, благодаря особенностям нашего мозга, воспринимаем предметы находящиеся на близком (десятки сантиметров) расстоянии [2]. Теоретически обратную перспективу может строить и фотообъектив, если предмет расположен ближе переднего фокуса объектива. При этом получается мнимое увеличенное изображение рис.4.

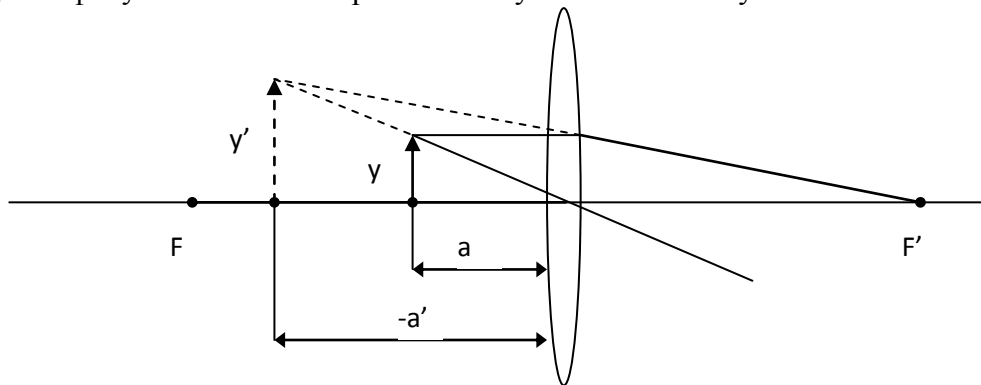


Рис. 4

Используя известные в оптике формулы [1], найдем выражение для увеличения в такой системе:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'} \quad \frac{y'}{a'+f'} = \frac{y}{f'}$$

$$a' = \frac{f' \cdot a}{f' - a}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{a'+f'}{f'} = \frac{\frac{f' \cdot a}{f' - a} + f'}{f'} = 1 + \frac{a}{f' - a}$$

Как видно из выражения, чем дальше отстоит предмет от объектива (при  $0 < a < f'$ ), тем больше увеличение. Таким образом, при расположении предметов между объективом и передним фокусом, они изображаются в обратной перспективе. Пользуясь полученными формулами, построим обратное перспективное преобразование для планов комбинированного кадра. Так как псевдообъемные планы содержат объекты, имеющие большую протяженность в глубину плана и не удовлетворяющие условию  $0 < a < f'$ , то обратное перспективное преобразование будем строить только для плоских планов.

Пусть имеются два плоских плана P1 и P2, расположенных на расстояниях  $z1_0$  и  $z2_0$  соответственно, полученных съемкой объективом с фокусными расстояниями  $f'_0$  (напомним, что «z» – это расстояние от объекта до переднего фокуса объектива, а «a» - расстояние от объекта до передней главной плоскости объектива; обычно  $z \gg f'$ , и различия между z и a ничтожно малы, но в данном случае этими различиями пренебрегать нельзя). Построим обратное перспективное преобразование таким образом, чтобы масштаб переднего плана P1 остался неизменным. Для этого нужно расположить план P1 на определенном расстоянии  $a1$  от объектива обратной перспективы с фокусным расстоянием  $f'$ . Найдем расстояние  $a1$ :

$$y'1 = \frac{y1 \cdot f'_0}{z1_0} \quad y'1 = y1 \left( 1 + \frac{a1}{f' - a1} \right)$$

$$\frac{y1 \cdot f'_0}{z1_0} = y1 \left( 1 + \frac{a1}{f' - a1} \right)$$

$$a1 = f' \left( 1 - \frac{z1_0}{f'_0} \right)$$

$$a2 = a1 + (z2_0 - z1_0)$$

Тогда обратное межплановое перспективное преобразование можно записать как:



$$A^1(x', y') \Rightarrow A'^1 \left( \frac{x' \cdot z1_0}{f'_0} \cdot \left(1 + \frac{a1}{f'_0 - a1}\right), \frac{y' \cdot z1_0}{f'_0} \cdot \left(1 + \frac{a1}{f'_0 - a1}\right) \right)$$

$$A^2(x', y') \Rightarrow A'^2 \left( \frac{x' \cdot z2_0}{f'_0} \cdot \left(1 + \frac{a2}{f'_0 - a2}\right), \frac{y' \cdot z2_0}{f'_0} \cdot \left(1 + \frac{a2}{f'_0 - a2}\right) \right)$$

### 3.5. Произвольная перспектива

При моделировании перспективных преобразований можно задавать не только физически реализуемый, но и любой другой закон изменения перспективы:

$$y' = F(z)$$

Это позволяет расширить круг художественных композиционных приемов и дает возможность оператору строить собственные перспективные решения. Например, можно задать закон изменения перспективы, характерный человеческому восприятию, когда самые ближние предметы изображаются в обратной перспективе, чуть более удаленные – без перспективы, а наиболее удаленные в обратной перспективе [1].

Для эмпирического описания произвольной перспективы удобно пользоваться функцией  $\beta(z)$  – функцией увеличения системы:

Например, для задания закона естественной перспективы, описанной в [1], можно построить следующий график:

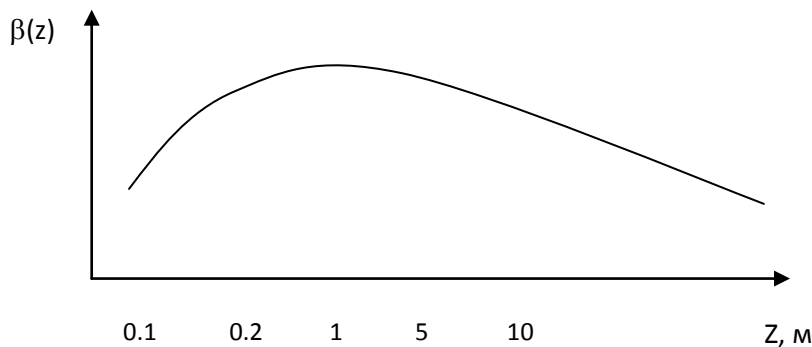


Рис.5

## 4. Частотно-контрастные преобразования в комбинированном кадре.

В процессе получения планов комбинированного кадра исходные изображения кроме преобразований перспективы испытывают и частотно-контрастные преобразования. Свой

вклад в эти преобразования вносит и съёмочный объектив, и пленка, и атмосферные явления. Кроме того, каждая стадия последующей обработки изображений тоже может вносить свои частотные изменения. Учет частотно-контрастных преобразований при производстве комбинированных кадров – необходимое условие для достижения визуальной достоверности конечного изображения.

#### 4.1 Передаточная функция съёмочного объектива

Съёмочный объектив вносит наиболее сильные частотно-контрастные изменения в изображение. Моделирование этих изменений можно проводить при помощи функции Грина [3] или функции рассеяния точки (ФРТ) объектива  $H_L(x',y')$  [1]. Вклад съёмочного объектива в частотно-контрастную характеристику изображения плана  $P1$  вычисляют при помощи операции свертки:

$$P1' = P1 \otimes H_L$$

Кроме функции рассеяния точки пользуются еще и оптической передаточной функцией (ОПФ) объектива  $\Psi_L(v_x, v_y)$ . Она вычисляется как прямое преобразование Фурье от ФРТ:

$$\Psi_L(v_x, v_y) = FT \{H_L(x', y')\}$$

Аргумент ОПФ представляет собой частотно-контрастную характеристику (ЧКХ). ЧКХ реального объектива может быть получена непосредственным измерением, а ФРТ удобно пользоваться при моделировании художественных приемов, нереализуемых или трудно реализуемых оптикой.

Примером может служить моделирование специальной «мягко рисующей» оптики, которая отличается высокой стоимостью. Рассмотрим 3 вида ФРТ: «резкого», «нерезкого» и «мягко рисующего» объектива (под «резким» понимается объектив с высокой степенью исправления aberrаций и качеством изображения):

Проводя частотно-контрастное преобразование «мягко рисующей» оптики для плана, снятого «резким» объективом можно моделировать процесс съемки этого плана «мягко рисующим» объективом.

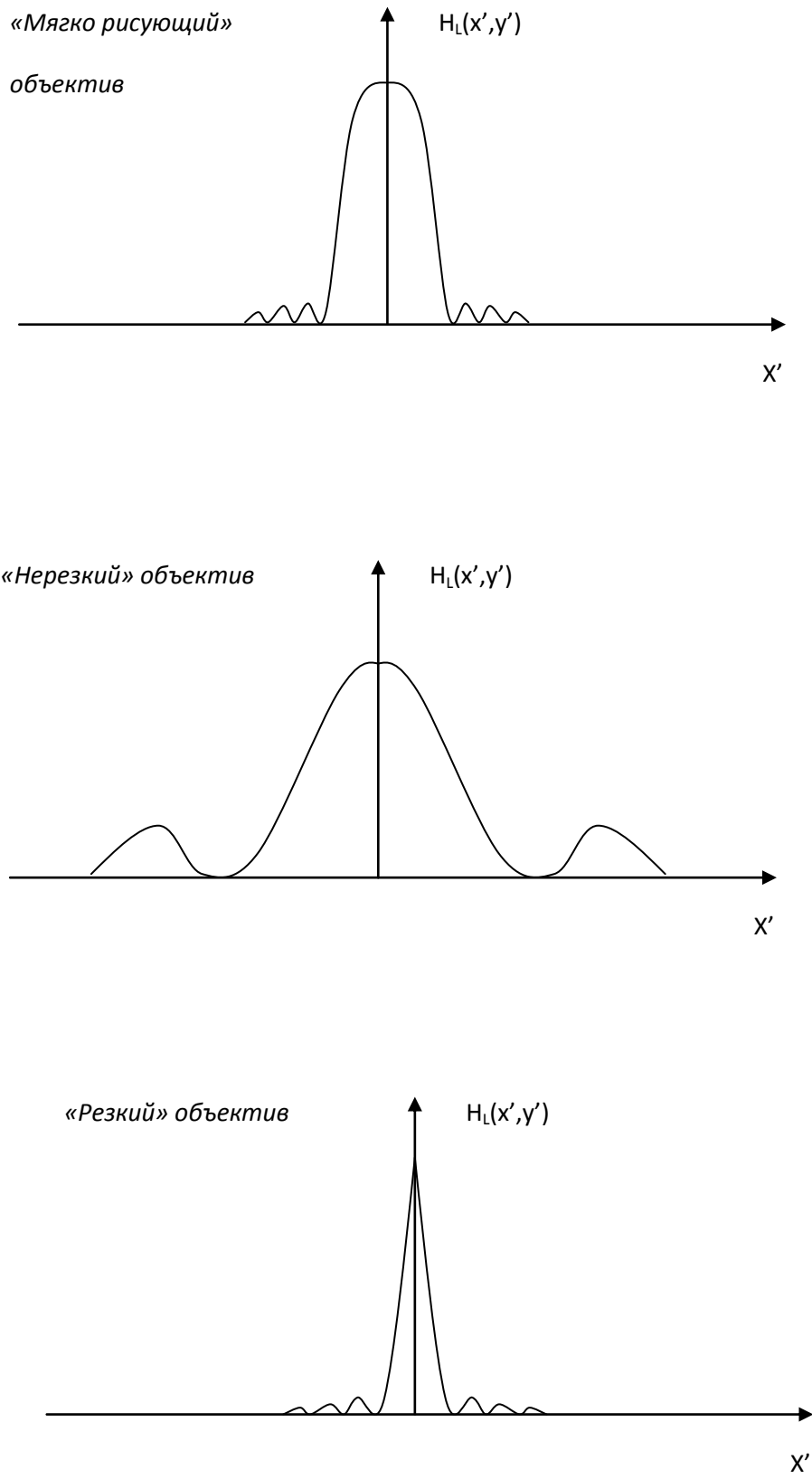


Рис. 6

#### 4.2 Влияние дефокусировки на ОПФ объектива.

В процессе съемки оператор наводит резкость на определенный план т.е. совмещает плоскость изображения этого плана с плоскостью фотопленки. Изображения плоскостей других планов отстоят от фотопленки на различных расстояниях, что выражается в размытии этих планов в комбинированном кадре. Для таких планов объектив является дефокусированным. ОПФ дифракционно ограниченного объектива для каждого дефокусированного плана в зависимости от величины дефокусировки  $\Delta L$  имеет вид [ ]:

$$\Psi_{Ldf}(v_x, v_y) = \frac{J_1 \left\{ \frac{2\pi \cdot f' \cdot \Delta L \cdot \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)}}{k \cdot z'} \right\}}{\frac{\pi \cdot f' \cdot \Delta L \cdot \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)}}{k \cdot z'}}$$

$$z' = \frac{z \cdot f'}{z + f'} \quad z'_r = \frac{z_r \cdot f'}{z_r + f'} \quad \Delta L = z'_r - z'$$

где:  $J_1$  - функция Бесселя 1-го рода,  $f'$  – фокусное расстояние объектива,  $k$  – показатель относительного отверстия объектива,  $z$  – расстояние до плана,  $z_r$  – расстояние до плоскости наводки на резкость,  $\Delta L$  – расстояние от изображения плана до фотопленки,  $v_x, v_y$  – пространственные частоты по осям  $OX'$  и  $OY'$

#### 4.3 Моделирование дефокусировки для плоских планов

Пусть имеются 2 плоских плана  $P1$  и  $P2$ , расположенных на расстояниях  $z1$  и  $z2$ . Рассмотрим случай, когда объектив сфокусирован на передний план  $P1$ . В этом случае плоскость наводки на резкость  $z_r$  совпадает с плоскостью плана  $P1$ :

$$z_r = z1 \quad z = z1 \quad \Delta L = 0 \quad \Psi_{1Ldf}(v_x, v_y) = 1$$

Для определения размытия изображения заднего плана  $P2$  найдем ОПФ дефокусированного объектива для этого плана:

$$z_r = z1 \quad z = z2$$

$$z' = \frac{z \cdot f'}{z + f'} \quad z'_r = \frac{z_r \cdot f'}{z_r + f'} \quad \Delta L = z'_r - z'$$

$$\Psi_{2_{Ldf}}(v_x, v_y) = \frac{J_1 \left\{ \frac{2\pi \cdot f' \cdot \Delta L \cdot \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)}}{k \cdot z'} \right\}}{\frac{\pi \cdot f' \cdot \Delta L \cdot \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)}}{k \cdot z'}}$$

Производя обратное преобразование Фурье получим ФРТ для этого плана:

$$H_{2_{Ldf}}(x', y') = FT^{-1}\{\Psi_{2_{Ldf}}(v_x, v_y)\}$$

При помощи операции свертки выполним частотно-контрастное преобразование изображения:

$$P2'' = P2' \otimes H_{2_{Ldf}}$$

#### 4.4. Моделирование дефокусировки для псевдообъемных планов

Так как псевдообъемные планы представляют собой комбинацию множества плоских планов  $\Delta P_i$ , расположенных на расстояниях  $z_i = z1 + i \Delta z$ , то для каждой элементарной области изображения псевдообъемного плана  $\Delta P'_i(\Delta x'_i, \Delta y'_i)$  необходимо произвести частотно-контрастное преобразование:

$$\Delta P''_i = \Delta P'_i \otimes H_{i_{Ldf}}$$

$$H_{i_{Ldf}}(x', y') = FT^{-1}\{\Psi_{i_{Ldf}}(v_x, v_y)\}$$

ОПФ псевдообъемных планов находится по аналогии с ОПФ плоских планов:

$$z'_i = \frac{z_i \cdot f'}{z_i + f'} \quad z'_r = \frac{z_r \cdot f'}{z_r + f'} \quad \Delta L_i = z'_r - z'_i$$

$$\Psi_{iLdf}(v_x, v_y) = \frac{J_1 \left\{ \frac{2\pi \cdot f' \cdot \Delta L_i \cdot \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)}}{k \cdot z'_i} \right\}}{\frac{\pi \cdot f' \cdot \Delta L_i \cdot \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)}}{k \cdot z'_i}}$$

### Список литературы

1. Артющин Л.Ф., Барский И.Д., Винокур А.И. / Под общей редакцией Л.Ф. Артющина, *Справочник кинооператора*, М.: «Галактика-Л», 1999. – 256 с.
2. Заказнов Н.П., Кирюшин С.И., Кузичев В.И. Теория оптических систем. – М.: Машиностроение. 1992. - 448 с.
3. Babitsky V.I., Krupenin V.L. *Vibration of Strongly Nonlinear Discontinuous Systems*.- Berlin. Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2001. –404 p.p.