

УДК 534.1

О КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ РЕЗАНИЕМ (ЧАСТЬ 1)

© Георгий Константинович Корендясев

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

korenduba@gmail.com

Аннотация. В статье подробно описываются методики конечноэлементного моделирования процесса обработки металлов резанием. Методики раскрываются на примере прямоугольного свободного резания и могут быть распространены на подавляющее большинство известных способов металлообработки (точение, протягивание, частные случаи фрезерования, сверления, развертывания и многие другие). Приводятся основные известные математические модели процессов деформирования, разрушения, трения и теплопроводности, используемые при КЭ - моделировании процесса резания.

Ключевые слова. Прямоугольное свободное резание металлов, конечноэлементное моделирование, математическая модель, пластическая деформация, разрушение, термомеханическая модель, автоколебания.

ON THE FINITE-ELEMENT MODELING OF THE PROCESS OF METAL CUTTING.

© G.K. Korendyasev

Blagonravov Mechanical Engineering Research Institute of RAS, Moscow, Russia

Abstract. The article describes in detail the methods in finite element simulation of metal cutting. Methods are described by the example of the rectangular free-cutting and can be extended to the vast majority of known methods metalworking (turning, broaching, milling, drilling and many others). Describes the main known mathematical model of the processes of deformation, fracture, friction and thermal conductivity used in the FE – simulation.

Keywords. rectangular free cutting of metals, finite-element modeling, mathematical model, plastic deformation, fracture, thermomechanical model, chatter.

1. По мере появления новых инструментальных и обрабатываемых материалов, повышения производительности и точностных требований к металлообработке при разработке металлорежущих станков и инструмента все чаще применяется имитационное моделирование.

Среди разнообразных инструментов имитационного моделирования важное место занимает метод конечных элементов [1,2]. Данный метод находит широкое применение благодаря своей универсальности, наглядности и информативности. Применительно к моделированию процесса резания, МКЭ позволяет решить самые разные задачи. Среди этих задач следует назвать задачи моделирования процесса пластической деформации, изучения динамики процесса резания, оценки напряжений в режущем инструменте и заготовке, прогнозирования остаточных напряжений в обработанной поверхности и многие другие.

Наиболее изученным видом резания является прямоугольное свободное резание с образованием непрерывной сливной стружки [3,4,5,6,7]. Математические зависимости, полученные для процесса прямоугольного свободного резания, могут быть распространены на подавляющее большинство известных способов металлообработки (точение, протягивание, частные случаи фрезерования, сверления, развертывания и многие другие).

Моделирование резания металлов является непростой задачей. Трудности при моделировании, прежде всего, связаны с чрезвычайной сложностью физических процессов, сопровождающих лезвийную обработку, а именно трения, пластического течения, разрушения металла в условиях, обычно не встречающихся при испытании материалов. Моделированию процесса резания, как такового, посвящено множество серьезных работ [8, 9, 10].

2. В настоящее время известно несколько подходов к описанию движения деформируемой сплошной среды. К ним относятся подходы Лагранжа (Lagrangian formulation), Эйлера (Eulerian formulation) и объединенный подход Лагранжа-Эйлера (Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) formulation) [11].

В подходе Лагранжа материальные частицы жестко связаны с узлами сетки. С материальными частицами связаны неизвестные, которые ищутся в процессе решения. Неизвестными, прежде всего, являются перемещения и скорости материальных частиц, напряжения и деформации в них.

В процессе резания в заготовке возникают относительные смещения, величина которых превышает размеры конечных элементов. Поэтому, если из решения не исключить эти чрезмерно деформируемые элементы, то поведение материала описывается неадекватно. Использование функции удаления чрезмерно деформированных элементов с сетки (*element deletion*), применение адаптивных сеток позволяют осуществить численное моделирование процесса деформации с начала зарождения вплоть до полного отделения стружки. Применение подхода Лагранжа для решения задач моделирования резания требует обязательного применения критериев стружкоотделения.

Существует значительное количество численных алгоритмов стружкоотделения. Данные алгоритмы могут быть разделены на две основные категории. Первая группа – это алгоритмы, основанные на геометрических предположениях. Суть данных алгоритмов заключается в следующем. На заготовке создается разделяющая линия, расположенная вдоль предполагаемой траектории кончика лезвийного инструмента. Стружкоотделение начинается в тот момент, когда узел, находящийся на кончике инструмента приближается к узлу E, лежащему на разделяющей линии на величину D_c равную заданной (рис.1).

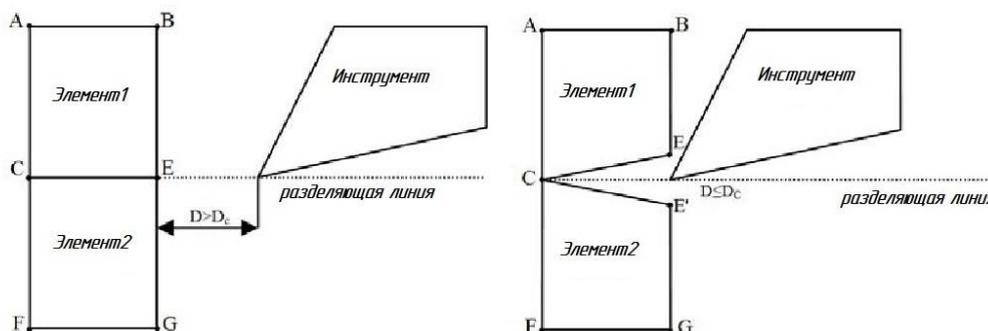


Рис.1. Геометрический критерий стружкоотделения.

В силу того, что величина D_c выбирается исключительно из геометрических соображений, данный тип алгоритма не может отражать реальной физики процесса стружкоотделения. Этот алгоритм использовался в основном в ранних работах по КЭ - моделированию процесса резания [12].

Вторая группа – это алгоритмы, основанные на физических критериях разрушения материала заготовки. В качестве этих критериев могут выступать критические значения напряжений, деформаций, а также энергии деформации. Как правило, эти значения можно

почерпнуть из результатов натурных испытаний материалов. Данные алгоритмы достаточно достоверно описывают физические процессы, происходящие в зоне образования стружки.

Подход Эйлера наиболее удобен для решения проблем, связанных со сверхпластичностью или с движением газовых или жидкостных сред.

При использовании подхода Эйлера материальные частицы не связаны с узлами сетки, что позволяет материалу течь сквозь сетку. Неизвестными, которыми, прежде всего, являются скорости движения среды, напряжения и деформации, связаны с узлами сетки.

Это позволяет использовать более редкие сетки, что значительно сокращает время решения задачи. Процесс резания моделируется как стационарный. Подход Эйлера не требует применения критерия стружкоотделения – резание моделируется как процесс пластической деформации, а, следовательно, напряженно-деформированное состояние в зоне резания описывается некорректно.

К недостаткам подхода Эйлера относится необходимость определения границ и формы первичной стружки. Толщина стружки, а также площадка ее контакта с инструментом остаются постоянными в ходе моделирования. Подход Эйлера неприменим для моделирования нестационарного процесса резания, каким является, например, резание в условиях автоколебаний.

Расхождение подходов Лагранжа и Эйлера заключается в том, что в первом случае наблюдают за каждой индивидуальной частью сплошной среды, которая движется, а во втором – за каждой точкой пространства, в котором движется сплошная среда. С точки зрения конечноэлементной формулировки задачи, расхождения подходов Лагранжа и Эйлера, хорошо заметно в поведении узлов сетки. Если сетка является сеткой Эйлера, то координаты ее узлов фиксированы, то есть узлы совпадают с точками пространства. Если сетка является сеткой Лагранжа, то узлы двигаются вместе с частями среды, которая деформируется (рис.2.).

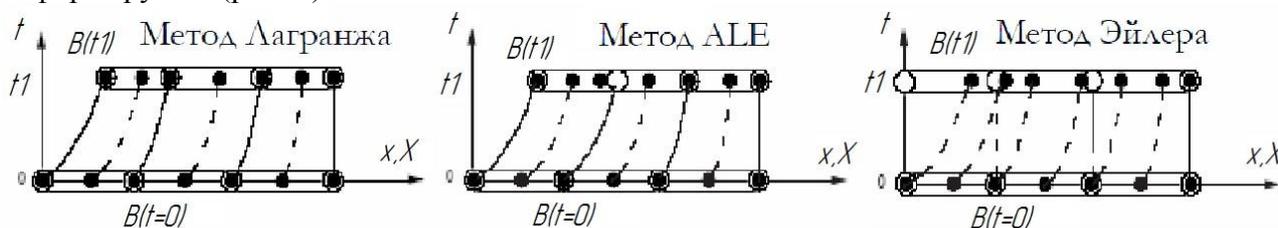


Рис.2. Подходы к моделированию систем, подвергающихся значительным пластическим деформациям.

В сетке Эйлера материальные точки проникают сквозь границы элемента. В сетке Лагранжа узловые траектории совпадают с материальными траекториями точек среды и обмена материалом между элементами не происходит.

Подход Лагранжа-Эйлера, в иностранной литературе, он называется *Arbitrary Lagrangian-Eulerian Formulation (ALE)*, сочетает в себе черты обоих рассмотренных подходов. Основная идея этого подхода заключается в задании перемещения узлов так, чтобы соединить преимущества конечноэлементных сеток Лагранжа и Эйлера. При этом перемещение узлов сетки может быть запрограммировано произвольно и в общем случае не связано с перемещением среды. На рис. 3 показаны граничные условия модели, при использовании подхода Лагранжа-Эйлера: узлы на границах перемещаются таким образом, чтобы остаться на этих границах, а внутренние узлы перемещаются так, чтобы уменьшить искажение конечноэлементной сетки в зоне интенсивных деформаций.

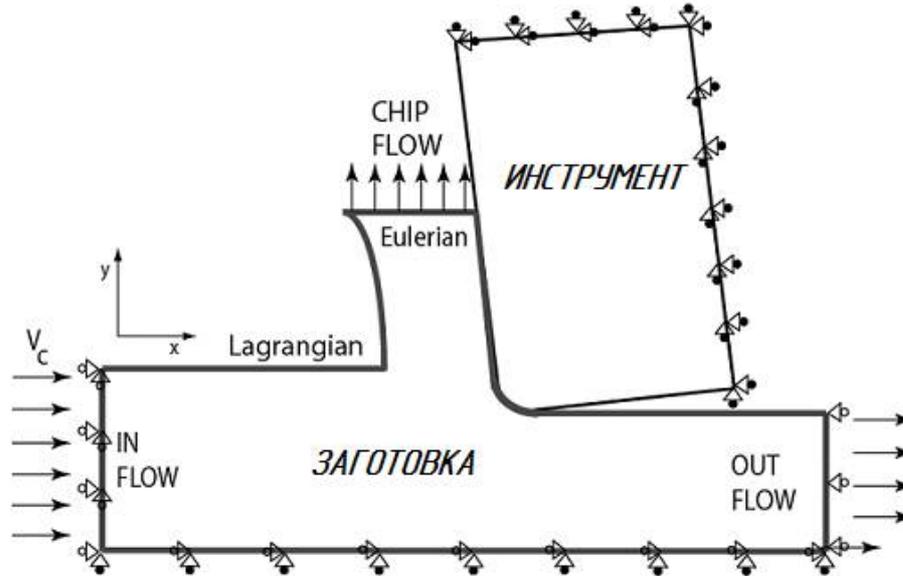


Рис.3. Подход Лагранжа-Эйлера.

3. В существующих конечноэлементных приложениях реализуются два метода интегрирования уравнений динамики: явный и неявный.

Неявные (*Implicit*) методы используют для расчета схему Ньюмарка.

Расчет сводится к серии решений квазистатических задач с нагрузками, зависящими от времени. Временной шаг при этом может быть достаточно большим, поскольку на каждом шаге выполняется решение системы уравнений и проводятся уравнивающие итерации, связанные с матричными операциями. При линейной матрице жесткости интегрирование является безусловно устойчивым. Для высокоскоростных процессов (протекающих обычно несколько миллисекунд) и при очень больших деформациях, для того, чтобы отследить изменение нагрузки и поведение системы приходится делать шаги весьма малыми. Инерционные нагрузки в этом случае велики и определяются ускорениями системы. Для более точного их расчета эффективно будет вводить ускорения (и скорости) в число узловых степеней свободы и вычислять их напрямую, а не дважды дифференцируя перемещения. Критерии сходимости, установленные по умолчанию, настроены на квазистатические задачи, поэтому их подбор весьма трудоемок (а порой невозможен). Таким образом, при малом шаге решение задач высокоскоростного деформирования может потребовать значительных затрат компьютерных ресурсов.

Явными (*Explicit*) методами называют методы решения уравнения динамики, не связанные с решением систем уравнений, но использующие рекуррентные соотношения, которые выражают перемещения, скорости и ускорения на данном шаге через их значения на предшествующих шагах. В случае использования диагональной матрицы масс (вместо стандартной — согласованной разреженной) удастся ее обратить, упростив тем самым расчет и многократно уменьшив время одной итерации (посредством замены триангуляции матриц с решениями при переменных уравнивающих нагрузках на матричные умножения). Такая методика предполагает малые шаги и достаточно мелкую разбивку, чтобы правильно описать диагональной матрицей распределение масс. С другой стороны, малый шаг позволяет отследить все изменения в характеристиках системы и в ее поведении. Все нелинейности (включая контакт) учитываются в векторе внутренних сил. Основное время занимает не формирование и обращение матриц, а вычисление этого вектора. Из-за очень малого размера шага (на практике 10^{-7} - 10^{-8} с) явные методы обычно применяются только для расчета кратковременных нестационарных процессов.

Для моделирования динамических процессов при обработке металлов резанием используются явные (*Explicit*) методы интегрирования уравнений динамики.

4. При математическом моделировании процесса резания используются следующие фундаментальные физические соотношения.

1. Закон сохранения массы;
2. Закон сохранения энергии;
3. Закон сохранения импульса;
4. Уравнения равновесия;
5. Закон теплопроводности Фурье;
6. Уравнения, связывающие напряжения и деформации тела.

Расчет напряженно-деформированного состояния.

Закон сохранения массы выражается следующим уравнением

$$\rho J = \rho_0, \tag{1}$$

где $J = \det\left(\frac{\partial x_i}{\partial X_i}\right)$ – якобиан, численно равный отношению изменению объема в

данный момент времени.

ρ, ρ_0 – текущая и исходная плотности материала.

Закон сохранения энергии при отсутствии теплопроводности и тепловых источников может быть записан в виде уравнения

$$\rho_0 \dot{W}^{6H} = \dot{\epsilon} \sigma, \tag{2}$$

где \dot{W}^{6H} – удельная мощность деформации, σ – напряжение, $\dot{\epsilon}$ – скорость деформации

Это уравнение при расчете изотермических и адиабатических процессов используется лишь для определения энергетического баланса системы в целом.

Закон сохранения количества движения (уравнение движения) можно записать в виде

$$\rho \ddot{u}_i = \rho f_i + \sigma_{ij,j}, \tag{3}$$

где f_i – сила, отнесенная к единице массы; $\sigma_{ij,j}$ – компоненты тензора напряжений

Коши σ_{ij}

Из условия равновесия следует:

$$f = f_{load} + f_{contact} - I, \tag{4}$$

где f_{load} – приведенные объемные и внешние силы, которые действуют на тело; $f_{contact}$ – приведенные к узлам КЭ сетки силы на контактной границе тела; I – внутренние силы.

Граничные условия математически выражаются:

в силах на границе тела $\sigma_{ij} \cdot n_i = P(\tau)$;

в перемещениях на границе тела $u = U$;

в силах на контактной границе $(\sigma^+ - \sigma^-)n = 0$ при $u^+ = u^-$, где σ^+ – растягивающие напряжения, σ^- – сжимающие.

На основании данных фундаментальных уравнений, численное вычисление перемещений узлов твердого тела может быть выполнено с помощью процедуры явного интегрирования уравнения движения по времени на основе метода конечных элементов.

Сформулируем начальные условия для всех узлов моделируемого тела:

$$\dot{u}|_{\tau=0} = 0, \dot{u}|_{\tau=0} = 0, u|_{\tau=0} = 0, f_{load}|_{\tau=0} = 0, f_{contact}|_{\tau=0} = 0, I|_{\tau=0} = 0, \epsilon_{ij}^p|_{\tau=0} = 0, \tag{5}$$

где u – перемещение узлов.

Найдем перемещение узлов тела через бесконечно малый промежуток времени $\Delta\tau$. Для этого зададим кинематические граничные условия и нагрузки, определенные по условиям задачи в данный момент времени:

$$\ddot{u}|_{\tau=0} = \ddot{U}(\tau), \dot{u}|_{\tau=0} = \dot{U}(\tau), u|_{\tau=0} = U(\tau), f_{load}|_{\tau=0} = P(\tau). \tag{6}$$

Вычислим вектор ускорений в узлах тела:

$$\ddot{u}_i|_{\tau} = (M_{ij}^{-1})(f_{load_i}|_{\tau} + f_{contact_i}|_{\tau} - I_i|_{\tau}), \quad (7)$$

где M_{ij} – матрица масс.

Дальше вычисляем вектор скоростей в узлах, выполняя интегрирование методом конечных разностей:

$$\dot{u}_i|_{\tau+\frac{\Delta\tau}{2}} = \dot{u}_i|_{\tau-\frac{\Delta\tau}{2}} + \Delta\tau\ddot{u}_i|_{\tau}. \quad (8)$$

Далее аналогично, вычисляем вектор перемещений узлов:

$$u|_{\tau+\Delta\tau} = u|_{\tau} + \Delta\tau\dot{u}|_{\tau+\frac{\Delta\tau}{2}}, \quad (9)$$

Перемещения узлов вызывают реакцию в виде внутренних сил I . Для их определения вычислим тензор скоростей деформаций

$$\dot{\varepsilon}_{ij}|_{\tau+\frac{\Delta\tau}{2}} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\dot{u}_i}{dx_j} + \frac{d\dot{u}_j}{dx_i} \right) \Big|_{\tau+\frac{\Delta\tau}{2}}. \quad (10)$$

Выполняем декомпозицию

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p, \quad (11)$$

где $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$ - тензор скоростей упругих деформаций; $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ - тензор скоростей пластических деформаций. Тогда приращение любой составляющей деформации:

$$d\varepsilon_{ij}|_{\tau+\Delta\tau} = \Delta\tau\dot{\varepsilon}_{ij}|_{\tau+\frac{\Delta\tau}{2}}. \quad (12)$$

Суммарная величина деформации составит:

$$\varepsilon_{ij}|_{\tau+\Delta\tau} = \varepsilon_{ij}|_{\tau} + d\varepsilon_{ij}|_{\tau+\Delta\tau} \quad (13)$$

Температура в зоне резания может быть рассчитана по следующей формуле:

$$T|_{\tau+\Delta\tau} = T|_{\tau} + \eta \frac{\sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}^p}{\rho C_v} \Big|_{\tau} \Delta\tau, \quad (14)$$

где η - механический эквивалент теплоты, C_v - теплоемкость.

Применяя реологическую модель материала деформированного тела Джонсона-Кука, вычисляем напряжение в точках интегрирования конечного элемента

$$\sigma_{ij}|_{\tau+\Delta\tau} = \sigma(\sigma_{ij}|_{\tau}, \varepsilon_{ij}|_{\tau+\Delta\tau}, \dot{\varepsilon}_{ij}|_{\tau+\Delta\tau}, T|_{\tau}) \quad (15)$$

и осуществляем сложение внутренних сил в узлах $I|_{\tau+\Delta\tau} = I(\sigma_{ij}|_{\tau+\Delta\tau})$.

Дальше проверяется выполнение критерия разрушения в каждом КЭ заготовки. В случае удовлетворения критерия происходит удаление элемента из модели.

Решение контактной задачи и определение нормальных сил на контактной поверхности $f_{contact}$ выполняется в несколько этапов с использованием выбранной модели трения. Вычисляются нормальные силы на поверхности контакта $f_{contact}^n$. Потом с помощью принятой модели трения вычисляются контактные напряжения τ_n и σ_n :

$$\sigma_n = f_{\sigma}(f_{contact}^n), \quad (16)$$

$$\tau_n = f_{\max}(\sigma_n, \sigma_s), \quad (17)$$

где σ_s – напряжение пластического течения обрабатываемого материала в прирезцовом слое стружки.

На последнем этапе определяются касательные силы на поверхности контакта $f_{contact}^{\tau} = f(\tau_n)$. Возможность течения материала на прирезцовой поверхности стружки определяется в соответствии с уравнением равновесия на контактной границе:

$$V_k = \begin{cases} 0, \text{если } (f_{\text{contact}}^\tau|_\tau - I|_\tau) = 0 \\ V_k > 0, \text{если } (f_{\text{contact}}^\tau|_\tau - I|_\tau) > 0 \end{cases} \quad (18)$$

Дальше текущее время τ увеличивается на шаг интегрирования $\Delta\tau$ и вычисления повторяются.

Максимальный шаг интегрирования выражается формулой

$$\Delta\tau_{\text{max.}} = L/c, \quad (19)$$

где L – характерный размер КЭ, $c = \sqrt{E/\rho}$ – скорость продольной волны в материале изделия.

Характерный размер КЭ вычисляется для двумерной и трехмерной задачи соответственно по формулам:

$$L = \frac{A}{\max(a_1, a_2, a_3, a_4)} \text{ и}$$

$$L = \frac{A}{\max(D_1, D_2)},$$

где a_i – длина стороны КЭ; D_i – длина диагонали КЭ, A – площадь КЭ, E – модуль упругости, ρ – плотность материала.

Основным приемом увеличения шага интегрирования, а, следовательно, снижения размерности задачи является масштабирование массы элемента (mass scaling)

Для получения заданного шага нужно изменить плотность материала в элементе так, чтобы удовлетворялось соотношение, например, для четырехугольного элемента:

$$\Delta\tau_{\text{заданный}} = L/c, \quad c = \frac{L}{\Delta\tau_{\text{заданный}}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

$$\text{Откуда } \rho = \frac{(\Delta\tau_{\text{заданный}})^2 E}{L^2}$$

Необходимо отметить, что использование данного приема вносит погрешность в решение динамической задачи.

Расчет температурного поля в зоне резания основывается на интегрировании дифференциального уравнения теплопроводности Фурье

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + Q \quad (20)$$

с учетом граничных и начальных условий. $Q = \eta \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p$ – мощность объемных тепловых источников.

Граничные условия (рис.4):

- заданная температура на границе тела $T = T_s$;

- заданный тепловой поток на границе - $\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} n_i = q_s$, где $q_s = \tau_n \dot{u}$.

www.vntr.ru

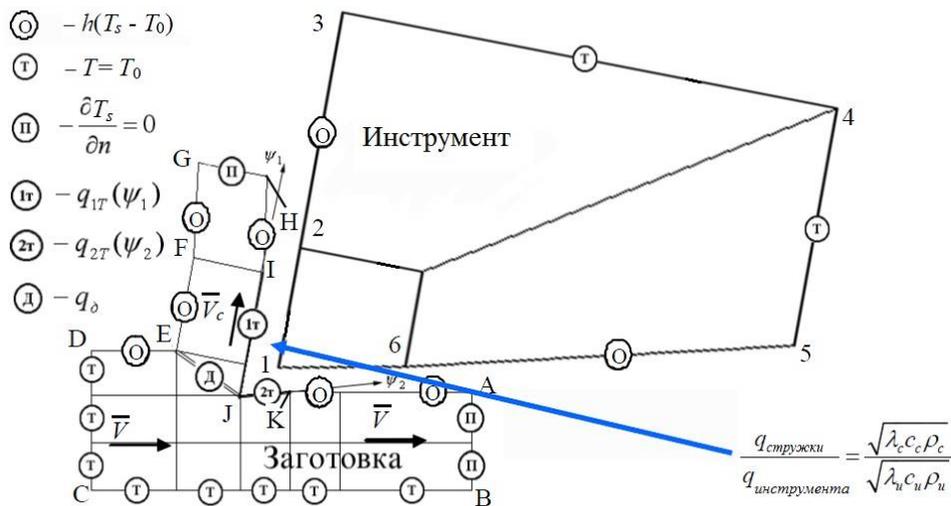


Рис.4. Термодинамические граничные условия.

Тепловой поток распределяется между стружкой, заготовкой и инструментом пропорционально их термодинамическим свойствам [13]:

$$\frac{q_{\text{стружка}}}{q_{\text{инструмент}}} = \frac{\sqrt{\lambda_c c_c \rho_c}}{\sqrt{\lambda_u c_u \rho_u}} \quad (21)$$

Кроме того, необходимо учесть теплообмен между стружкой и инструментом. Известно [14], что между стружкой и передней поверхностью инструмента имеет место определенное тепловое сопротивление, зависящее от величины нормальной компоненты контактного напряжения σ_n и шероховатости контактной поверхности R_a (рис.5).

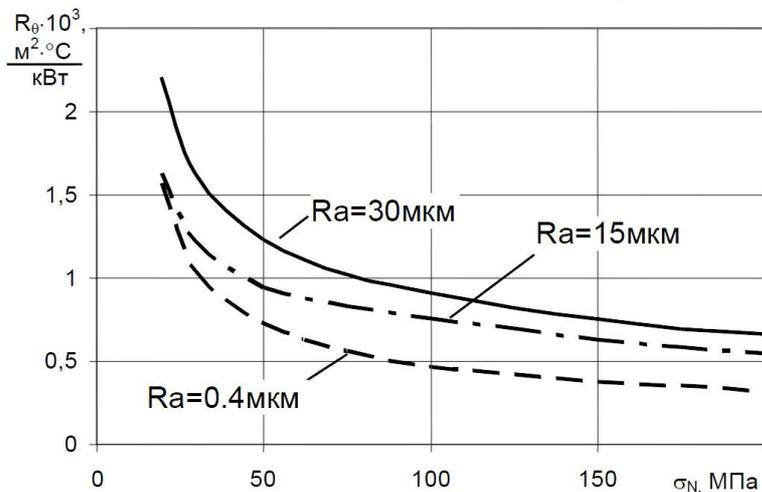


Рис.5. Зависимость контактного теплового сопротивления от шероховатости контактирующих поверхностей.

С учетом этого в узлах на контактной границе должно соблюдаться условие:

$$q_i A_c R = T_{\text{стружки}} - T_{\text{инструмента}} \quad (22)$$

где A_e - площадь поверхности контакта КЭ; q_i - значение теплового потока между стружкой и инструментом, R - контактное сопротивление.

На свободных поверхностях заготовки, стружки и инструмента осуществляется процесс теплоотдачи, что математически выражается законом Ньютона-Рихмана.

$$q_i = -h(T_0 - T_i), \quad (23)$$

где h - коэффициент теплоотдачи, T_0 - температура окружающей среды, T_i - температура узла, находящегося на свободной границе.

Начальные условия:

$$T|_{\tau=\tau_0} = T_0. \quad (24)$$

Для верного решения задачи весьма важен правильный выбор модели поведения обрабатываемого материала при больших скоростях деформации.

Данная модель в общем случае имеет следующий вид:

$$\sigma_s = \sigma_s(q, \dot{\varepsilon}, T), \quad (25)$$

где σ_s - напряжение пластического течения, q – параметр, связанный с упрочнением, $\dot{\varepsilon}$ - скорость пластической деформации, T – температура.

Сложность механизмов деформирования не позволяет создать простую и универсальную модель обрабатываемого материала. Наибольшее распространение на настоящее время получили эмпирические и полуэмпирические уравнения [15,16,17]. Как показали многочисленные исследования [9,13,18,19,20 и др.], поведение обрабатываемого материала при резании наилучшим образом описывается уравнением Джонсона – Кука [15]:

$$\sigma_s = [A + B\varepsilon^n] \left[1 + C \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right] \left[1 - \left(\frac{T - T_0}{T_{pl} - T_0} \right)^m \right], \quad (26)$$

где A – предел текучести; B и n , коэффициенты, представляющие эффект упрочнения. Второй множитель отражает влияние скорости нагружения. $\dot{\varepsilon}$ - скорость деформации, $\dot{\varepsilon}_0$ - скорость деформации при статических испытаниях. C – коэффициент чувствительности к скорости деформации. Третий множитель – фактор, соответствующий явлению теплового отпуска. T – текущая температура, T_0 – температура, при которой проводились статические испытания, T_{pl} – температура плавления данного материала, m – показатель степени, характеризующий особенности разупрочнения материала с повышением температуры. Коэффициенты A , B , C , n , m определяются с помощью испытаний, методика которых также приведена в работе [15]. Там же приведены значения данных констант для некоторых материалов. Упругие деформации инструмента и заготовки выражаются обобщенным законом Гука.

Разрушение обрабатываемого материала является неотъемлемой частью процесса резания. Характер разрушения обрабатываемого материала в значительной степени определяет усилия резания, вид получаемой стружки, точность обработки и т.д. Критерий разрушения для вязких материалов обычно формулируется либо в виде предельного значения пластической деформации, либо в виде предельного значения энергии пластического деформирования (площади под кривой «напряжение – деформация» (рис.6)).

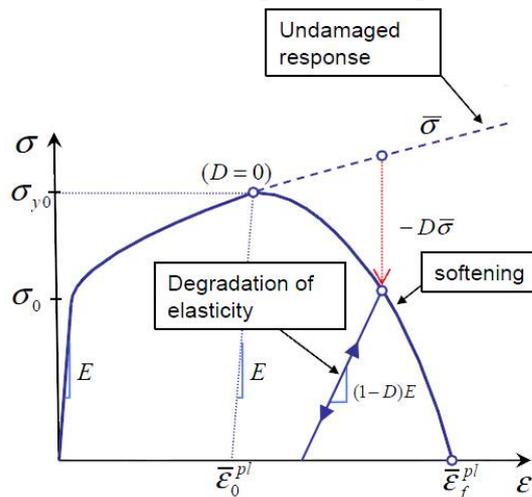


Рис.6. Диаграмма напряжение-деформация для вязкого упруго-пластического материала.

На диаграмме (рис.6) показано поведение вязкого упруго-пластического материала при растяжении вплоть до полного разрушения:

При напряжениях от 0 до σ_0 материал деформируется упруго, в промежутке напряжений от σ_0 до σ_{y0} материал упрочняется. Разрушение начинается в точке σ_{y0} . При переходе через эту точку напряжение описывается формулой:

$$\sigma = (1 - D)\bar{\sigma}, \quad (27)$$

D – величина, изменяющаяся от 0 до 1, которая отображает степень накопления повреждений. При $D=1$ материал разрушается, и элемент удаляется с сетки, $\bar{\sigma}$ – напряжение, которое возникало бы в этой точке при отсутствии разрушения, т.е. в результате дальнейшего упрочнения.

Для материалов, разрушающихся хрупко, относительное удлинение при разрыве весьма невелико, тогда как величина σ_g может быть существенной. Поэтому при выборе в качестве критерия разрушения хрупкого материала величины пластической деформации, будет иметь место значительная погрешность, в то время как применение критерия в напряжениях обеспечит точное решение задачи. Для материалов, которые разрушаются хрупко, в качестве критерия разрушения может быть выбрано условие:

$$\sigma > \sigma_g \quad (28)$$

Процесс разрушения может быть реализован разными способами, но самым распространенным является моделирование разрушения путем удаления элементов при условии удовлетворения критерия разрушения. В тех КЭ, где критерии разрушения выполняются, тензор напряжений Коши устанавливается равным нулю, и данные элементы удаляются с сетки. Физический критерий разрушения не всегда обеспечивает численную устойчивость расчета. Для повышения численной устойчивости применяется перестройка КЭ-сетки через заданный временной шаг.

Процесс трения между передней поверхностью обрабатываемого инструмента и стружкой и задней поверхностью инструмента и заготовкой является наиболее сложным и малоизученным физическим процессом, проявляющимся при обработке металлов резанием.

Для описания процесса трения между инструментом, стружкой и заготовкой в настоящее время используют разные модели [9]. Наибольшее распространение получила модель трения Кулона:

$$\tau = \mu\sigma, \quad (29)$$

где τ – напряжение сдвига в контакте, σ – нормальное напряжение в контакте, μ – коэффициент кулоновского трения. Такой подход становится возможным, если использовать понятие среднего коэффициента трения μ_s на поверхности контакта стружки и инструмента, который обобщенно характеризует процессы, которые происходят в этой зоне. Простота математической зависимости, наглядность этого показателя и достаточно согласованные с экспериментом результаты прогнозирования интегральных показателей (например, силы резания) обеспечили широкое применение среднего коэффициента трения, как в аналитических, так и в конечноэлементных моделях процесса резания.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований. Проекты №13-08-01235 А и № 13-08-90419 Укр_ф_а.

Список литературы.

1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике — М.: Мир, 1975.
2. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов — М.: Мир, 1979.—392 с.

3. Армарего И.Д., Браун Р.Ч. Обработка металлов резанием. М.: Машиностроение, 1977. 325с.
4. Бобров Б. Ф. Основы теории резания металлов. М.: Машиностроение, 1975.–344 с
5. Бобров Б.Ф. и др. Развитие науки о резании металлов. Под редакцией Н.Н.Зорева. М.: Машиностроение, 1967.
6. Клушин М.И. Резание металлов: в 3 ч. Горький: ГПИ, 1965.
7. Ящерицын П.И. Теория резания. Мн.: Новое знание. 2005. 512 с.
8. Виноградов Ю.В. Моделирование процесса резания методом конечных элементов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Тула, 2004 г.
9. Криворучко Д. В. Основи 3D-моделювання процесів механічної обробки методом скінченних елементів: навчальний посібник/ Д. В. Криворучко, В.О. Залого, В.Г. Корбач.- Суми: Вид-во СумДУ, 2009. –208 с.
10. Kalhori. Modelling and Simulation of Mechanical Cutting. Doctoral thesis. Lulea University of Technology. Sweden. 2001. 103 с.
11. Belytschko Ted, Wing Kam Liu, Brian Moran. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. Wiley, 2000. 667p.
12. Komvopoulos, K. and Erpenbeck, S.A.. Finite Element Modeling of Orthogonal Metal Cutting. Trans. ASME J. Eng. Ind. 1991. 113: 253-267.
13. Oxley, P.L.B. Mechanics of Machining: An Analytical Approach to Assessing Machinability. Journal of Applied Mechanics, volume 57, 1990.
14. Остафьев, В. А. Расчет динамической прочности режущего инструмента. М.: Машиностроение, 1979. –168 с.
15. G.R. Johnson, W.H. Cook, “A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures”, Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics, The Hague, The Netherlands, 1983, pp. 541-547.
16. Oxley, P.L.B., 1989, Mechanics of Machining, An Analytical Approach to Assessing Machinability, Halsted Press, John Wiley & Sons Limited, New York, 1989.
17. Zerilli, F.J. and Armstrong, R.W.. Dislocation Mechanics Based Constitutive Relations for Materials Dynamics Calculations. Journal of Applied Physics 61(5): 1987.
18. Özel, T., and Zeren, E., 2004, "Determination of Work Material Flow Stress and Friction Properties for FEA of Machining Using Orthogonal Cutting Tests," Journal of Materials Processing Technology, 153-154C 1019-1025.
19. Özel, T. and Zeren, E. (2005) “Finite Element Modeling of Stresses Induced by High Speed Machining with Round Edge Cutting Tools,” Proceedings of IMECE’05, 2005 ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition, Paper No. 81046, Orlando, Florida, November 5-11.
20. T. Özel and T. Altan, Determination of Workpiece Flow Stress and Friction at the Chip-Tool Contact for High-Speed Cutting, Inter. J. Mach. Tools Manuf., vol. 40, no. 1, pp. 133–152, 2000.
21. Асташев В.К., Корендяев Г.К. Термомеханическая модель возникновения автоколебаний при резании. М. Проблемы машиностроения и надежности машин №3, 2012.
22. Зиновьев В.Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах. М.: Металлургия, 1989. 384 с.
23. Kesharwani R. High temperature behavior of copper. thesis for the Degree of Master of Science. National Institute of Technology Rourkela-769008, Orissa, India, 2010.
24. Жарков И.Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом. Л.: Машиностроение, 1987. 184 с.