

УДК 621.45.038.7

**РАСЧЕТ ВИХРЕВОГО ОБТЕКАНИЯ НЕПОДВИЖНЫХ И  
КОЛЕБЛЮЩИХСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ МЕТОДОМ  
ДИСКРЕТНЫХ ВИХРЕЙ.  
ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИСКРЕТНЫХ ВИХРЕЙ ДЛЯ РАСЧЕТА  
ВИХРЕВОГО ОБТЕКАНИЯ НЕПОДВИЖНЫХ И КОЛЕБЛЮЩИХСЯ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ**

**© Алексей Витальевич Самолысов, Александр Васильевич Масевич,  
Наталья Георгиевна Вальес**

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт  
машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, Москва, Россия*

[nvalles@imash.ru](mailto:nvalles@imash.ru)

***Аннотация.** В работе представлена эффективная модель вихревого возбуждения для расчета срывного обтекания тел при больших числах  $Re$  (модель, совмещающая идеальную среду и нестационарный вихревой слой на теле и за ним) – модернизированный метод дискретных вихрей, позволяющий в реальном времени и наглядно (анимация) представить картину срывного обтекания цилиндрических поверхностей с разными профилями сечения, находящихся в поперечном потоке жидкости или газа, что было реализовано в виде комплексов программ (в среде MATLAB) эффективных методов моделирования течений вязкой жидкости или газа для исследования аэрогидродинамических нагрузок на тела, совершающие произвольные движения, включая изменение формы и для решения задач движения тел под действием аэродинамических сил.*

***Ключевые слова:** срывное обтекание, потенциальное обтекание, вихревая дорожка, гидродинамические силы, метод дискретных вихрей, метод коллокаций, метод зеркального отражения.*

Существующие программные комплексы вычислительной гидродинамики с применением сеточных методов оказываются неэффективными, т.к. расчет конструкции с изменяемой геометрией оказывается в них чрезвычайно длительным. Поэтому актуально использование вихревых методов с применением моделей среды, которые позволяют при решении задач гидроупругости получать с приемлемой для инженерных расчетов точностью нестационарные нагрузки при относительно меньших вычислительных затратах.

Предложенный метод дискретных вихрей [1,2] применим для расчета отрывного обтекания одиночных тел, колеблющихся как вдоль, так и поперек потока, а также в случае возникновения и развития режима автоколебаний. Метод позволяет установить ширину зоны затягивания и амплитудно-частотные характеристики режима. С помощью этой модели рассматривается также задача об отрывном обтекании многокомпонентной конструкции, решения для которой имеют принципиальные отличия по сравнению с задачей об одиночном теле [3-4].

С помощью этих программ проводились численные эксперименты, в которых определялись аэродинамические силы, действующие на неподвижные элементы городской инфраструктуры (мосты, переходы, трубные конструкции, упругие стационарные сооружения) и рассчитывались автоколебания конструкций при отрывном обтекании потоком.

Выведены формулы для расчета гидродинамических сил, действующие на тела при их произвольном движении в вязкой жидкости и изменении формы, через характеристики вихревого поля.

Совместное решение системы уравнений, описывающих колебания тела и определяющих соответствующие гидродинамические силы на каждом шаге расчета позволило применить модернизированный метод дискретных вихрей для расчета автоколебаний конструкций различного вида.

Для решения граничной задачи дается некоторый метод, совмещающий метод коллокаций и метод зеркального отражения, позволяющий рассчитать срывное обтекание с цилиндрической поверхности произвольного поперечного сечения [3,4].

Сооружения, находящиеся в воздушном потоке, вызванном прохождением скоростного поезда Сапсан, подвергаются действию аэродинамических сил, которые можно определить методом численного эксперимента или с помощью экспериментальных исследований. При этом с плохообтекаемых конструкций срываются вихри, вызывающие на них нестационарные аэродинамические силы. Эти силы при малом сопротивлении конструкции могут вызвать вибрацию, опасную для конструкции и значительно увеличивающую силы лобового сопротивления и подъемную силу. Оценка ветровой нагрузки, действующей на неподвижный пешеходный мост (рис.1) рассчитывалась авторами методом дискретных вихрей и приведена на рис.2а и 2б, на которых показаны дорожка Кармана, сходящая с профиля моста, и зависимость коэффициентов гидродинамических сил  $C_x$ ,  $C_y$  от безразмерного времени  $\tau$ , соответственно.



Рис.1. Пешеходный мост через железнодорожные пути

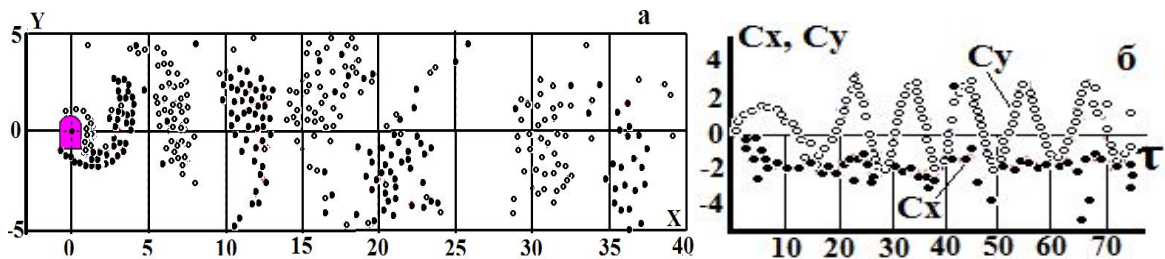


Рис. 2. Расчет пешеходного моста методом дискретных вихрей. а) картина распределения дискретных вихрей при воздействии однородного потока на профиль со скоростью  $U_\infty$ . б) зависимость аэродинамических сил  $c_x, c_y$ , действующих на пешеходный мост, от времени

Применение современных программных средств и мощной компьютерной техники в рамках ANSYS позволяет специалистам решать поставленные задачи с необходимой точностью и достоверностью в 3D - постановке. Ввиду крайней трудоемкости данных

расчетов и невозможности их применения в случае колебаний конструкции или изменения ее формы даже с применением многопроцессорной техники, представляется целесообразным параллельно использовать большой опыт аналитических расчетов и классических методов, накопленный отечественной научной школой.

Задачи, возникающие при взаимодействии вихревого следа и упругой конструкции, можно разделить на две группы: автоколебания конструкции, вызванные нестационарными силами от вихревого следа, и аэродинамическая неустойчивость упругой конструкции в потоке. К первой группе задач можно отнести задачи о вибрации в потоке газа плохообтекаемых стоек, различных трубопроводов, тросов, башенных устройств, дымовых труб и т.д. Ко второй группе - задачи об устойчивости консольных цилиндрических конструкций, дымовых труб с очистительными устройствами.

Крутильные колебания аэродинамической поверхности как системы с одной степенью свободы являются результатом срывного флаттера, возбуждаемого за счет нелинейных характеристик подъемной силы в окрестностях наступления срыва потока или в условиях потери подъемной силы. Это явление также наблюдается в конструкциях, имеющих широкие поверхности, при обтекании которых происходит срыв потока в зависимости от угла атаки набегающего потока.

При детальном изучении флаттера почти во всех случаях обнаруживаются нелинейные аэродинамические эффекты. Однако в ряде ситуаций оказалось возможным успешно решить задачу на основе линейных аналитических подходов потому, что именно в начальной стадии процесса, которую можно рассматривать как характеризующую лишь небольшими амплитудами колебаний, происходит разделение устойчивого и неустойчивого режимов [5]. Это дает возможность проводить анализ флаттера на основе обычного рассмотрения устойчивости линейных упругих систем. Задачи галопирования и срывного флаттера также могут быть решены с помощью метода дискретных вихрей [2-3].

Модернизированный метод дискретных вихрей не требует построения сеток, не содержит эмпирических параметров, позволяет достигать высокого разрешения структуры течения. Метод воспроизводит те особенности процессов, которые в явном виде в алгоритмы и модели не закладывались (например, расстояние между вихрями Кармана по горизонтали и вертикали, интенсивность вихря Кармана и др.) [2-3].

В рамках модернизированного метода дискретных вихрей производится определение аэродинамических сил, действующих на подвижные элементы инфраструктуры (мосты, переходы, трубные конструкции, упругие стационарные сооружения) и расчет автоколебаний конструкций при прохождении скоростных поездов в 2D постановке. Он позволяет в реальном времени и наглядно (анимация) представить картину срывного обтекания тела сложной конфигурации, колеблющегося в поперечном потоке воздуха.

Пусть цилиндр под действием гидродинамических сил может совершать колебания в направлении, перпендикулярном потоку. В этом случае движение цилиндра можно описывать системой уравнений

$$\bar{y}'' + \frac{\delta}{\pi} \bar{y}' + \bar{y} = c_y \frac{\bar{m}}{\pi^3 Sh_0^2} \quad (1)$$

$$c_y = f(\bar{y}, \bar{y}', \bar{y}'', \alpha), \quad (2)$$

из которых второе уравнение является нелинейным. Оба уравнения записаны в безразмерной форме, в которых  $\bar{y} = y/R$  - безразмерное перемещение цилиндра,  $R$  - радиус цилиндра,  $\delta$  - логарифмический декремент колебаний,  $\bar{m} = \pi R^2 / m$  - отношение присоединенной массы жидкости к погонной массе цилиндра,  $\rho$  - плотность среды,  $Sh_0 = f_0 \cdot 2 \cdot R / u$  - безразмерная собственная частота колебаний цилиндра,  $u$  - скорость потока на бесконечности,  $\alpha$  - угол срыва, дифференцирование ведется по безразмерному времени  $\tau = t \cdot \omega_0$ ,  $\omega_0 = 2\pi f_0$  - собственная круговая частота колебаний цилиндра.

Первое уравнение системы - уравнение плоскопараллельных колебаний цилиндра. Второе уравнение записано в сокращенном виде и может быть получено с помощью нижеприведенной формулы (5). Нелинейность задачи определяется этим уравнением. Решение ищется численным методом как зависимость безразмерного смещения от названных безразмерных величин.

$$\bar{y} = \bar{y}(\bar{m}, \delta, Sh_0, \alpha)$$

Установившийся режим колебаний зависит от следующих параметров:

- безразмерной скорости обтекания цилиндра -  $u/f_0 2R$  (величина обратная числу  $Sh_0 = f_0 2R/u$ );
- относительной плотности цилиндра  $\bar{m} = \pi R^2 \rho/m$ ;
- механического декремента колебаний -  $\delta$ ;
- угловой координаты точек отрыва на цилиндре  $\alpha$ , выбором которой на модели идеальной жидкости косвенно учитывается влияние числа  $Re$ .

Потенциал потока вокруг цилиндра ( $r_0 = 1$ ) для рассматриваемой задачи имеет вид

$$F = u_{\infty} \left( z + \frac{1}{z} \right) + i v_{\tau} \left( z - \frac{1}{z} \right) + \frac{1}{2\pi i} \sum_{n=1}^N \Delta \Gamma_n \ln(z - z_n) - \frac{1}{2\pi i} \sum_{n=1}^N \Delta \Gamma_n \ln(z - z_{ni}) \quad (3)$$

Здесь  $z_n = x_n + i y_n$ ,  $z_{ni} = x_{ni} + i y_{ni}$  - координаты относительно цилиндра вихрей в потоке и фиктивных вихрей, добавленных для удовлетворения граничных условий на цилиндре;  $\Delta \Gamma_n$  - интенсивность  $n$ -го вихря в потоке. Первый член формулы (3) является комплексным потенциалом основного стационарного потока, обтекающего цилиндр со скоростью  $u_{\infty}$ . Второй член представляет собой комплексный потенциал возмущенного движения жидкости, вызванного колебанием цилиндра со скоростью  $v_{\tau}$  в направлении, перпендикулярном потоку. Третий и четвертый член учитывают наличие вихрей в потоке и фиктивных вихрей внутри цилиндра. Если цилиндр совершает колебания вдоль потока со скоростью  $v_{\tau}$ , вместо второго члена в формуле (3) нужно подставить  $-v_{\tau} \left( z + \frac{1}{z} \right)$ .

Для вычисления сил, действующих на цилиндр, колеблющийся в идеальной несжимаемой жидкости, воспользуемся формулой Л.И. Седова [6] для подвижной системы координат, связанной с цилиндром

$$X + iY = -i\rho z_A \frac{d\Gamma}{dt} - \rho v_{\tau} \Gamma + \frac{i\rho}{2} \oint_c \left( \frac{dF}{dz} \right)^2 dz + i\rho S \frac{dv_{\tau}}{dt} + i\rho \frac{d}{dt} \oint_c \left( z \frac{dF}{dz} \right) \overline{dz}. \quad (4)$$

Здесь  $X$  - сила лобового сопротивления,  $Y$  - подъемная сила,  $\rho$  - плотность жидкости,  $z_A$  - координата точек срыва на цилиндре,  $S$  - площадь сечения цилиндра,  $\Gamma$  - циркуляция скорости по цилиндру, черта сверху означает взятие комплексно-сопряженной величины.

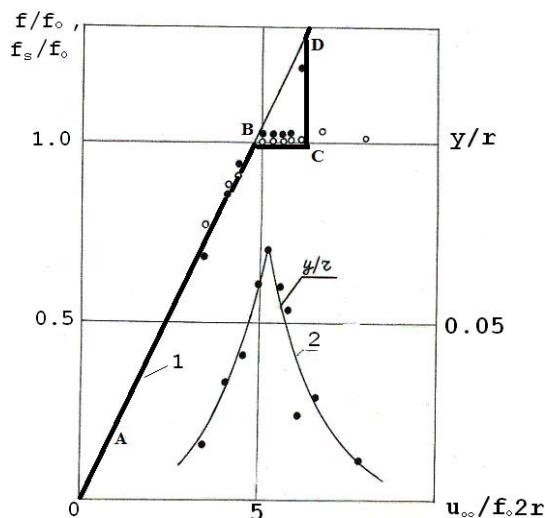
Подставляя выражение для потенциала (3) в формулу (4) в случае неподвижного цилиндра, проинтегрировав, получим

$$X + iY = -\rho \sum_{n=1}^N \Delta \Gamma_n \left( V_n - \frac{dy_{ni}}{dt} \right) - i\rho \sum_{n=1}^N \Delta \Gamma_n \left( -U_n + \frac{dx_{ni}}{dt} \right). \quad (5)$$

Коэффициент подъемной гидродинамической силы в формуле (2) подсчитывается в процессе колебаний с помощью второго члена в (5) как разность мгновенных скоростей действительных и мнимых  $N$  вихрей.

Когда плохообтекаемое тело обладает упругой податливостью, процесс отрыва вихрей приводит к возбуждению колебаний тела, а эти колебания, в свою очередь, влияют на процесс отрыва вихрей. Такое взаимодействие проявляется в том, что в пределах некоторого диапазона значений скорости набегающего потока частота отрыва вихрей оказывается синхронизированной с собственной частотой колебаний тела (рис.3). Постоянному значению частоты отрыва вихрей в пределах диапазона синхронизации соответствует непрерывное уменьшение числа Струхала. Максимум амплитуды колебаний достигается в середине

диапазона синхронизации, где число Струхала оказывается значительно ниже той величины, которая наблюдается при обтекании неподвижного цилиндра. Протяженность диапазона синхронизации существенно зависит от амплитуды колебаний и формы плохобтекаемого тела [7,8].



**Рис.3.** Расчетная зависимость безразмерной частоты колебаний трубы (точки 1), относительной частоты отрыва вихрей (точки 3) и безразмерной амплитуды колебаний трубы (точки 2) от безразмерной скорости обтекания.

Авторы [4,5] обнаружили, что максимум амплитуды свободных колебаний цилиндра в середине диапазона синхронизации достигается в момент скачкообразного изменения фазового угла между перемещением цилиндра и пульсациями давления на его боковой поверхности.

На рис.3 показаны расчетные зависимости относительной частоты колебаний цилиндра (точки 1), относительной частоты отрыва вихрей (точки 3) и безразмерной амплитуды колебаний (точки 2) от безразмерной скорости набегающего потока при следующих значениях определяющих параметров в формуле (1):  $\delta/\pi = 0.01$ ,  $\bar{m} = 0.0074$ ,  $\alpha = 90^\circ$ . Отметим, что точки 2 в некоторых областях лежат на прямой, проходящей через начало координат и имеющей такой наклон, что  $Sh = 0.2 \div 0.22$ . Эта прямая соответствует частоте отрыва вихрей с неподвижного цилиндра для данной скорости обтекания.

При малых безразмерных скоростях обтекания (рис.3, прямая AB) - цилиндр колеблется с частотой отрыва вихрей. В этой зоне при изменении скорости набегающего потока пропорционально ей меняется частота отрыва вихрей, так что число  $Sh$  остается постоянной величиной.

На отрезке BC (рис.3) происходит синхронизация, т.е. совпадение частоты отрыва вихрей с собственной частотой колебаний цилиндра. В этой зоне наблюдаются максимумы подъемной силы и смещения цилиндра. Следовательно, в этом режиме работа конструкции наиболее опасна.

При дальнейшем увеличении безразмерной скорости потока синхронизация нарушается, возникают биения гидродинамической силы, хотя цилиндр, по-прежнему, колеблется с собственной частотой, а амплитуда резко уменьшается (рис. 3, прямая CD).

Как показали расчеты, границы области затягивания изменяются при изменении амплитуды колебаний цилиндра: ширина зоны затягивания растет с увеличением амплитуды автоколебаний. Для построения каждой точки на рис. 3 нужно провести полный расчет картины обтекания вплоть до установления процесса автоколебаний. Для примера, на рис. 4а, приведены результаты расчета установления процесса автоколебаний только для одной точки, расположенной на рис. 3.



На рис. 4а показано установление предельного цикла автоколебаний цилиндра при безразмерной скорости обтекания  $u/f_0 2R = 5,32$ . По осям рисунка отложено безразмерное время  $\tau = tu/R$  и коэффициенты гидродинамических сил  $C_x, C_y$ . На рис. 4б приведена зависимость безразмерной амплитуды колебаний цилиндра от безразмерной скорости обтекания  $U$  и декремента колебаний  $\delta$ .

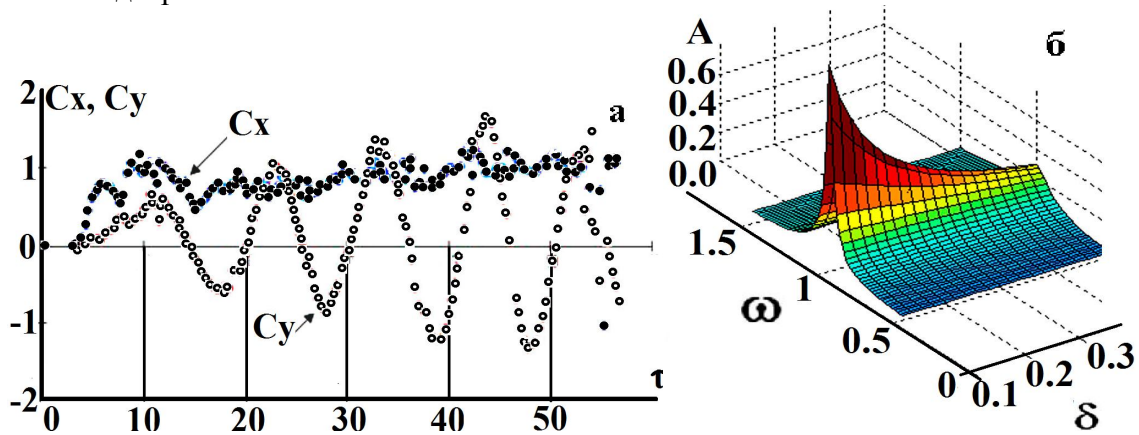


Рис.4. Расчет гидродинамических сил  $C_x, C_y$  при автоколебаниях цилиндра в потоке.

На рис.5 следует обратить внимание на то, что после установления картины обтекания смещение цилиндра  $\bar{y}$  находится в противофазе с коэффициентом подъемной силы  $C_y$ , что указывает на существование процесса автоколебаний.

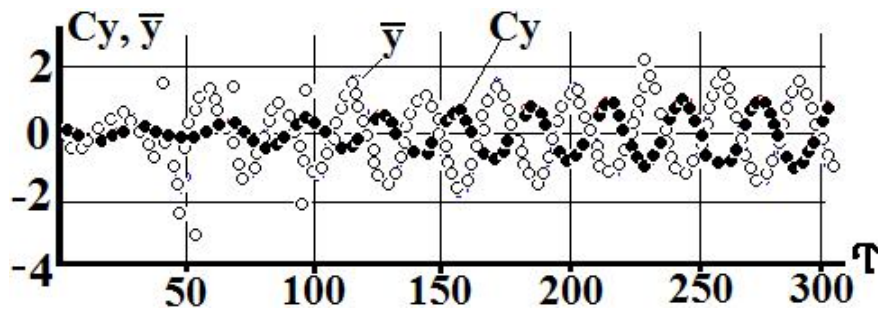


Рис.5. Расчетное изменение коэффициента подъемной силы  $C_y$  и безразмерного смещения цилиндра  $\bar{y}$  в процессе установления автоколебаний.

Следует отметить, что в этом случае коэффициент сопротивления  $C_x$  имеет значительную постоянную составляющую, на которую накладываются периодические пульсации с относительно небольшой амплитудой. Частота пульсации  $C_x$ , как и для неподвижного цилиндра, в два раза больше частоты колебаний  $C_y$ , однако амплитуда существенно больше, чем для неподвижного цилиндра. Таким образом, колебания цилиндра перпендикулярно потоку изменяют силу сопротивления, действующую вдоль потока. Очевидно, что колебания вдоль потока изменят подъемную силу, поэтому колебания цилиндра в двух направлениях взаимосвязаны.

Опытные данные [7-9], полученные при исследовании автоколебаний жесткого цилиндра, установленного на упругих подвесах, который мог совершать плоскопараллельные перемещения в направлении, перпендикулярном потоку, в потоке, подтверждают, что существует зона синхронизации, в которой максимум амплитуды колебаний цилиндра несколько смещен от точки, где совпадает частота отрыва вихрей для неподвижного цилиндра с его собственной частотой колебаний. Согласование расчета с экспериментом наблюдается также в том, что максимальная амплитуда подъемной силы

лежит в зоне синхронизации и не совпадает с положением максимума амплитуды автоколебаний цилиндра. Наконец, вне зоны синхронизации в расчете, как и в эксперименте, безразмерная частота отрыва вихрей с колеблющегося цилиндра равна безразмерной частоте отрыва с неподвижного.

Выводы

1. В режиме автоколебаний с ростом скорости обтекания цилиндра перестает меняться частота отрыва вихрей и становится равной собственной частоте (наличие области синхронизации).

2. В режиме автоколебаний максимальная относительная амплитуда колебаний цилиндра  $A/d$  достигается при малой относительной плотности  $-\rho_t/\rho_{ж}$  ( $\rho_t$  – плотность цилиндра,  $\rho_{ж}$  – плотность среды).

3. В режиме автоколебаний с уменьшением относительной плотности расширяется область синхронизации, где частота отрыва вихрей остается равной частоте колебаний цилиндра –  $f_0$ .

Основным же результатом настоящего исследования можно считать то, что поскольку предлагаемый механизм колебаний позволил построить математическую модель, описывающую все качественные экспериментальные результаты, то физическая природа явления найдена правильно.

*Работа выполнялась в рамках проекта № 11-08-13119-офи-м-2011-РЖД гранта РФФИ-РЖД "Моделирование и оценка аэродинамических нагрузок на элементы инфраструктуры при прохождении скоростных составов (станционные сооружения, мосты и туннели)".*

#### Список литературы

1. Белоцерковский С.М., Гиневский А.С. Моделирование турбулентных струй и следов на основе метода дискретных вихрей М., Физико-математическая литература, 1995, 365 с.
2. Вальес Н.Г. Колебания системы стержней в жидкости//Проблемы прочности. 1978. № 11. С. 62-68.
3. Каплунов С.М., Вальес Н.Г., Ченцова Н.А., Фурсов В.Ю. Математическая модель гидроупругого механизма возбуждения вибраций системы плохообтекаемых тел в поперечном потоке жидкости //М., Теплоэнергетика, № 6, 2012, с. 44-49.
4. Каплунов С.М., Вальес Н.Г., Горелов Е.В., Шитова Л.И. Метод математического моделирования гидродинамических механизмов возбуждения вибраций теплообменных пучков труб. Проблемы машиностроения и надежности машин. 2008. № 3. стр.107-112.
5. Девнин С.И. Аэрогидромеханика плохообтекаемых конструкций: Справочник.- Л.: Судостроение, 1983.- 320 с.
6. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука, 1980. 448 с.
7. Ивен В.Д. Колебания элементов конструкций при вихревом возбуждении// Конструирование и технология машиностроения. 1975, т. 97. № 4. С. 240-245.
8. Feng C.C. The Measurement of vortex induced effects in flow past stationary and oscillating circular and D-section cylinders // MASC. Thesis/ The university of British Columbia. 1968.
9. Чжень С.С. Механизм возникновения неустойчивости для группы круглых цилиндров, подверженных воздействию поперечного потока. Ч. 1// Тр. Амер. общ. инж.-мех. Конструирование и технология машиностроения. -1983. Т. 105, № 1. С. 16-24.