

УДК 621.01

ОЦЕНКА ДИСКРИМИНАНТНО-ПРОГНОСТИЧЕСКОЙ СПОСОБНОСТИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАКОНОВ ДВИЖЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ОПЕРАТИВНОЙ ДИАГНОСТИКИ МЕХАНИЗМОВ ЦИКЛИЧЕСКОГО ДЕЙСТВИЯ

© Александр Константинович Алешин, Наталья Львовна Ковалева, Георгий Игоревич Фирсов

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, Москва, Россия
firsovgi@mail.ru

Аннотация. Предлагается использовать в качестве диагностического сигнала случайную составляющую интервалов времени, что более полно и точно отражает их физические свойства и открывает возможности для увеличения их информативности как диагностических сигналов. Рассматриваются различные характеристики законов распределения случайных значений интервалов времени. Показано, что случайная составляющая обладает достаточной глубиной диагностирования для распознавания зарождающихся дефектов.

Ключевые слова: случайные процессы, диагностика механизмов, информативные параметры.

ESTIMATION OF THE DISCRIMINANT-PROGNOSTIC ABILITY OF THE STATISTICAL CHARACTERISTICS OF THE LAWS OF MOTION IN THE TASKS OF OPERATIONAL DIAGNOSTICS OF THE MECHANISMS OF THE CYCLIC ACTION

A.Aleshin, N.Kovaleva, G.Firsov

The federal state budgetary establishment of science the Blagonravov Mechanical Engineering Research Institute the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Annotation. It is proposed to use random component of the time intervals as the diagnostic signal as about the random variables, which more fully and accurately reflects their physical properties and are offered possibilities for an increase in their informativeness as diagnostic signals. Different characteristics of the laws of distribution of the random values of the time intervals are examined. It is shown that random component possesses a sufficient depth of diagnosis for the recognition of the nascent defects.

Key words: random processes, diagnostics of mechanisms, the informative parameters.

Особенность динамических систем циклического действия состоит в многократном выполнении с периодом $t_{ц}$ заданного закона движения. Это колебательные системы или механизмы с периодическими поступательными или вращательными движениями звеньев. Для них время цикла $t_{ц}$ - это важный технологический параметр, определяющий быстродействие и синхронизацию с другими устройствами. Кроме того, оно используется как внешний признак возникновения дефектов в форме отклонения $t_{ц}$ за допустимые пределы [1,2].

Однако время t как физический параметр весьма ограниченно рассматривается как самостоятельный диагностический сигнал и источник информации для распознавания дефектов. Это обусловлено тем, что знание фактической величины интервала времени $t_{ц}$ не позволяет указать конкретный дефект и не обладает необходимой глубиной диагностирования. Ограниченность информации связана с представлением об интервалах времени $t_{ц}$ как о детерминированных величинах, которые принимают фиксированные и вполне конкретные значения. В такой интерпретации разные по физической природе

дефекты могут приводить к одинаковым изменениям $t_{ц}$ и указать конкретную причину невозможно.

Представление об интервалах времени t как о случайных величинах более полно и точно отражает их физические свойства и открывает возможности для увеличения их информативности как диагностических сигналов. Дело в том, что, при достаточно точных многократных измерениях периода $t_{ц}$ обнаруживаются его случайные отклонения около некоторого среднего значения. В зависимости от динамических свойств диагностируемой системы средние значения также могут претерпевать эволюцию. При этом оказывается, что в случайной составляющей времени t заключен значительный объем диагностической информации о текущем состоянии динамической системы. Таким образом, наряду с анализом конкретного физического процесса $x(t)$ как диагностического сигнала предлагается измерять и анализировать время достижения этим процессом некоторой величины, например время достижения звеном механизма заданной точки в процессе движения. Существует связь между характером изменения во времени физического процесса $x(t)$ как случайного процесса и законом распределения $f(t)$ времени достижения этим процессом постоянной заданной величины. Эта связь следует из уравнения Понтрягина для закона распределения $f(p_i, t)$ времени первого достижения случайным процессом заданной величины как функции параметров p_i ($i = 1, 2, 3, \dots, N$) динамической системы [3]. Каждый дефект - это отклонение δp_k ($k = 1, 2, \dots, s$) одного или нескольких параметров диагностируемой системы от нормативных значений. Детерминированная функциональная зависимость $f(p_i, t)$ от p_i ведет к характерным изменениям закона распределения $f(p_i, t)$ в случае проявления дефекта. Именно эту особенность интервалов времени t как случайных величин предлагается использовать для распознавания дефектов [4].

Кроме известных статистических характеристик случайных процессов, как математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение (с.к.о.), асимметрия и эксцесс, конструктивным представляется использование энтропийного коэффициента плотности распределения вероятности [5]

$$K_H = \Delta_s \sigma^{-1} = 0,5 \exp\{I_{uu}(n)\} \sigma^{-1} = \frac{bN}{2\sigma} 10^{-\frac{1}{N}} \sum_{i=1}^d n_i \lg n_i,$$

где $I_{uu}(n)$ - энтропия (информация по Шеннону), определяемая из

$$I_{uu}(W_0) = M\{\ln W_0(\xi)\} = - \int_{-\infty}^{\infty} W_0(\xi) \ln W_0(\xi) d\xi,$$

σ - с.к.о, $b - N$ - объем выборки, d - число столбцов гистограммы, n_i - число наблюдений в i -м столбце гистограммы. Заметим, что для любых законов распределения величина K_H лежит в пределах 0, ... 2,066, причем максимальное значение $K_H = 2,066$ имеет гауссовское распределение. Кроме этого, удобнее использовать не коэффициент эксцесса k_3 , изменяющийся от 1 до ∞ , а контрэксцесс $k_3^{-0,5}$, значение которого может меняться в пределах от 0 до 1.

Для получения адекватной численной характеристики случайного процесса в присутствии корреляции необходимо задать число N измерений (элементов выборки), время каждого измерения τ и интервал T между последовательными измерениями, который может отличаться от τ на величину мертвого времени ($T - \tau$). После этого можно определить для этого набора данных так называемую N -точечную выборочную дисперсию при заданном числе измерений N и заданных величинах T и τ :

$$\sigma^2(N, T, \tau) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(\bar{y}_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{y}_j \right)^2. \quad (1)$$

В настоящее время общепринято [6] следовать предложению Дэйва Аллана [7, 8] и использовать выборочную дисперсию с $N = 2$ и $T = \tau$. Эта так называемая дисперсия Аллана

$\sigma_y^2(2, \tau, \tau)$, для которой используются также более короткие обозначения $\sigma_y^2(2, \tau)$ или $\sigma_y^2(\tau)$, может быть определена с использованием формулы (1), как

$$\sigma_y^2(\tau) = \left\langle \sum_{i=1}^2 \left(\bar{y}_i - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \bar{y}_j \right)^2 \right\rangle = \frac{1}{2} \langle (\bar{y}_2 - \bar{y}_1)^2 \rangle. \quad (2)$$

Дисперсия Аллана и квадратный корень из нее, называемый иногда стандартным отклонением или девиацией Аллана, опираются на измерение разности двух соседних последовательных измерений длительности цикла, а не на измерение отклонения длительности цикла от среднего значения, как в случае классического определения стандартного отклонения. Для заданного интервала τ $\bar{y}_i = (\bar{x}_{i+1} - \bar{x}_i) / \tau$. Подстановка последнего соотношения в формулу (2) дает $\sigma_y^2(\tau) = \langle (\bar{x}_{i+2} - 2\bar{x}_{i+1} + \bar{x}_i)^2 \rangle / 2\tau^2$.

В случае линейного дрейфа длительности цикла, $y(t) = \alpha t$, где α задает скорость дрейфа. С учетом того, что $\bar{y}_1 = [\alpha t_0 + \alpha(t_0 + \tau)] / 2$ и $\bar{y}_2 = [\alpha(t_0 + \tau) + \alpha(t_0 + 2\tau)] / 2$, из формулы (3.13) следует, что $\sigma_y(\tau) = \langle \alpha \tau / \sqrt{2} \rangle = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \tau$. Следовательно, линейный дрейф длительности цикла приводит к девиации Аллана, линейно зависящей от времени измерения τ .

При гармонической модуляции длительности цикла

$$y(t) = \frac{\delta v_0}{v_0} \sin(2\pi f_m t), \quad (3)$$

где f_m - частота модуляции. Подстановка (3) в (2) дает $\sigma_y(\tau) = \frac{\delta v_0}{v_0} \frac{\sin^2(\pi f_m \tau)}{\pi f_m \tau}$ [6].

Отсюда видно, что вклад частотной модуляции в девиацию Аллана становится равным нулю при $\tau = 1/f_m$, то есть когда время τ кратно периоду модуляции $1/f_m$ и влияние модуляции обнуляется при усреднения по времени. Девиация максимальна при $\tau \approx n / (2f_m)$, где n - целое нечетное число.

Для случайных вариаций длительности цикла можно в первом приближении аппроксимировать спектральную плотность частотного шума степенной функцией вида $S(f) = h_\alpha f^\alpha$, что соответствует следующей природе шума: белый фазовый шум ($\alpha = 2$), фазовый фликкер-шум ($\alpha = 1$), белый частотный шум ($\alpha = 0$), частотный фликкер-шум ($\alpha = -1$), шум случайных блужданий частоты ($\alpha = -2$). При этом дисперсию Аллана можно также аппроксимировать степенной функцией $\sigma_y^2(\tau) = k_\mu \tau^\mu$. Между величинами α и μ существует зависимость $\mu = -\alpha - 1$. Эта зависимость однозначно выполняется в диапазоне $-2 \leq \alpha \leq +1$, при этом для фазовых шумов ($\alpha = 1$ и $\alpha = 2$), которые проявляются на малых интервалах измерения, существует определенная неоднозначность [9]. Иначе говоря, белый фазовый шум во временной области выглядит так же, как и фазовый фликкер-шум. Для преодоления этого недостатка была предложена так называемая модифицированная дисперсия Аллана [10]

$$\text{Mod } \sigma_y^2 = \frac{1}{3} \left\langle \left[\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \bar{y}_{i+k+n, \tau_0} - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \bar{y}_{i+k, \tau_0} \right) \right]^2 \right\rangle.$$

Модифицированная дисперсия Аллана устраняет указанную неоднозначность за счет искусственного сужения полосы пропускания измерительной системы, но она обладает повышенной чувствительностью белому шуму фазы.

Дополнительно можно использовать для оценки гистограммы показатели, полученные с помощью метода триангуляционной интерполяции, суть которого состоит в представлении гистограммы в виде равнобедренного треугольника. Так называемый "Индекс Святого Георга" равен ширине основания треугольника, приближенного к гистограмме распределения интервалов. Величина основания гистограммы рассматривается как

основание треугольника, полученного при аппроксимации распределения методом наименьших квадратов. При этом для вычисления этого основания на оси времени гистограммы задаются некоторыми точками A и B , после чего конструируется мультлинейная функция $q(t)$, такая, что $q(t) = 0$ для $t \leq A$ и $t \geq B$, и интеграл $\int_0^{+\infty} (D(t) - q(t))^2 dt$ минимален при

всех возможных значениях между A и B . Другой показатель, называемый триангуляционным индексом, равен отношению общего количества интервалов к высоте гистограммы (ее моде). Иными словами, триангуляционный индекс – интеграл плотности распределения D , отнесенный к максимуму плотности распределения [11].

На рис. 1 приведены гистограммы распределения времени t поворота руки робота “PUMA” на заданный угол [12]. Схват робота с оптическим датчиком положения многократно перемещался в одной и той же плоскости, но с разными законами изменения скорости. Для случая a он был “трапецеидальным”, а для b – “треугольным”. Средние значения t в обоих экспериментах были примерно одинаковыми.



Рис. 1.

Гистограммы распределения времени t поворота руки робота “PUMA” на заданный угол

Схема измерения времени движения показана на рис. 2. Оптический датчик 1, состоящий из источника света и фототранзистора, реагирует на изменение светового штока. В двух крайних положениях неподвижно установлены светонепроницаемые пластины 2 и 3. Открытие светового потока датчика при его перемещении из начального положения 2 запускает таймер 4 на измерение времени движения, а перекрытие его в конечном положении пластиной 3 останавливает измерение. В результате многократного повторения движений формируется статистический массив для t , по которому строится гистограмма. Динамические свойства электромеханической системы робота, в том числе деформации звеньев и элементов кинематических пар, величины зазоров, силы трения и прочее проявлялись по-разному в зависимости от закона движения и инерционных нагрузок. Это явно отразилось на различии в законах распределения для t .

Для сравнения гистограмм как оценок эмпирической плотности распределения обычно используются так называемые критерии однородности [13]. Одним из примеров критерия однородности является самый общеупотребительный критерий χ^2 , аналогичный критерию согласия Пирсона. Этот критерий, как, впрочем, и все остальные традиционные критерии однородности, не чувствителен к форме гистограмм и не годится для сравнения сложных форм распределений. Поэтому для сравнения сложных дискретных форм гистограмм и для определения степени (случайности) их сходства целесообразно использовать корреляционный критерий [14], основанный на вычислении коэффициента корреляции ординат двух гистограмм после нормировки каждой из них на плотность нормального распределения, подобранную по среднему значению и дисперсии, а также критерий ранговой корреляции, основанный на вычислении статистики Спирмэна для ординат сравниваемых гистограмм. Кроме этих методов может использоваться мера

Кульбака отличия распределения $f(x)$ от заданного $f_0(x)$ $H = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \ln[f(x)/f_0(x)] dx$, где $f(x)$ - в плотность распределения вероятностей флуктуаций (вариаций) временных интервалов, показавшая высокую эффективность при решении задач диагностики таких цикловых машин, как звенья часового механизма, редуктор и турбоагрегат [15].

Для проверки устойчивого соответствия форм гистограмм законам движения эксперименты повторяли. Для этого заново воспроизводили закон движения и процесс измерения t . Пунктиром на рис. 1 показаны гистограммы, полученные при повторном воспроизведении экспериментов. Близкое совпадение соответствующих гистограмм свидетельствует об устойчивом соответствии между динамическими свойствами механизма и соответствующими законами распределения для t . Покажем, что это обусловлено наличием детерминированной функциональной зависимости законов распределения $f(p_i, t)$ от параметров p_i .

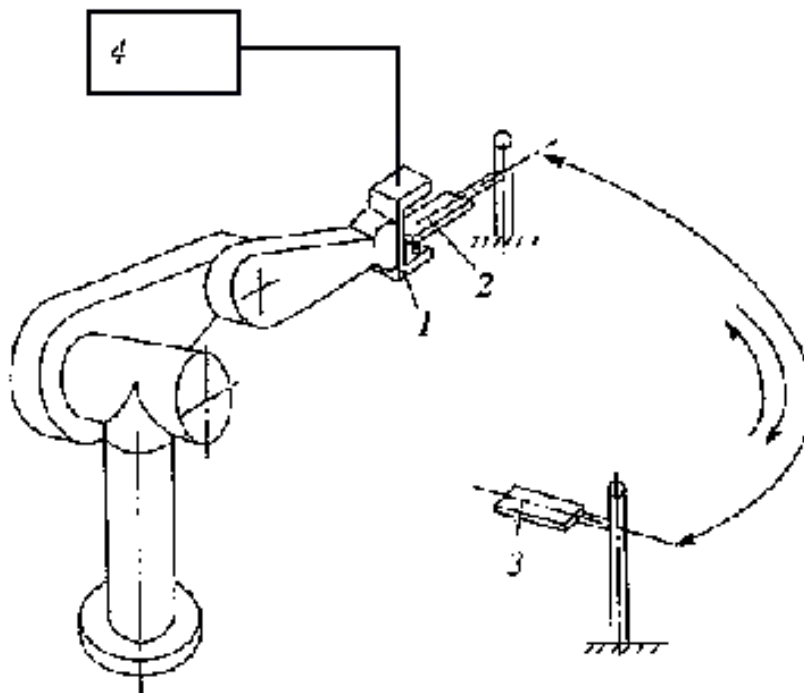


Рис. 2.

Схема измерения времени движения

Пусть $x(t)$ - обобщенная координата динамической системы. Вероятностное описание $x(t)$ как случайного процесса возможно, если он является марковским процессом [16, 17]. Известно, что процессы, удовлетворяющие этому условию, описываются дифференциальными уравнениями первого порядка или системами дифференциальных уравнений первого порядка. К такой схеме описания сводится довольно большое количество реальных систем. Пусть уравнение динамической системы задано в общем виде

$$\dot{x} = F(p_1, p_2, \dots, p_n, x, t) + G\xi(t) \quad (4)$$

с начальным условием $x(t_0) = x_0$ при $t = t_0$. Здесь $G\xi(t)$ - случайное воздействие типа белого шума; G - интенсивность белого шума; p_i - параметры динамической системы, отклонения которых от допустимых величин вызывают появление дефекта.

Вероятностным описанием случайного процесса $x(t)$, удовлетворяющего уравнению (4), будет функция условной плотности распределения вероятностей $\varphi(p_1, p_2, \dots, p_n, x, t/x_0, t_0)$, которая является решением уравнения Колмогорова [16, 17]

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t_0} + k_1(p_i, x_0, t_0) \frac{\partial \varphi}{\partial x_0} + \frac{1}{2} k_2(p_i, x_0, t_0) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_0^2} = 0, \quad (5)$$

где $k_1(p_i, x_0, t_0)$ и $k_2(p_i, x_0, t_0)$ - коэффициенты сноса и диффузии соответственно. Они определяются из уравнения движения (4) [16, 17]

$$k_1(p_i, x_0, t_0) = \lim_{\Delta t_0 \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t_0} [F(p_i, x, t) \Delta t_0 + m_\varepsilon(t) \Delta t_0],$$

$$k_2(p_i, x_0, t_0) = \lim_{\Delta t_0 \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t_0} \int_t^{t+\Delta t_0} \int K_\varepsilon(t_1, t_2) dt_1 dt_2,$$

где $K_\varepsilon(t_1, t_2)$ - корреляционная функция случайного возмущения $G\xi(t)$. Для стационарного случайного возмущения типа белого шума с нулевым математическим ожиданием $m_\varepsilon(t) = 0$ и дисперсией $\sigma^2 = G$ функция $K_\varepsilon(t_1, t_2)$ - это дельта-функция $\delta(\tau)$, где $\tau = t_2 - t_1$.

Из уравнения Колмогорова (5) можно получить уравнение для функции $f(p_i, x_0, t)$ - плотности вероятности распределения времени первого достижения случайным процессом $x(t)$ заданной величины x_i [17, 18]. Полагая процесс стационарным, уравнение для $f(p_i, x_0, t)$ имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = k_1(p_i, x_0) \frac{\partial f}{\partial x_0} + \frac{1}{2} k_2(p_i, x_0) \frac{\partial^2 f}{\partial x_0^2} \quad (6)$$

с начальными и граничными условиями: $f(p_i, x, t_0) = \delta(t - t_0)$; $f(p_i, x_0, t) = \delta(x - x_0)$; $f(p_i, x_1, t) = \delta(x - x_1)$. В этом уравнении (6) коэффициенты сноса и диффузии не зависят от времени. Для задач диагностики и идентификации уравнение (6) дает важный результат. Его решение определяет закон распределения времени достижения обобщенной координатой $x(t)$ заданного значения x_1 как детерминированную функцию параметров p_i динамической системы. Зарождение дефекта (отклонение δp_k) влечет за собой изменения коэффициентов $k_1(p_i, x_0)$ и $k_2(p_i, x_0)$ в уравнении (6) и, как следствие, меняет функцию $f(p_i, x_0, t)$. Это будет признаком возникновения дефекта. Поскольку каждая неисправность специфическим образом меняет функции $k_1(p_i, x_0)$ и $k_2(p_i, x_0)$, характерные изменения будут наблюдаться и у $f(p_i, x_0, t)$. Имея предварительно полученный набор распределений (гистограмм) для каждого дефекта и предъявляя к распознаванию экспериментально полученную гистограмму, по результатам сравнения можно определить конкретный дефект. На рис. 3 приведены гистограммы распределения времени поворота платформы робота "Универсал-5" на заданный угол (a - исходное состояние; b - увеличенная сила трения в червячном зацеплении; v - зазор в муфте; z - увеличен зазор в червячном зацеплении). Диагностированию подвергали механизм поворота - червячный редуктор, соединенный муфтой с электродвигателем. В механизм "внедряли" заранее известные дефекты. Схема измерения времени та же, что и на рис. 2. Дефекты были связаны с качеством изготовления и сборки. Это зазор в червячном зацеплении, увеличенная сила трения в червячном редукторе, зазор в муфте между двигателем и редуктором. Для каждого дефекта получены гистограммы характерной формы, которые легко идентифицировать. Пунктиром показаны гистограммы при повторном внедрении дефектов и воспроизведении измерений.

Однако особенность дефектов механических систем состоит в непрерывном эволюционном характере развития от стадии зарождения до аварийного отказа. Кроме того, в сложных системах возникновение одного дефекта стимулирует возникновение другого, так что возможно очень широкое разнообразие сочетаний различных дефектных состояний. В такой ситуации предварительное создание "банка дефектов" с соответствующими законами распределения практически невозможно.

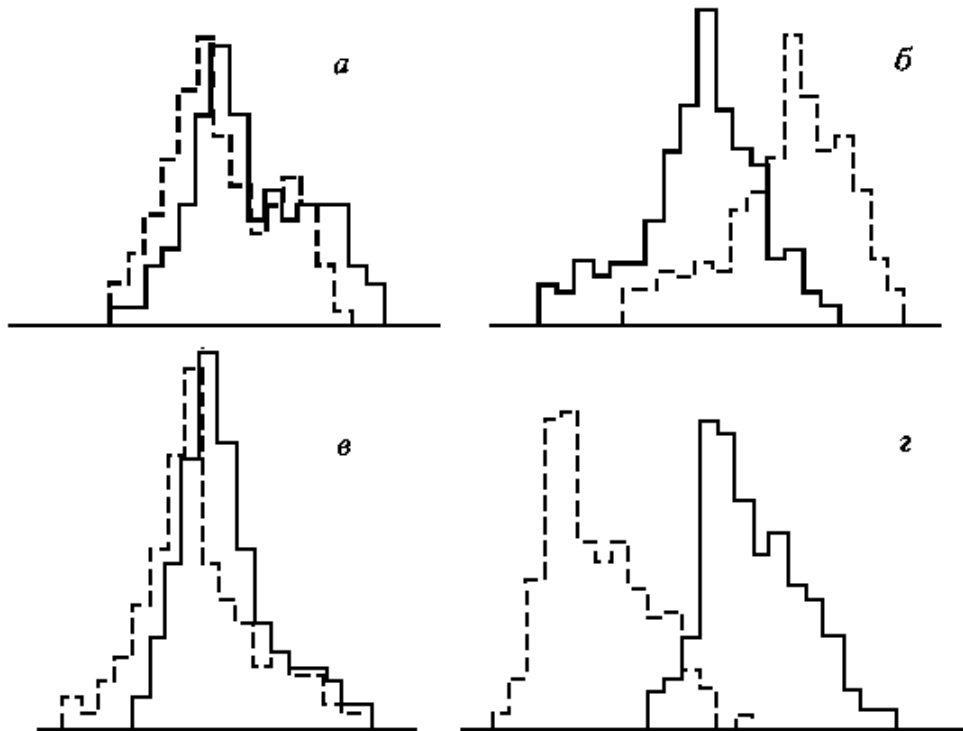


Рис. 3

Гистограммы распределения времени поворота платформы робота "Универсал-5" на заданный угол

В этой ситуации локализацию дефектов эффективно проводить на основе регистрации и анализа дополнительных диагностических сигналов, которые непосредственно связаны с процессом формирования дефектов [19]. Например, для механизмов поворотных столов станков такими параметрами являются угловая скорость поворота ω и ускорение ϵ планшайбы - платформы, на которой закрепляют обрабатываемые детали (рис. 4). Характер изменения осциллограммы ω и максимальные значения ускорений ϵ планшайбы при торможении свидетельствуют о появлении дефекта в механизме торможения. Дефект состоит в засорении дросселирующих отверстий механизма торможения фрагментами износа и разрушения материала уплотнения поршня гидроцилиндра привода поворота планшайбы. Значительные динамические нагрузки, многократно возникающие при торможении, ведут к смещению планшайбы и потере точности поворотным столом, браку деталей и длительным аварийным простоям оборудования. Таким образом, предлагаемый метод в данном случае будет играть роль индикатора, превентивно на ранних стадиях сигнализирующего о зарождении дефекта и необходимости проведения более глубокой диагностической процедуры.

Предъявленные к распознаванию гистограммы отражают не только собственные свойства динамической системы, как это следует из уравнения (3), но и метрологические свойства измерительного тракта для интервалов времени. Процесс измерения обладает неизбежными погрешностями, которые имеют свой закон распределения $w(t)$, определяемый свойствами измерительной системы. Погрешность измерения создает маскирующий фон, который усиливает неопределенность законов распределения $f(p_i, x_0, t)$. На практике это сказывается в "размытии" форм гистограмм и снижении надежности распознавания.

В первом приближении модель случайной составляющей измеряемого интервала t можно представить в виде суммы

$$t = t_1 + t_2, \quad (7)$$

где t_1 и t_2 - случайные компоненты, определяемые свойствами динамической и измерительной систем соответственно. Согласно этой модели, экспериментально полученные законы распределения $f^*(p_i, x_0, t)$ в виде гистограмм (рис. 1) - это композиции

законов распределения $f(p_i, x_0, t)$ и $w(t_2)$:

$$f^*(p_i, x_0, t) = f(p_i, x_0, t_1)w(t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} f(p_i, x_0, t_1)w(t-t_1)dt_1.$$

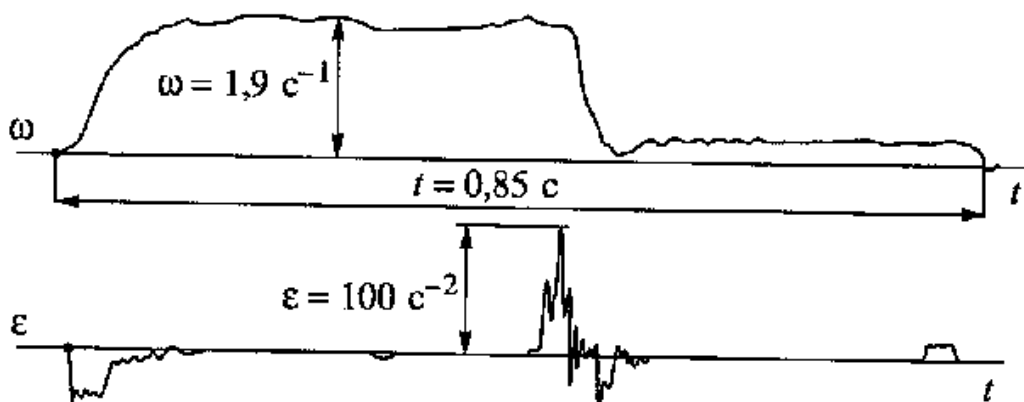


Рис. 4

Угловые скорость поворота ω и ускорение ϵ планшайбы - платформы, на которой закрепляют обрабатываемые детали

Следовательно, "образы" дефектов в форме гистограмм зависят от принятой схемы измерения и не являются универсальными. Для надежности всей процедуры распознавания важно, чтобы функция $w(t_2)$ обладала свойством стационарности и минимально зависела от свойств диагностируемой системы. Функция $w(t_2)$ в основном определяется погрешностью устройства, запускающего и останавливающего таймер на измерение времени. Если это устройство (датчик на рис. 2) не меняет своих характеристик в процессе эксплуатации и с изменением состояний диагностируемой системы, то свойство стационарности закона $w(t_2)$ обеспечено. Дело в том, что точность измерения времени самим таймером может быть практически любой разумной величиной, так что его собственная погрешность значительно меньше погрешности датчика. Свойство стационарности желательно и для компоненты t_1 в (7). Оно обеспечивается свойством времени t как физического параметра. Измеряемый интервал - это время достижения обобщенной координатой одной и той же постоянной величины. Это означает, что при многократном повторении измерений будет действовать один и тот же комплекс факторов при формировании t_1 и в эксперимент не будут вовлекаться новые, ранее не учтенные. Кроме того, в результате каждого измерения интервала времени его величина формировалась на всем протяжении изменения обобщенной координаты. В процессе этого изменения происходит взаимная нейтрализация различных нестационарных источников возмущений и только после этого заканчивается измерение интервала времени. Этим диагностический сигнал (время t) выгодно отличается от виброакустического сигнала [20], который реагирует на весь комплекс возмущений в каждое мгновение и поэтому обладает ярко выраженным свойством нестационарности. Для времени t нет необходимости в аппаратной и алгоритмической фильтрации нестационарной составляющей. Признаком устойчивости и стационарности t является близкое совпадение форм гистограмм при повторном воссоздании схемы измерения и воспроизведении экспериментов.

В заключение следует отметить, что результаты измерения времени получаются в цифровом виде, что исключает этап аналогово-цифрового преобразования и связанного с ним искажения исходной информации.

Список литературы

1. Пронякин В.И. Проблемы диагностики циклических машин и механизмов // Измерительная техника. – 2008. - № 10. – С.9-13.

2. Киселев М.И., Пронякин В.И. Фазовый метод исследования циклических машин и механизмов на основе хронометрического подхода // Измерительная техника. – 2001. - № 9. – С.15-18.
3. Понтрягин Л.С., Андронов А.А., Витт А.А. О статистическом рассмотрении динамических систем // Журнал экспериментальной и теоретической физики. - 1933. - Т. 3. Вып. 3. – С.165-180.
4. Алешин А.К. и др. Способ диагностирования механизмов машин: А.С. № 1393623 // Б.И. 1988, № 17.
5. Новицкий П.В., Зюграф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.
6. Rutman J. Characterization of phase and frequency instabilities in precision frequency sources: fifteen years of progress. – Proc. IEEE. – 1978. – V.66. – P. 1048-1075.
7. Allan D.W. Statistics of atomic frequency standards. – Proc. IEEE. – 1966. - V. 54. – P.221-230.
8. Barnes J.A., Chi A.R., Cutler L.S., Leeson D.B., McGunidal T.E., Mulla J.A., Smith W.L., Sydnor R.L., Vessot R.F.C., Winkler G.M.R. Characterization of frequency stability. – IEEE Trans. Instrum. Meas. – 1971. – V. IM-20. – P.105-120.
9. Крошкин А.Н. Соотношения для оценки характеристик нестабильности частоты и погрешностей временной синхронизации // Измерительная техника. – 2000. - № 10. – С. 33-37.
10. Allan D.W., Barnes J. A modified “Allan variance” with increased oscillator characterization ability // Proceedings of the 35th Ann. Freq. Control Symposium. – Ft. Monmouth, NJ, Electronic Industries Association, 1981. – P. 470-475.
11. Алешин А.К. Диагностика динамических систем циклического действия // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2002. - № 6. – С.100-105.
12. Алешин А.К., Ковалева Н.Л., Фирсов Г.И. Оценка статистических характеристик законов движения в задачах диагностики цикловых механизмов // Южно-Сибирский научный вестник. – 2014. - № 1(5). - С.57-61.
13. Вариабельность сердечного ритма. Стандарты измерения, физиологической интерпретации и клинического использования. – Вестник аритмологии. – 1999. - № 11. – С. 52-77.
14. Шноль С.Э. Космофизические факторы в случайных процессах. – Stockholm: Svenska fysikarkivet, 2009. - 388 с.
15. Назолин А.Л. Обнаружение дефектов машин и механизмов циклического действия по временным и виброакустическим параметрам // Необратимые процессы в природе и технике. Часть II. - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. - С.231-235.
16. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. - М.: Наука, 1968. – 449 с.
17. Болотин В.В. Случайные колебания механических систем. - М.: Наука, 1986. – 335 с.
18. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. - М.: Сов. радио, 1977. – 488 с.
19. Нахапетян Е.Г. Контроль и диагностирование автоматического оборудования. - М.: Наука, 1990. – 272 с.
20. Добрынин С.А., Фельдман М.С., Фирсов Г.И. Методы автоматизированного исследования вибрации машин. - М.: Машиностроение, 1987. - 224 с.