

УДК 62-235

ДИНАМИЧЕСКОЕ ГАШЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ В АВТОМОБИЛЬНОЙ ТРАНСМИССИИ НА ПЕРЕДАЧАХ “OVERDRIVE”

© Константин Борисович Саламандра, Леонид Иосифович Тывес

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

ksalamandra@yandex.ru

Аннотация. При постоянной частоте оборотов двигателя и на скоростях автомобиля, соответствующих наиболее длительному режиму движения, решается задача динамического гашения колебаний, передающихся на трансмиссию от двигателя внутреннего сгорания. Применение методики позволяет снизить износ зубчатых передач, уменьшить шум и вибрацию, что повышает ресурс и улучшает энергосберегающие показатели трансмиссии.

Ключевые слова. Гашение колебаний, трансмиссия, передачи, коробка передач, двигатель внутреннего сгорания, автомобиль.

DYNAMIC DAMPING IN AUTOMOTIVE TRANSMISSIONS ON OVERDRIVE GEARS

K.B. Salamandra, L.I. Tyves

Institute of Machines Science of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract. At constant frequency of the engine revolutions and at continuous high speed of the vehicle the dynamic damping problem is studied. Explicated in this paper method redound to reduce wear of toothed gears, decrease noise and vibrations as well as enhance resource and improve power-savings of the transmission.

Keywords. Damping, transmissions, gears, gearbox, internal combustion engine, automotive vehicle.

Для автомобилей с двигателем внутреннего сгорания (ДВС) проблема гашения колебаний в трансмиссии остается актуальной в связи с улучшением качества дорожного покрытия, увеличением средней скорости движения и оснащением коробок передач (КП) повышающими ступенями – «overdrive». Именно на них осуществляется движение на крейсерских скоростях на большие расстояния.

В динамике из-за возможности резонансных режимов амплитуды колебаний механизмов трансмиссии могут быть существенными. Возникает угроза повышенного износа и снижения надёжности коробок передач, а также ухудшения условий комфорта пассажиров в салоне автомобиля. Требуется дополнительные технические решения для гашения колебаний на выходном валу КП при движении на крейсерских скоростях на повышающих ступенях.

В статье для зубчатой коробки передач, содержащей механизмы с неподвижными осями колес и планетарный дифференциал, решается задача синтеза динамических параметров модели выходного вала КП, обеспечивающих динамическое гашение колебаний [1, 2, 3]. Задача решается для двух самых высоких ступеней КП при фиксированных оборотах двигателя на двух частотах с максимальными амплитудами, найденными при разложении возмущающего воздействия двигателя в ряд Фурье.

Кинематическая схема 12-ти ступенчатой КП [4], взятой в качестве примера, представлена на рис. 1. Передаточные отношения ступеней и состояния муфт управления для каждой из них указаны в таблице 1.

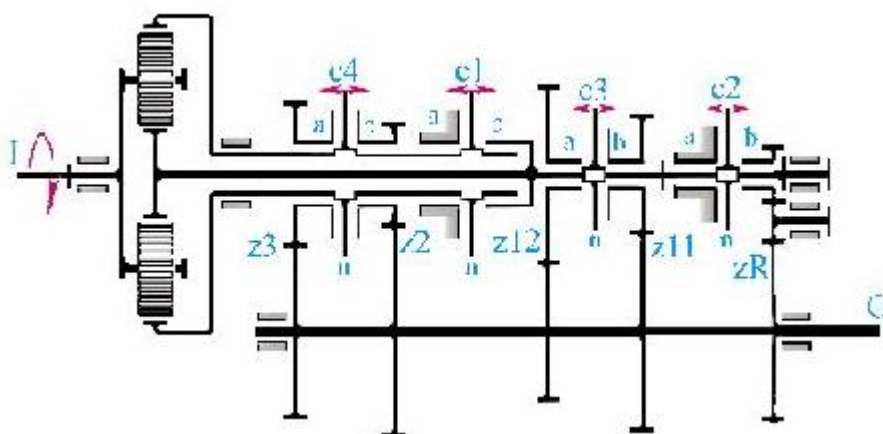


Рис. 1. Кинематическая схема 12-ти ступенчатой коробки передач.

I, O – соответственно входной и выходной валы; z_3 , z_2 , z_{11} , z_{12} и z_R – пары зубчатых колес постоянно находящиеся в зацеплении; c_1 , c_2 , c_3 , c_4 – муфты с тремя положениями: a, b – муфта соединена с соответствующим зубчатым колесом или валом, n – муфта выключена и находится в нейтральном положении.

Таблица 1.

№ ступени	Передаточное отношение, i	Состояние муфт							
		c1		c2		c3		c4	
		a	b	a	b	a	b	a	b
1.	2,997		×						×
2.	2,333						×		×
3.	2,128					×			×
4.	1,798			×					×
5.	1,339		×				×		
6.	1,121						×	×	
7.	0,977		×					×	
8.	0,916					×		×	
9.	0,826		×			×			
10.	0,586			×				×	
11.	0,535	×					×		
12.	0,330	×				×			
R1	-3,0		×		×				
R2	-1,2	×			×				

Структура КП предполагает постоянное зацепление ведущих шестерён на входном валу I и ведомых колёс на выходном валу O. Включение в работу той или иной пары означает включение той или иной муфты. Входной вал I соединен с коленчатым валом ДВС, который является источником не только движущего момента, передаваемого КП, но и периодических возмущений. Выходной вал КП через элементы трансмиссии связан с ведущими колёсами автомобиля.

Наибольшая часть времени движения автомобиля приходится на движение с большими скоростями при включенных повышающих ступенях. При этом скорость вращения коленчатого вала двигателя не максимально допустимая, а примерно равна 3000 оборотов в минуту. Для рассматриваемой КП наивысшие ступени 11 и 12 реализуются включением муфт c_1 и c_3 , при этом вращение на выходной вал O передается зубчатыми

парами z_{11} или z_{12} . Именно для установившихся движений на этих ступенях целесообразно решить задачу гашения колебаний, обусловленных особенностями работы ДВС.

Гармонический анализ переменного момента ДВС и выбор гармоник, подлежащих гашению, является важным этапом решения задачи динамического гашения колебаний. Внешние вращающие моменты, действующие на кривошипы коленчатого вала ДВС, являются сложными многопараметрическими функциями. Их представляют [5] в виде:

$$M_{jГ}(q, p_c, p_{i0}) + M_{jИ}(q, \dot{q}),$$

где $M_{jГ}$ - момент от газовых сил рабочего процесса ДВС j -го цилиндра; $M_{jИ}$ - момент неуравновешенных сил инерции шатунно-поршневой группы j -го цилиндра; q, \dot{q} - угол поворота и угловая скорость кривошипа; p_c, p_{i0} - давление в цилиндре в конце хода сжатия и установившееся значение среднего индикаторного давления рабочего цикла.

Принимаемые обычно меры по уравниванию сил инерции шатунно-поршневой группы приводят к тому, что только $M_{jГ}$ определяет силовую функцию двигателя. Момент на коленчатом валу от газовых сил одного цилиндра определяется [5] по формуле:

$$M_{jГ} = V_u \cdot (p_c \cdot K(q) + p_{i0} \cdot S(q)),$$

где V_u - рабочий объем цилиндра; $K(q)$ и $S(q)$ - безразмерные компрессорная и индикаторная силовые характеристики одного цилиндра ДВС. Аппроксимирующие функции этих характеристик и их коэффициенты, которые зависят от степени сжатия топливно-воздушной смеси в цилиндре, типа двигателя (карбюраторный, дизель, роторно-поршневой и т.п.) и числа тактов, приведены в [5]. p_c и p_{i0} определяются при тяговом расчете двигателя.

В качестве примера был произведен расчет рабочего процесса и характеристик бензинового четырехцилиндрового четырехтактного ДВС Opel A16XER [6]. Его характеристики: максимальная мощность 85 кВт при 6000 об./мин., степень сжатия 10,8, рабочий объем цилиндров 1598 куб.см., максимальный крутящий момент 155 Нм при 4000 об./мин, порядок работы цилиндров 1 - 3 - 4 - 2.

Силовые функции (зависимость крутящего момента M от угла поворота коленчатого вала q) для каждого из четырех цилиндров выбранного двигателя показаны на рис. 2: сплошная линия - рабочие такты в первом цилиндре, точечная линия - в третьем цилиндре, штриховая - в четвертом цилиндре, штрихпунктирная - во втором. Кривые сдвинуты друг относительно друга на пол оборота коленчатого вала в соответствии с тактом зажигания.

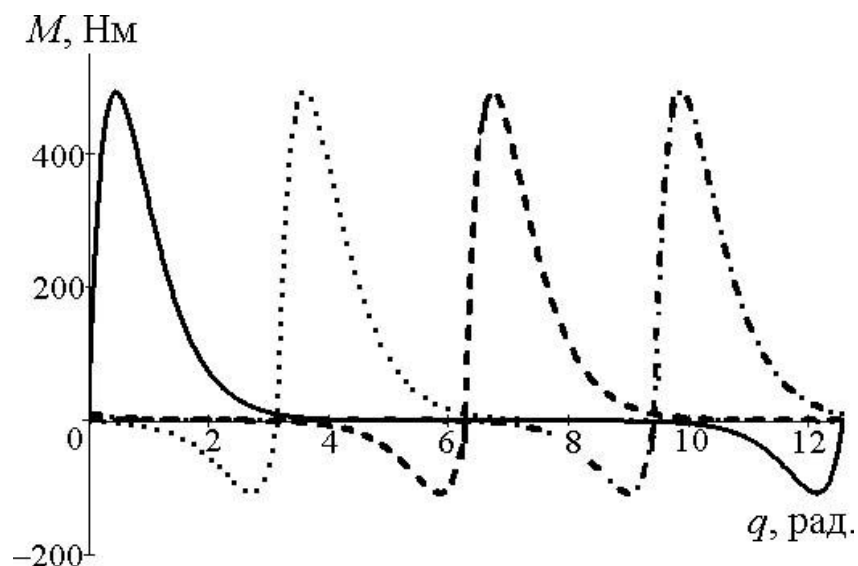


Рис. 2. Силовая функция четырех цилиндров двигателя Opel A16XER.

Из графика на рис. 2 видно, что, например, в первом цилиндре в диапазоне от 0 до π выполняется рабочий ход, в это время в третьем цилиндре происходит сжатие топливовоздушной смеси. А в диапазоне от π до 4π последовательно выполняется рабочий ход в третьем, четвертом и втором цилиндрах при этом в первом цилиндре происходят такты выхлопа, всасывания и сжатия.

Сложением моментов воздействия на коленчатый вал получаем кривую с периодом колебаний π (рис. 3).

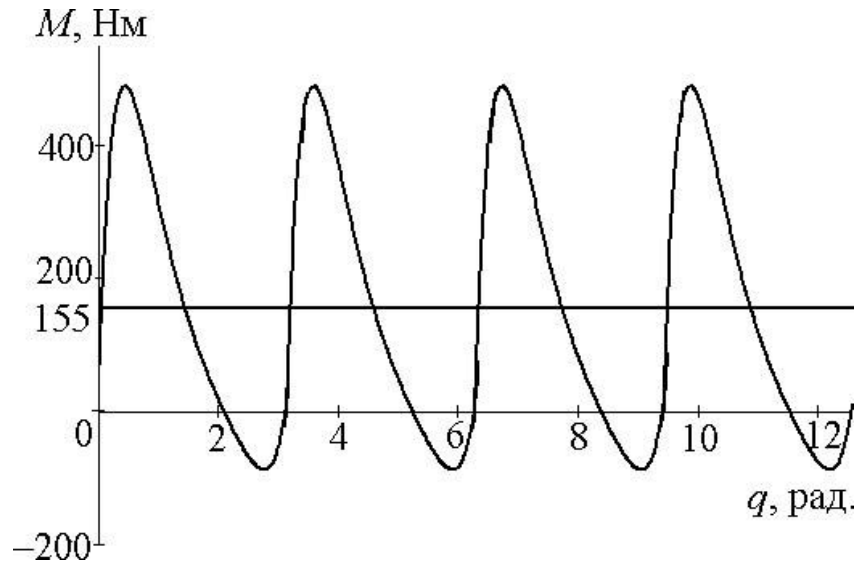


Рис. 3. График зависимости момента ДВС от оборотов коленчатого вала.

Среднее значение крутящего момента примерно равно 155 Нм, что соответствует технической характеристике двигателя. Это означает, что эмпирические коэффициенты безразмерных компрессорной $K(q)$ и индикаторной $S(q)$ функций выбраны верно, и силовая функция ДВС построена правильно.

Разложением суммарной силовой функции на периоде π в ряд Фурье [7] получены амплитуды гармоник ряда, которые монотонно убывают (рис. 4).

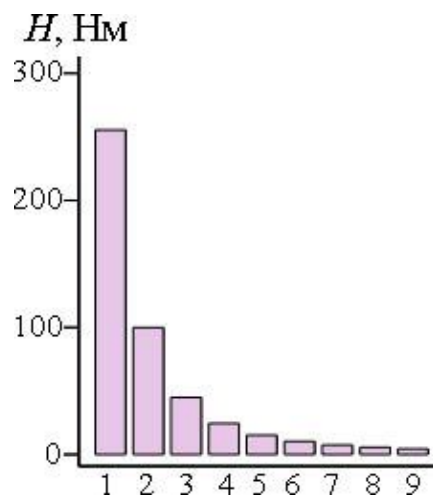


Рис. 4. Величины амплитуд гармонических колебаний от числа разложений.

Наибольшие амплитуды – это амплитуды первой и второй гармоник: $H_1 = 255,34$ Нм, $H_2 = 99,89$ Нм. Для снижения пульсаций крутящего момента ДВС и уменьшения вибраций, передаваемых на элементы трансмиссии и корпус транспортного средства, между

двигателем и коробкой передач устанавливаются демпферы. Демпфер состоит из ведущего и ведомого дисков, движение между которыми передается с помощью поперечно размещенных пружин. Чем меньше жесткость пружин и больше их длина, тем лучше демпфирующие характеристики, при этом усложняется конструкция и увеличиваются габаритные размеры устройства. Использование демпфера примерно в 5 раз уменьшает амплитуды колебаний момента ДВС [8].

Таким образом, величины амплитуд гармоник для рассматриваемого ДВС будут равны $H_1^* = 51$ Нм, $H_2^* = 20$ Нм. Будем осуществлять гашение колебаний колёс выходного вала КП, соответствующих этим гармоникам при принятой ранее скорости вращения коленчатого вала ДВС равной 3000 об./мин, что соответствует частоте изменения суммарного момента $\omega_1 = 314$ рад/сек. Амплитуда второй гармоники соответствует удвоенной частоте $\omega_1, \omega_2 = 628$ рад/сек.

Динамическая модель выходного вала КП в этом случае – это последовательность инерционных элементов в виде незадействованных на рассматриваемых движениях зубчатых пар z_2, z_3, z_R и зубчатой пары z_{11} или z_{12} . При движении на установившихся крейсерских скоростях динамическая модель относительных колебаний выходного вала КП имеет вид на рис. 5, где моменты инерции агрегатов автомобиля показаны в виде неподвижного корпуса.

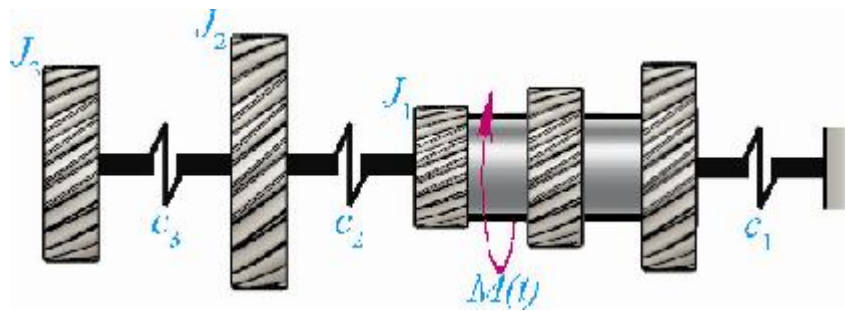


Рис. 5. Динамическая модель выходного вала коробки передач.

Задача синтеза динамического гасителя колебаний зубчатых пар колес z_{11} и z_{12} относительно условно неподвижных агрегатов автомобиля сводится к синтезу моментов инерции зубчатых колес z_2, z_3 и жесткостей участков вала между ними.

Решение задачи динамического гашения колебаний на двух частотах возмущающего воздействия $M(t)$ предполагает наличие системы, как минимум, с тремя степенями свободы. В связи с тем, что спектр частот возмущающего воздействия $M(t)$ при фиксированном числе оборотов коленчатого вала не зависит от включенной ступени КП, для гашения колебаний на двух самых высоких ступенях пары зубчатых колёс z_{11}, z_{12} и z_R на выходном валу O конструктивно объединены в жесткий блок.

В принятых выражениях момент инерции зубчатого колеса

$$J = \frac{\pi \cdot \rho \cdot l \cdot R^4}{2}$$

ρ – плотность материала, кг/м³; l – ширина колеса, м; R – радиус делительной окружности колеса, м (далее R – радиусы колёс на входном валу КП, r – на выходном). В дальнейшем нижний индекс при l, R и r указывает принадлежность к той или иной зубчатой паре; нижний индекс при передаточном отношении i соответствует номеру ступени в табл. 1. Массой участков вала между зубчатыми колесами пренебрегаем в виду их незначительности по сравнению с массами зубчатых колес.

В динамической модели момент инерции J_1 – это момент инерции упомянутого ранее блока с учетом приведенных к нему моментов инерции зубчатых шестерён незадействованных на рассматриваемых движениях:

$$J_1' = \frac{\pi\rho}{2} \cdot (l_{z11} R_{z11}^4 \cdot i_{11}^2 + l_{z12} r_{z12}^4 + l_{z11} r_{z11}^4 + l_{zR} r_{zR}^4 + l_{zR} R_{zR}^4 i_{R1}^2)$$

или

$$J_1'' = \frac{\pi\rho}{2} \cdot (l_{z12} R_{z12}^4 \cdot i_{12}^2 + l_{z12} r_{z12}^4 + l_{z11} r_{z11}^4 + l_{zR} r_{zR}^4 + l_{zR} R_{zR}^4 i_{R1}^2)$$

в зависимости от включенной передачи 12-ой или 11-ой соответственно. Для рассматриваемой модели и решения поставленной задачи важно, чтобы при переключении с одной высокой ступени на другую момент инерции J_1 не менялся $J_1' = J_1'' = J_1$. Учитывая равенство межосевого расстояния зубчатых пар z11 и z12, можем записать

$$R_{z12} = \frac{1 + i_{11}}{1 + i_{12}} \cdot R_{z11},$$

и далее, приравняв друг другу записанные выше выражения моментов инерции J_1' и J_1'' , найдём условие независимости значения J_1 от включенной передачи:

$$\frac{l_{z11}}{l_{z12}} = \frac{(1 + i_{11})^4 \cdot i_{12}^2}{(1 + i_{12})^4 \cdot i_{11}^2}.$$

Для значений передаточных отношений передач z11 и z12 (см. табл. 1: $i_{11} = 0,535$ и $i_{12} = 0,33$) получим $l_{z12} = 1,48 \cdot l_{z11}$.

Моменты инерции масс пар зубчатых колес z2 и z3 определяются приведенными моментами J_2 и J_3 :

$$J_2 = \frac{\pi\rho}{2} l_{z2} \cdot (R_{z2}^4 \cdot i_1^2 + r_{z2}^4)$$

$$J_3 = \frac{\pi\rho}{2} l_{z3} \cdot (R_{z3}^4 \cdot i_7^2 + r_{z3}^4)$$

Жесткости участков вала между приведенными моментами инерции обозначим соответственно c_1 , c_2 и c_3 : $c_j = \frac{G \cdot J_{pj}}{h_j}$, ($j = 1, 2, 3$), где G – модуль сдвига (для круглого сечения вала $G \cong E/2$, E – модуль упругости), J_{pj} – полярный момент инерции сечения вала

(для круглого сечения вала $J_{pj} = \frac{\pi \cdot R_j^4}{2}$, R – радиус вала), h_j – длина участка вала.

Крутящий момент $M(t)$ действует на J_1 . Динамическая модель имеет три степени свободы. Абсолютные углы поворота φ_1 , φ_2 и φ_3 зубчатых колес – обобщенные координаты модели.

Решение задачи динамического гашения колебаний на первом этапе базируется на рассмотрении модели без диссипации энергии, которая позволяет построить амплитудно-частотную характеристику и получить аналитическое выражение для частот антирезонанса, как функцию динамических параметров модели.

Динамика модели описывается системой трёх линейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\varphi}_1 + c_1 \varphi_1 + c_2 (\varphi_1 - \varphi_2) &= M \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 + c_2 (\varphi_2 - \varphi_1) + c_3 (\varphi_2 - \varphi_3) &= 0 \\ J_3 \ddot{\varphi}_3 + c_3 (\varphi_3 - \varphi_2) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Для случая установившихся колебаний при моногармоническом воздействии $M = H \cdot \sin \omega t$, где $H = \text{const}$, а ω – параметр, будем искать решение в виде $\varphi_j = A_j \cdot \sin \omega t, j = 1, 2, 3$. После подстановки этих решений в (1) и сокращений получим неоднородную систему линейных алгебраических уравнений относительно $A_j(\omega)$:

$$\begin{aligned} (c_1 + c_2 - J_1 \cdot \omega^2)A_1 - c_2 A_2 &= H \\ -c_2 A_1 + (c_2 + c_3 - J_2 \cdot \omega^2)A_2 - c_3 A_3 &= 0 \\ -c_3 A_2 + (c_3 - J_3 \cdot \omega^2)A_3 &= 0 \end{aligned}$$

и, далее амплитудно-частотные характеристики:

$$A_1(\omega) = \frac{\Delta_1}{\text{Det}}, \quad A_2(\omega) = \frac{\Delta_2}{\text{Det}}, \quad A_3(\omega) = \frac{\Delta_3}{\text{Det}},$$

где
$$\text{Det} = \begin{vmatrix} c_1 + c_2 - J_1 \cdot \omega^2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 - J_2 \cdot \omega^2 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 - J_3 \cdot \omega^2 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} H & -c_2 & 0 \\ 0 & c_2 + c_3 - J_2 \cdot \omega^2 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 - J_3 \cdot \omega^2 \end{vmatrix}; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} c_1 + c_2 - J_1 \cdot \omega^2 & H & 0 \\ -c_2 & 0 & -c_3 \\ 0 & 0 & c_3 - J_3 \cdot \omega^2 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} c_1 + c_2 - J_1 \cdot \omega^2 & -c_2 & H \\ -c_2 & c_2 + c_3 - J_2 \cdot \omega^2 & 0 \\ 0 & -c_3 & 0 \end{vmatrix}.$$

При $\text{Det} = 0$ имеют место резонансы системы; при $\Delta_j = 0$ – антирезонансы.

В соответствии с поставленной выше задачей необходимо, чтобы антирезонансы функции $A_1(\omega)$ соответствовали частотам ω_1 и $\omega_2 = 2 \cdot \omega_1$.

Раскрыв определитель матрицы Δ_1 , получим биквадратное уравнение:

$$J_2 \cdot J_3 \cdot \omega^4 - (c_2 \cdot J_3 + c_3 \cdot J_3 + c_3 \cdot J_2) \cdot \omega^2 + c_2 \cdot c_3 = 0$$

Оба решения биквадратного уравнения относительно ω^2 положительные:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{(c_2 \cdot J_3 + c_3 \cdot J_3 + c_3 \cdot J_2) \pm \sqrt{(c_2 \cdot J_3 + c_3 \cdot J_3 + c_3 \cdot J_2)^2 - 4 \cdot c_2 \cdot c_3 \cdot J_2 \cdot J_3}}{2 \cdot J_2 \cdot J_3} \quad (2)$$

и должны удовлетворять условию $\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} = 4$, откуда:

$$0,4 \cdot (c_2 \cdot J_3 + c_3 \cdot J_3 + c_3 \cdot J_2) = \sqrt{c_2 \cdot c_3 \cdot J_2 \cdot J_3} \quad (3)$$

Подстановка $\beta = \frac{J_3}{J_2}$, $\gamma = \frac{c_3}{c_2}$ и рассмотрение γ , как параметра, приводит (3) к квадратному уравнению относительно β :

$$\beta^2 \cdot (\gamma + 1)^2 + \beta \gamma \cdot (2\gamma - 4,25) + \gamma^2 = 0 \quad (4)$$

Решение уравнения (4):

$$\beta_{1,2} = \frac{-\gamma(2\gamma - 4,25) \pm \sqrt{\gamma^2(2\gamma - 4,25)^2 - 4\gamma^2(\gamma + 1)^2}}{2 \cdot (\gamma + 1)^2}$$

Так как $\beta > 0$ и $\gamma > 0$, то решение уравнения (4) возможно при $\gamma^2(2\gamma - 4,25)^2 - 4\gamma^2(\gamma + 1)^2 \geq 0$, которое сводится к неравенству $\gamma \leq 0,5625$.

Квадратное уравнение (4) может быть решено относительно γ , в этом случае также получим $\beta \leq 0,5625$.

Условие (3) представлено в виде графика на рис. 6. Каждому значению β , кроме $\beta = 0,5625$, соответствует два значения γ . И наоборот каждому значению γ , кроме $\gamma = 0,5625$, соответствует два значения β .

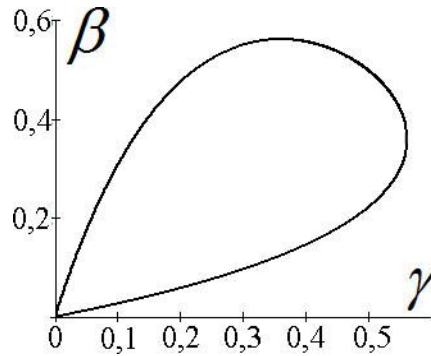


Рис. 6. График зависимости β от γ .

Произведем замену $J_3 = \beta \cdot J_2$, $c_3 = \gamma \cdot c_2$ в решении (2) для ω_1 , тогда получим уравнение, которое после преобразований и подстановки значения $\omega_1 = 314$ рад./сек, сводится к выражению:

$$\frac{1}{2\beta} \cdot \left((\beta + \gamma\beta + \gamma) - \sqrt{(\beta + \gamma\beta + \gamma)^2 - 4\gamma\beta} \right) = 314^2 \cdot \frac{J_2}{c_2} \quad (5)$$

Уравнения (4) и (5) определяют область параметров c_2 , c_3 , J_2 и J_3 , приводящих к динамическому гашению колебаний идеализированной модели выходного вала КП. Определив из условий прочности участков выходного вала КП параметры c_2 и γ , с помощью выведенных условий рассчитываются остальные параметры рассматриваемой динамической системы.

Для примера возьмем $\gamma = 0,4$, тогда из (4) получим два значения $\beta_1 = 0,558$ и $\beta_2 = 0,146$. Для более близких значений J_2 и J_3 примем $\beta = 0,558$. Если принять $c_2 = 8 \cdot 10^5$ Нм (что соответствует диаметру вала 48 мм) и подставить значения β , γ и c_2 в уравнение (5), получим $J_2 = 2,7$ кг·м². Тогда $J_3 = 1,35$ кг·м², $c_3 = 1,78 \cdot 10^5$ Нм. Решение (2) от параметров J_1 и c_1 не зависит, но влияет на амплитудно-частотные характеристики системы. Если жесткость c_1 может быть строго определена из условия прочности вала, то момент инерции J_1 зависит от геометрических параметров колеса и может иметь различные значения. Уменьшая или увеличивая параметр J_1 , можно соответственно увеличивать или уменьшать величины резонансных частот относительно антирезонансных. Для иллюстрации примера и построения амплитудно-частотной характеристики примем $J_1 = J_2$, $c_1 = c_2$.

Второй этап решения задачи динамического гашения колебаний предполагает проверку эффективности гашения колебаний путем построения амплитудно-частотной характеристики при наличии диссипативных сил. В этом случае дифференциальное уравнение колебаний в соответствии с [3] будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\varphi}_1 + b_1 \dot{\varphi}_1 + (c_1 + c_2) \varphi_1 - c_2 \varphi_2 &= H \cdot \cos \omega t \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 + b_2 \dot{\varphi}_2 + (c_2 + c_3) \varphi_2 - c_2 \varphi_1 - c_3 \varphi_3 &= 0 \\ J_3 \ddot{\varphi}_3 + b_3 \dot{\varphi}_3 + c_3 \varphi_3 - c_3 \varphi_2 &= 0 \end{aligned} \quad (6),$$

где b_1, b_2, b_3 – коэффициенты диссипации, характеризующие потери в зацеплении, на перемешивание масла в картере КП, на трение в опорах валов, на вращение незадействованных зубчатых колес, дисков фрикционных муфт и др.

В отличие от инерционных и упругих параметров модели, которые рассчитываются по приведенным выше формулам, коэффициенты диссипации, зависящие как от особенностей конструкции, так и от условий эксплуатации могут быть определены в большинстве случаев только экспериментально, как, например, в исследовании потерь на трение в незадействованной фрикционной муфте трактора в [9]. Поэтому ниже в качестве примера и для оценки действенности предлагаемых решений по гашению колебаний будем строить амплитудно-частотные характеристики при значениях коэффициентов диссипации соответствующих доле величины критического затухания [2] свободных колебаний трех парциальных систем. Каждая из парциальных систем получена путем «замораживания в нулевом значении» двух из трех обобщенных координат [10]. Тогда уравнения системы (6) преобразуются к виду:

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\varphi}_1 + b_1 \dot{\varphi}_1 + (c_1 + c_2) \varphi_1 &= 0 \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 + b_2 \dot{\varphi}_2 + (c_2 + c_3) \varphi_2 &= 0 \\ J_3 \ddot{\varphi}_3 + b_3 \dot{\varphi}_3 + c_3 \varphi_3 &= 0 \end{aligned}$$

Величина критического затухания из первого уравнения для первой координаты $b_{кр1} = 2 \cdot \sqrt{J_1 \cdot (c_1 + c_2)}$. Из второго уравнения для второй координаты $b_{кр2} = 2 \cdot \sqrt{J_2 \cdot (c_2 + c_3)}$. Из третьего уравнения $b_{кр3} = 2 \cdot \sqrt{J_3 \cdot c_3}$.

В матричной форме система уравнений (6) описывается одним уравнением

$$\mathbf{J} \cdot \ddot{\Phi} + \mathbf{B} \cdot \dot{\Phi} + \mathbf{C} \cdot \Phi = \mathbf{M} \cdot \cos \omega t,$$

где $\mathbf{J} = \begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{pmatrix}$, $\Phi = \begin{pmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 \\ \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 \\ \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} H \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Решение этой системы уравнений ищется [3] в виде $\Phi = \mathbf{f}_1 \cdot \cos \omega t + \mathbf{f}_2 \cdot \sin \omega t$, где

$$\mathbf{f}_1 = \begin{pmatrix} f_{11} \\ f_{12} \\ f_{13} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \begin{pmatrix} f_{21} \\ f_{22} \\ f_{23} \end{pmatrix} \quad (\text{второй индекс при } f \text{ означает номер соответствующего}$$

инерционного элемента). \mathbf{f}_1 и \mathbf{f}_2 находят из системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} (\mathbf{C} - \mathbf{J} \cdot \omega^2) \cdot \mathbf{f}_1 + \mathbf{B} \cdot \omega \cdot \mathbf{f}_2 = \mathbf{M} \\ -\mathbf{B} \cdot \omega \cdot \mathbf{f}_1 + (\mathbf{C} - \mathbf{J} \cdot \omega^2) \cdot \mathbf{f}_2 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Из второго уравнения системы (7) выразим \mathbf{f}_1 через \mathbf{f}_2 и подставим в первое уравнение:

$$\begin{cases} \mathbf{f}_1 = (\mathbf{C} - \mathbf{J} \cdot \omega^2) \cdot (\mathbf{B} \cdot \omega)^{-1} \cdot \mathbf{f}_2 \\ ((\mathbf{C} - \mathbf{J} \cdot \omega^2) \cdot (\mathbf{C} - \mathbf{J} \cdot \omega^2) \cdot (\mathbf{B} \cdot \omega)^{-1} + \mathbf{B} \cdot \omega) \cdot \mathbf{f}_2 = \mathbf{M} \end{cases}$$

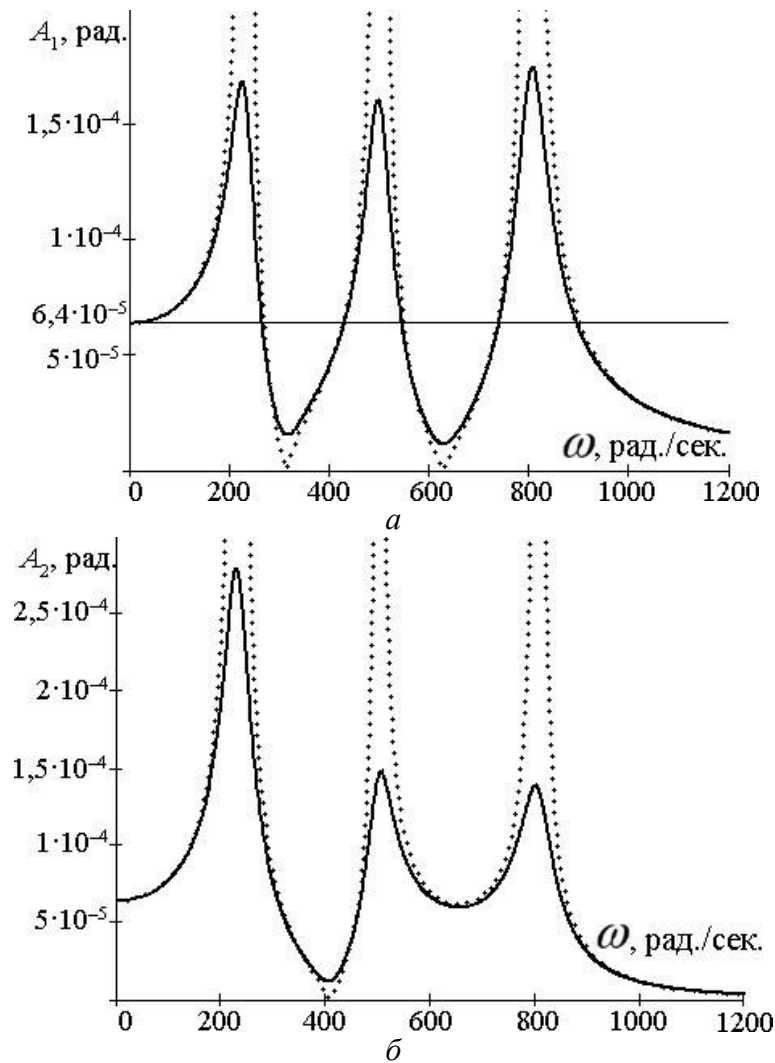
Тогда матрицы \mathbf{f}_1 и \mathbf{f}_2 определяются по формулам:

$$\begin{cases} \mathbf{f}_2 = \mathbf{M} \cdot ((\mathbf{C} - \mathbf{J} \cdot \omega^2) \cdot (\mathbf{C} - \mathbf{J} \cdot \omega^2) \cdot (\mathbf{B} \cdot \omega)^{-1} + \mathbf{B} \cdot \omega)^{-1} \\ \mathbf{f}_1 = \mathbf{M} \cdot (\mathbf{C} - \mathbf{J} \cdot \omega^2) \cdot (\mathbf{B} \cdot \omega)^{-1} \cdot ((\mathbf{C} - \mathbf{J} \cdot \omega^2) \cdot (\mathbf{C} - \mathbf{J} \cdot \omega^2) \cdot (\mathbf{B} \cdot \omega)^{-1} + \mathbf{B} \cdot \omega)^{-1} \end{cases}$$

Таким образом, будут получены две матрицы коэффициентов \mathbf{f}_1 и \mathbf{f}_2 . Значения амплитуд колебаний по каждой из трех координат определяются по формулам:

$$A_1 = \sqrt{f_{11}^2 + f_{21}^2}, \quad A_2 = \sqrt{f_{12}^2 + f_{22}^2}, \quad A_3 = \sqrt{f_{13}^2 + f_{23}^2}$$

Амплитудно-частотные характеристики для трех координат модели без учета и с учетом диссипации показаны на рис. 7. Для рассчитываемого примера коэффициенты диссипации b_1, b_2, b_3 выбраны равными 5% от соответствующих величин $b_{кр1}, b_{кр2}, b_{кр3}$ парциальных систем.



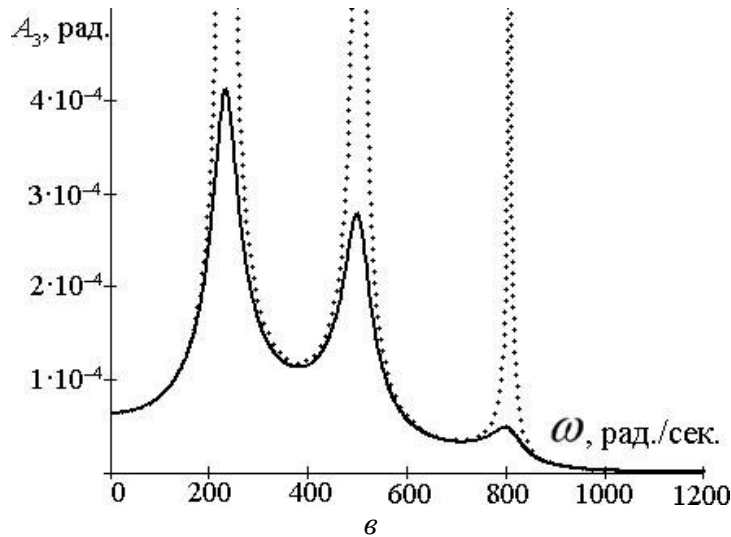


Рис. 7. Амплитудно-частотные характеристики динамической модели выходного вала КП: а – первого колеса; б – второго колеса; в – третьего колеса.

На графике (рис. 7, а) горизонтальной линией показан угол закручивания первого колеса под действием момента на выходном валу КП на 12-й ступени: $A_{12\max} = \frac{M_{12}}{c_1} = \frac{155 \cdot i_{12}}{8 \cdot 10^5} = 6,4 \cdot 10^{-5}$ рад. Таким образом, для принятой частоты колебаний момента ДВС 3000 об./мин и рассчитанных значениях c_2 , c_3 , J_2 и J_3 достигаются минимальные деформации первого колеса выходного вала КП. Численное совпадение $A_{12\max}$ с начальной амплитудой колебаний при $\omega = 0$ объясняется тем, что амплитуда первой гармоники почти совпадает с моментом, действующим на выходной вал на 12-й ступени $H_1^* \cong M_{12}$.

Выводы

1. Приведенная методика позволяет решить задачу динамического гашения колебаний для коробок передач, имеющих двухвальную компоновку. Недействующие зубчатые колеса используются, как динамический гаситель колебаний, передающихся от коленчатого вала двигателя на трансмиссию. Применение методики позволяет снизить износ зубчатых передач, уменьшить шум и вибрацию трансмиссии, что повышает ресурс и улучшает энергосберегающие показатели трансмиссии.
2. Для принятых частот колебаний найдены параметры динамической системы (жесткость участков вала, моменты инерции), при которых для задачи без диссипации энергии достигается антирезонанс.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований. Проекты № 13-08-01235 А и № 13-08-90419 Укр_ф_а.

Список литературы

1. Вульфсон И.И. Колебания в машинах: учеб. пособие для втузов. Изд. 3-е, доп. / И.И. Вульфсон; СПГУТД. – СПб., 2008.
2. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний: Учеб. пособие для вузов. – 3-е изд., перераб. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991.
3. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. / Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). – М.: Машиностроение, 1978 – Т. 1. Колебания линейных систем / Под ред. В.В. Болотина. 1978.

4. Крайнев А.Ф., Асташев В.К., Саламандра К.Б., Орешкин В.Е. Коробка передач // Патент России № 2391588. 2010. Бюл. № 16.
5. Вейц В.Л., Коловский М.З., Кочура А.Е. Динамика управляемых машинных агрегатов. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984.
6. <http://avtomanual.jimdo.com/general-motors-gm/двигатели-автомобилей-gm/двигатель-a16xer/>. Дата обращения 24.10.2013.
7. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – 13-е изд., исправленное. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986 г.
8. Bai Sh., Maguire J., Peng H. Dynamic analysis and control system design of automatic transmission. – SAE International, Warrendale, Pennsylvania, USA, 2013. – ISBN 978-0-7680-7604-2.
9. Щельцын Н.А., Шарипов В.М., Иванов И.В. и др. Исследование потерь на трение в фрикционных муфтах с гидropоджатием в коробках передач // Материалы 65-ой международной научно-технической конференции АИИ «Приоритеты развития отечественного автотракторостроения и подготовки инженерных и научных кадров». Секция 1. «Автомобили, тракторы, их агрегаты и системы». Подсекция «Тракторы». – М.: МГТУ «МАМИ», стр. 380-387, 2009 г.
10. Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний. – М.: Наука, 1972 г.