

УДК 539.3

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ В МОДЕЛИ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ С ТРАНСЛЯЦИОННО-ИЗОТРОПНЫМ УПРОЧНЕНИЕМ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА КРУЧЕНИЕ

© Иван Андреевич Волков, Андрей Иванович Волков,
Мария Тимофеевна Маркова, Иван Сергеевич Тарасов

Федеральное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования системы Федерального агентства морского и речного транспорта
pmptmygavi@yandex.ru

Аннотация. Приведена экспериментально-теоретическая методика определения материальных параметров модели пластического течения с кинематическим и изотропным упрочнением. Из экспериментов на кручение получены значения материальных параметров развитых определяющих соотношений термопластичности для стали 45. Для оценки достоверности используемых определяющих соотношений термопластичности и методики определения материальных параметров уравнений пластического деформирования конструкционных сталей проведено численное моделирование базового эксперимента. Показано, что разность экспериментальных и расчётных данных не превышает 5%. Проведены численные исследования сложного нагружения стали 45 при деформировании по двухзвенным ломаным траекториям и показано сравнение полученных численных результатов с данными натурных экспериментов, которое подтвердило правильность моделирования пропорционального и непропорционального пластического деформирования конструкционных сталей.

Введение.

Границы математической теории пластичности не являются столь четко очерченными, как границы теории упругости, так как пластические свойства весьма разнообразны и зависят от рассматриваемых материалов и внешних условий. В теории пластичности нет единого основного закона, подобно обобщенному закону Гука. Поэтому в теории пластичности большое место отводится вопросам установления законов связи между тензорами σ_{ij} , e_{ij} , e_{ij}^p для различных материалов, причем основной характерной чертой этих законов, в отличие от законов теории упругости, является зависимость напряженно-деформированного состояния от истории изменения параметров процесса. Это обстоятельство является отражением того экспериментального факта, что значения напряжений, деформаций являются функционалами процесса упругопластического деформирования материала. В соответствии с этим, в краевых задачах математической теории пластичности рассматривается вопрос об определении кинетики напряженно-деформированного состояния тел при заданной истории изменения внешних воздействий.

В настоящее время наибольшее развитие и практическое применение получили математические модели пластического течения с кинематически и изотропным упрочнением, в основе которых лежит постулат Друккера, следствием которого является выпуклость поверхности текучести и нормальность вектора скорости пластической деформации \dot{e}_p к поверхности текучести в точке нагружения. Гипотеза кинематического и изотропного упрочнения успешно используется при моделировании упругопластического деформирования конструкционных материалов (металлов и их сплавов). Анализируя ре-

зультаты численного моделирования и экспериментальные данные, было установлено, что для траекторий произвольной кривизны теория «течения» с кинематическим и изотропным упрочнением правильно описывает эффекты запаздывания в материалах. Численное моделирование сложного пластического деформирования металлов показало качественное и количественное соответствие для траекторий в виде многозвенных ломаных, плоских траекторий постоянной и переменной кривизны, пространственных винтовых траекторий [1].

Не смотря на достаточно большое количество публикаций посвященных проблемам упругопластического деформирования металлов и их сплавов при сложном нагружении, остается много нерешенных вопросов при их практической реализации. Стоит отметить, что публикации по методикам определения материальных параметров и скалярных функций эволюционных уравнений упругопластического деформирования практически отсутствуют. В большинстве случаев методики определения материальных параметров заключаются в «подборе» параметров путем минимизации отклонений результатов расчетов от экспериментальных данных, при этом наличие более трех констант в одном из определяющих соотношений термопластичности их однозначное определение простым подбором становится проблематичным [2].

Материальные параметры эволюционных уравнений пластического деформирования необходимо определять из базовых экспериментов, которые назначаются из условия, чтобы при определении группы материальных параметров, отвечающих данному физическому эффекту, влияние остальных параметров было минимальное. При такой постановке задачи количество определяемых материальных параметров не влияет на точность их определения [2].

В настоящей работе решена задача по определению материальных параметров и скалярных функций определяющих соотношений теории течения с трансляционно-изотропным упрочнением для стали 45 из экспериментов на кручение и проведены численные исследования сложного нагружения стали 45 при деформировании по двухзвенным ломаным траекториям непропорционального деформирования.

1. Определяющие соотношения термопластичности

В [1] развита математическая модель термопластичности с кинематических и изотропным упрочнением, описывающая процессы сложного пластического деформирования конструкционных материалов (металлов и их сплавов) при монотонных и циклических, пропорциональных и непропорциональных, режимах термосилового нагружения. Вариант определяющих соотношений основан на представлении о поверхности текучести и её трансформации в процессе термомеханического нагружения. Данный вариант уравнений термопластичности описывает основные эффекты сложного пластического деформирования металлов и их сплавов.

Для изменения радиуса поверхности текучести C_p (изотропное упрочнение) с учётом разделения процессов монотонного и циклического нагружения, принимается следующая структура:

$$\dot{C}_p = [q_\chi H(F_\rho) + a(Q_s - C_p)\Gamma(F_\rho)]\dot{\chi} + q_3\dot{T} \quad (1)$$

$$C_p = C_p^o + \int_0^t C_p^o dt, \quad \dot{\chi} = \left(\frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \right)^{1/2}, \quad \chi_m = \int_0^t \dot{\chi} H(F_\rho) dt, \quad \chi = \int_0^t \dot{\chi} dt \quad (2)$$

$$q_\chi = \frac{q_2 A \psi_1 + (1-A)q_1}{A \psi_1 + (1-A)}, \quad Q_s = \frac{Q_2 A \psi_2 + (1-A)Q_1}{A \psi_2 + (1-A)}, \quad 0 \leq \psi_i \leq 1, \quad i = 1, 2.$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \quad \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, \quad n_{ij}^e = \dot{e}_{ij}^e / (\dot{e}_{ij}^e \dot{e}_{ij}^e)^{1/2}, \quad n_{ij}^s = S_{ij} / (S_{ij} S_{ij})^{1/2}, \quad (3)$$

$$H(F_\rho) = \begin{cases} 1, F_\rho = 0 \wedge \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} > 0 \\ 0, F_\rho < 0 \vee \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} \leq 0 \end{cases}, \quad \Gamma(F_\rho) = 1 - H(F_\rho).$$

Здесь q_1, q_2, q_3 – модули изотропного упрочнения, Q_1 и Q_2 – модули циклического изотропного упрочнения, a – постоянная, определяющая скорость процесса стационарирования петли гистерезиса циклического деформирования материала, Q_s – стационарное значение радиуса поверхности текучести при данных ρ_{\max} и T , C_p^o – начальное значение радиуса поверхности текучести.

В уравнении (1) первый член описывает изотропное упрочнение в результате монотонного пластического деформирования ($H(F_\rho) = 1$ и $\Gamma(F_\rho) = 0$), второй член описывает циклическое упрочнение материала ($H(F_\rho) = 0$ и $\Gamma(F_\rho) = 1$), а третий – изменение радиуса поверхности текучести при изменении температуры.

Модуль изотропного упрочнения q_χ учитывает изменение изотропного упрочнения материала в зависимости от направления деформирования в данной точке нагружения – от изменения угла θ между вектором приращения девиатора деформаций, имеющим направляющие косинусы n_{ij}^e , и нормалью к поверхности текучести в точке, определяемой направляющими косинусами n_{ij}^s . При пропорциональном нагружении $\theta = 0$, $A = 0$ и $q_\chi = q_1$, где q_1 – модуль изотропного упрочнения материала при пропорциональном нагружении (одноосном растяжении материала). При непропорциональном нагружении $\theta = \frac{\pi}{2}$, $A = 1$ и $q_\chi = q_2$, где q_2 – модуль упрочнения при нагружении по касательной к поверхности текучести («нейтральное» нагружение).

Аналогично, в (1) для циклического изотропного упрочнения при циклическом пропорциональном нагружении $\theta = 0$ и $Q_s = Q_1$, а при циклическом непропорциональном нагружении $\theta = \frac{\pi}{2}$ и $Q_s = Q_2$. Тарировочные (весовые) коэффициенты ψ_1 и ψ_2 – параметры, позволяющие корректировать влияние модулей q_1, q_2, Q_1, Q_2 на изотропное упрочнение материала.

При стационарном циклическом деформировании материала с постоянной амплитудой деформаций и $T = const$ ($\rho_{\max} = const, Q_s = const$), радиус поверхности текучести C_p стремится к $Q_s = const$, и параметры петли гистерезиса стремятся к своему стационарному значению, определяемому значением Q_s зависящим от текущих значений T и ρ_{\max} .

Уравнение для смещения поверхности текучести основано на гипотезе А.А. Ильюшина, заключающейся в том, что упрочнение зависит от истории деформирования лишь на некоторой ближайшей части траектории (запаздывание векторных свойств). Внутренняя переменная ρ_{ij} , учитывающая анизотропию упрочнения пластического деформирования, удовлетворяет эволюционному уравнению [1]:

$$\dot{\rho}_{ij} = g_1 \dot{\epsilon}_{ij}^p - g_2 \rho_{ij} \dot{\chi} - g_3 \rho_{ij} \langle \dot{T} \rangle, \quad \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij} dt \quad (4)$$

где $g_1 > 0$, $g_2 > 0$ и $g_3 > 0$ — модули анизотропного упрочнения. Первый и второй члены этого уравнения отвечают за анизотропную часть деформационного упрочнения, а третий — за изменение ρ_{ij} в результате воздействия температуры T .

Уравнение (4) описывает известный пространственный эффект Баушингера и анизотропию векторных свойств при изменении направления деформирования (изломе траектории деформирования). Введение второго члена в это соотношение моделирует исчезающую память внутренней переменной ρ_{ij} (скорость изменения ρ_{ij} является разностью между двумя составляющими $g_1 \dot{e}_{ij}^p$ и $g_2 \rho_{ij} \dot{\chi}$).

Для характеристики поведения поверхности памяти необходимо сформулировать эволюционное уравнение для ρ_{\max} :

$$\dot{\rho}_{\max} = \frac{(\rho_{ij} \dot{\rho}_{ij}) H(F_p)}{(\rho_{mn} \rho_{mn})^{1/2}} - g_2 \rho_{\max} \dot{\chi} - g_3 \rho_{\max} \langle \dot{T} \rangle \quad (5)$$

2. Экспериментально-теоретическая методика определения материальных параметров и скалярных функций теории пластического течения с кинематическим и изотропным упрочнением.

Для практического применения уравнений термопластичности (1) – (5) необходимо иметь следующую информацию:

- зависимости $G(T)$, $K(T)$, $\alpha(T)$, где T – температура;
- зависимость начального радиуса поверхности текучести от температуры $C_p^0(T)$;
- зависимость модулей q_1 и q_3 монотонного изотропного упрочнения от χ_m и температуры;
- зависимости модуля циклического упрочнения $Q_1(\rho_{\max}, T)$;
- зависимость параметра $a(T)$;
- зависимость модулей кинематического упрочнения $g_1(T)$, $g_2(T)$, $g_3(T)$;
- зависимость модуля $q_2(\chi_m, T)$;
- зависимость модуля $Q_2(\rho_{\max}, T)$.

В качестве основных базовых экспериментов принимаются эксперименты на одноосное растяжение–сжатие и знакопеременное кручение цилиндрических лабораторных образцов, причём эксперименты на кручение позволяют в наиболее «чистом» виде определять материальные параметры модели, поскольку при их реализации практически отсутствует формоизменение образца вплоть до разрушения. Основные типы базовых экспериментов – изотермические при постоянных базовых температурах T_j ($j = 1, 2, \dots$).

Типы образцов – цилиндрический трубчатый и цилиндрический сплошной. Выбранные типы образцов должны обеспечивать однородное распределение полей напряжений деформаций и температур в пределах рабочей части и исключать возможность потери устойчивости и формоизменения образца при знакопеременном нагружении.

Для определения скалярной функции изотропного упрочнения материала $q_\chi(\chi_m)$ и модулей кинематического (анизотропного) упрочнения g_1 , g_2 проводятся испытания на знакопеременное кручение лабораторных образцов. Данные испытания реализуются путем «жесткого» нагружения с контролем остаточной деформации e_{12}^p на базе измерения в рабочей части образца при скоростях деформирования, для которых можно пренебречь эффектами ползучести за время эксперимента [2].

По результатам эксперимента при базовых постоянных значениях температуры T определяются:

- диаграмма деформирования $\sigma_{12}^{(+)} \sim e_{12}$ (рис. 1), здесь и далее пунктирной линией отмечены экспериментальные данные, а сплошной – численные расчёты полученные с использованием определяющих соотношений с кинематическим и изотропным упрочнением;
- геометрическое место обратных пределов текучести при сжатии $\sigma_{12}^{(+)} \sim e_{12}$ с заданным допуском на остаточную деформацию.

С использованием полученных экспериментальных данных строят экспериментальные зависимости напряжения при кручении $\sigma_{12}^{(+)}$ и обратных пределов текучести $\sigma_{12}^{(-)}$ от пластических деформаций e_{12}^p (рис. 2).

Ввиду отсутствия надёжных экспериментальных данных по знакопеременному кручению для построения кривой обратных пределов текучести $\sigma_{12}^{(-)} \sim e_{12}^p$ используется приближённая методика построения зависимости обратных пределов от величины пластической деформации [3].

Уравнение поверхности текучести при кручении примет вид

$$\sqrt{2}(\sigma_{12} - \rho_{12}) - C_p = 0. \quad (6)$$

Для определения параметров анизотропного упрочнения необходимо проинтегрировать эволюционное уравнение, описывающего изменение координат центра поверхности текучести (изменение тензора микронапряжений) в случае активного кручения.

$$\dot{\rho}_{12} = g_1 \dot{e}_{12}^p - g_2 \rho_{12} \dot{\chi}_m = \left(g_1 - \frac{2}{\sqrt{3}} g_2 \rho_{12} \right) \dot{e}_{12}^p. \quad (7)$$

Соотношение (7) примет вид:

$$\rho_{12} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{g_1}{g_2} \left(1 - e^{-\frac{2}{\sqrt{3}} g_1 e_{12}^p} \right), \quad (8)$$

где e – основание натуральных логарифмов; g_1 – тангенс угла наклона касательной к кривой $\rho_{12} \sim e_{12}^p$ в начале координат (рис. 1); $\rho_{12}^{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{g_1}{g_2}$ – предельное асимптотическое значение ρ_{12} при кручении (рис. 1). Отсюда определяются модули g_1 и g_2 анизотропного (кинематического) упрочнения. Также g_1 и g_2 достаточно просто определить путем регрессионного анализа экспериментальных данных в математических программных пакетах (например, MathCAD, MathLAB [2]).

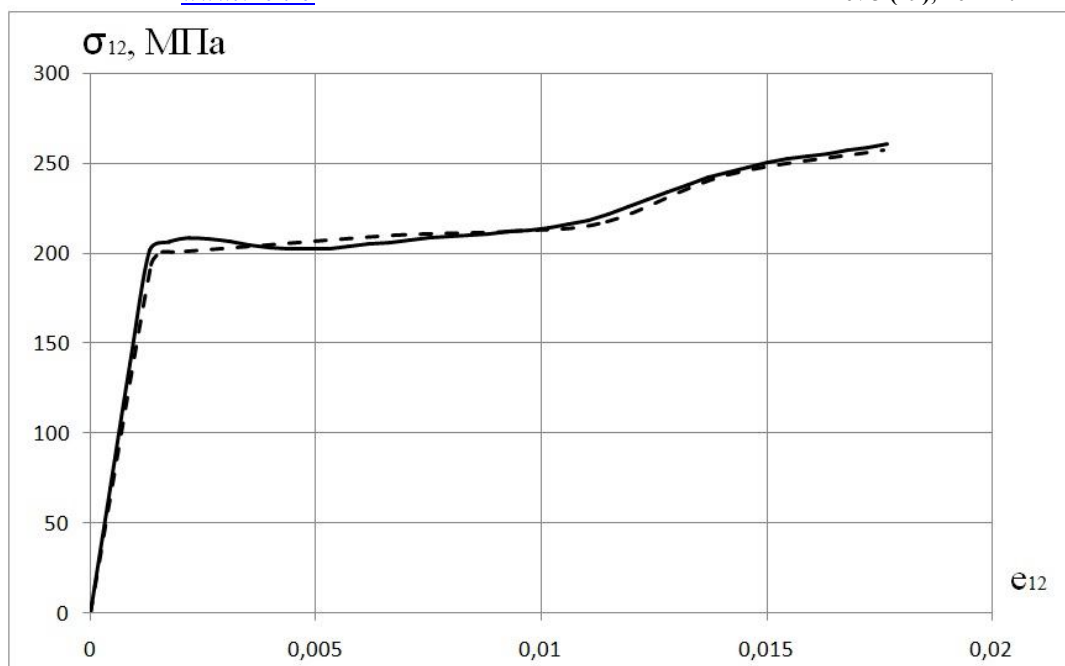


Рис. 1

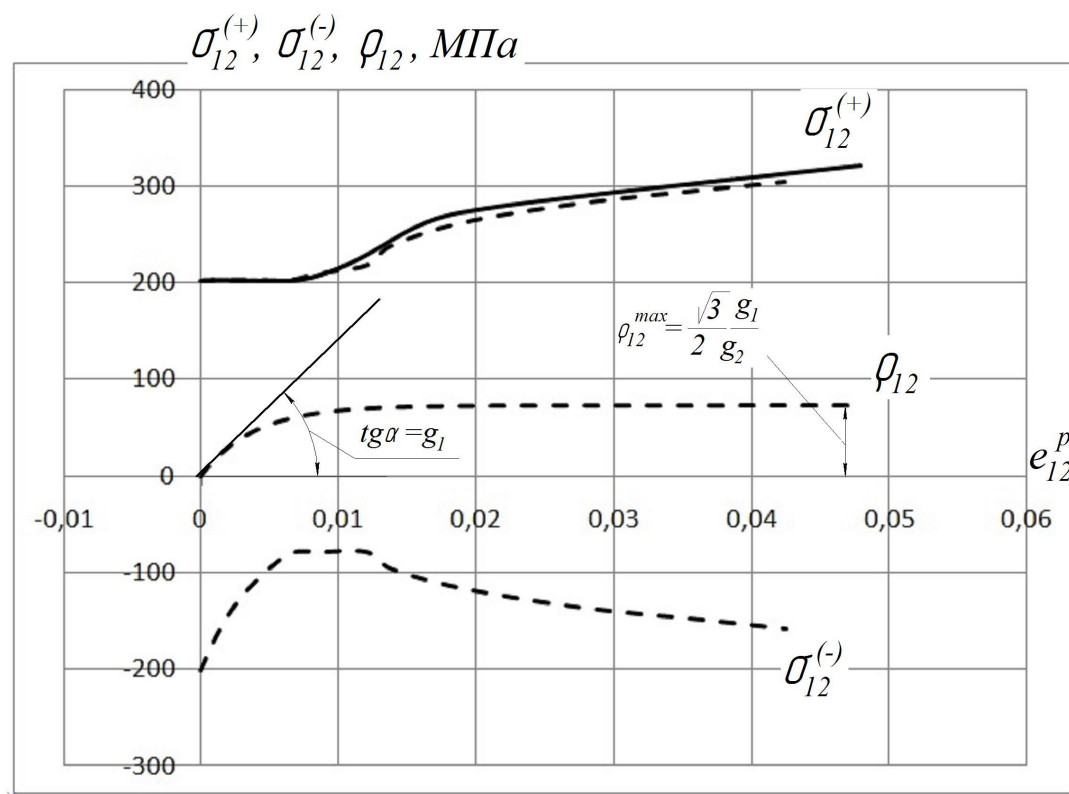


Рис. 2

Скалярная функция $q_\chi(\chi_m)$ в уравнении (1), характеризующая изотропное упрочнение при монотонном упругопластическом деформировании определяются из следующих соотношений:

$$q_1(\chi_m) = \frac{\partial C_p(\chi_m)}{\partial \chi_m} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{\partial \sigma_{12}^{(+)}}{\partial e_{12}^p} (1 + \delta_{12}) + \frac{\partial \delta_{12}}{\partial e_{12}^p} \sigma_{12}^{(+)} \right). \quad (9)$$

где $\delta_{12} = \sigma_{12}^{(-)} / \sigma_{12}^{(+)}$ – мера эффекта Баушингера при знакопеременном кручении (рис. 3).

Зависимость радиуса поверхности текучести $C_p \sim \chi_m$ представлена на рис. 4.

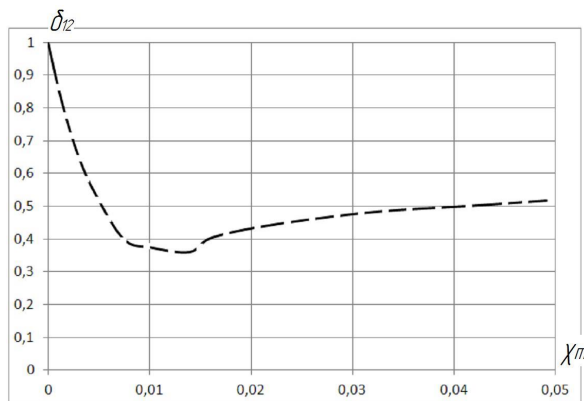


Рис. 3

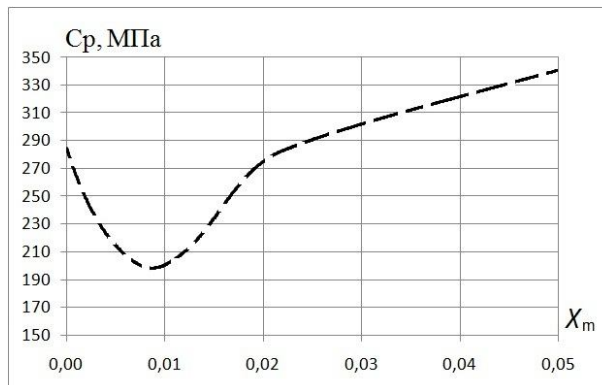


Рис. 4

По результатам экспериментальных исследований [4] и с использованием данной экспериментально-теоретической методики были получены материальные параметры и скалярные функции стали 45 (см. табл. 1, 2).

Таблица 1

Физико-механические характеристики стали 45	T=20 ⁰ C
K, МПа	168500
G, МПа	78500
C_p^0 , МПа	285
g_1 , МПа	19000
g_2	225

Таблица 2

χ_m	0	0,004	0,008	0,012	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
q_χ , МПа	-22070	-9500	-1970	5890	5000	2100	1850	1600	1350

На рис. 2 и в таблице 3 проведено сопоставление данных полученных в результате численного моделирования базового эксперимента и опытных значений. На рис. 2 красным цветом отмечена расчётная диаграмма деформирования, а чёрным – экспериментальная зависимость.

Таблица 3

Расчёт		Эксперимент			
e_{12}^p	σ_{12} , МПа	e_{12}^p	σ_{12} , МПа	C_p , МПа	ρ_{12} , МПа
0	201,6	0	201,6	285,0	0
0,000919	201,7	0,001126	202,2	282,1	2,18
0,00198	201,8	0,002425	202,3	236,2	4,45
0,003253	201,6	0,003984	202,3	217,7	47,64
0,005304	201,6	0,006495	202,3	200,3	59,99
0,007072	207,7	0,00866	209,1	200,7	65,78
0,009901	229,5	0,012124	218,0	225,1	70,34
0,011315	244,3	0,013856	238,0	244,3	71,48
0,015559	273,0	0,019053	262,0	282,9	72,94
0,022631	290,0	0,027713	282,4	306,2	73,40
0,029703	303,8	0,036373	295,8	325,7	73,45
0,034653	313,2	0,042435	304,5	338,9	73,46

В целом, анализируя полученные численные результаты моделирования базового эксперимента и их сравнение с экспериментальными данными, можно отметить качественное и количественное совпадение модельных представлений с опытными данными. Полученное расхождение (не более 5 %) вполне приемлемо для инженерных расчётов и сопоставимо с разбросом экспериментальных данных.

3. Схема интегрирования определяющих соотношений термопластичности

Определение основных характеристик процесса упругопластического деформирования материала (параметров состояния), которые в общем случае описываются тензорами σ_{ij} , e_{ij} , e_{ij}^p , ρ_{ij} и скалярами χ , χ_m , C_p и T может осуществляться двумя способами.

Первый способ заключается в интегрировании определяющих соотношений термопластичности по времени, для чего можно использовать любой из методов решения задачи Коши. Интегрирование — достаточно точный метод нахождения решений обыкновенных дифференциальных уравнений, но при численной реализации краевых задач механики деформируемого твердого тела, например, с помощью метода конечных элементов, возникают сложности из-за значительного увеличения времени вычислительного процесса.

Второй способ, при соответствующей формулировке определяющих соотношений и линеаризации алгоритма определения λ , сводится к написанию уравнений термопластичности в приращениях, которые зависят от выбранного шага по времени Δt . Шаг Δt может корректироваться при прохождении сложных участков траектории деформирования (например, изломом траектории) или же задаваться постоянным в течение всего расчетного времени при условии выполнения критерия устойчивости вычислений. Этот

способ наиболее удобен при решении краевых задач механики деформируемого твердого тела, так как при решении упругопластических задач, в которых параметры процесса деформирования зависят от истории нагружения, отпадает необходимость решения системы дифференциальных уравнений на каждом временном шаге. Именно он и применяется в данной работе.

Ниже проведена оценка применимости определяющих соотношений термопластичности [1], путём сопоставления полученных численных результатов с имеющимися в литературе экспериментальными данными и численными результатами, полученными другими авторами, по исследованию процессов сложного пластического деформирования стали 45 по двухзвенным ломаным траекториям непропорционального нагружения [4].

4. Сравнений численных результатов с экспериментальными данными.

В [4] приведены результаты экспериментальных исследований сложного пластического деформирования стали 45 при нагружении по двухзвенным ломанным траекториям, которые были получены в лаборатории механических испытаний кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности Тверского государственного технического университета на автоматизированном расчетно-экспериментальном комплексе СМ-ЭВМ под общим руководством профессора В.Г. Зубчанинова.

Образцы нагружались по заданной программе испытаний осевой силой P , крутящим моментом M в зависимости от изменения длины Δl , изменения срединного радиуса поперечного сечения ΔR и угла закручивания φ . Компоненты тензоров напряжений и деформаций в рабочей части образца вычислялись по формулам:

$$\sigma_{11} = \frac{P}{2\pi R h}, \quad \sigma_{12} = \frac{M}{2\pi R^2 h}, \quad \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0, \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{11}}{3}, \quad (10)$$

$$e_{11} = \frac{\Delta l}{l}, \quad e_{22} = \frac{\Delta R}{R}, \quad e_{12} = \frac{\varphi R}{2l}, \quad e_{13} = e_{23} = 0, \quad e_{33} \neq 0, \quad e_m = \frac{e_{11} + e_{22} + e_{33}}{3}.$$

Объёмная деформация считается упругой:

$$\sigma_m = 3K e_m, \quad (11)$$

где K – объёмный модуль упругости Бриджмена [1].

Векторы напряжений $\bar{\sigma}$ и деформаций $\bar{\varepsilon}$ в девизаторном пространстве А.А. Ильюшина с общим неподвижным репером $\{\bar{e}_k\}$ имеют вид:

$$\bar{\sigma} = S_k \bar{e}_k, \quad \bar{\varepsilon} = \mathcal{E}_k \bar{e}_k \quad (k=1,2,3) \quad (12)$$

Компоненты векторов S_k , \mathcal{E}_k напряжений $\bar{\sigma}$, деформаций $\bar{\varepsilon}$ и их модули σ , ε вычислялись по формулам:

$$S_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\sigma_{11} - \frac{1}{2} \sigma_{22} \right), \quad S_2 = 0, \quad S_3 = \sqrt{2} \sigma_{12},$$

$$\mathcal{E}_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} (e_{11} - e_m), \quad \mathcal{E}_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} (2e_{22} + e_{11} - 3e_m), \quad \mathcal{E}_3 = \sqrt{2} e_{12}, \quad (13)$$

$$\sigma = \sqrt{S_1^2 + S_3^2}, \quad \varepsilon = \sqrt{\mathcal{E}_1^2 + \mathcal{E}_2^2 + \mathcal{E}_3^2}.$$

При обработке экспериментальных данных [4] принималось условие несжимаемости $e_{11} + e_{22} + e_{33} = 0$ и считалось, что напряжённое состояние – плоское ($\sigma_{33} = 0$).

Эксперименты [4] выполнены по схеме «жесткого нагружения». В качестве траекторий сложного нагружения исследовалась плоская двухзвенная траектория в плоскости $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3$ девиаторного пространства деформаций А. А. Ильюшина.

При численном моделировании данных экспериментальных процессов с использованием развитых определяющих соотношений термопластичности [1] заданными являлись экспериментальные траектории деформаций (закономерности изменения компонент тензора деформации $e_{ij}(t)$), а траектории напряжений получились в результате интегрирования определяющих соотношений термопластичности по заданной истории изменения e_{ij} . Полученные численные результаты сопоставлялись с экспериментальными данными.

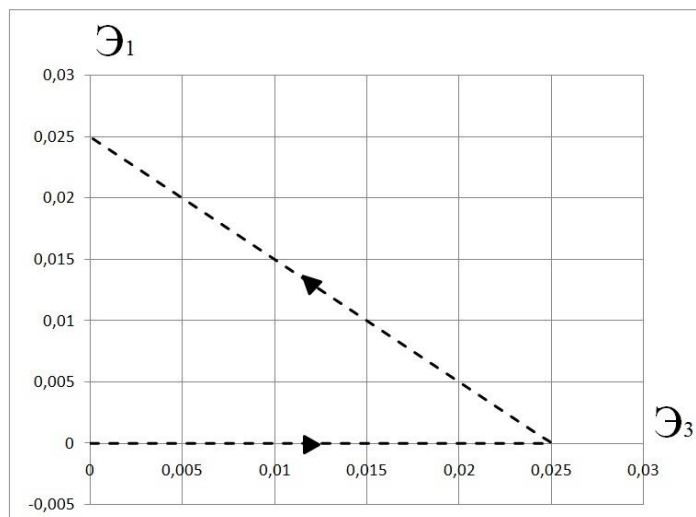
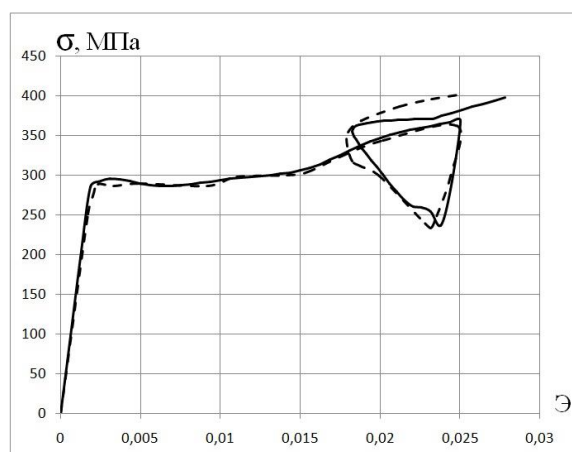
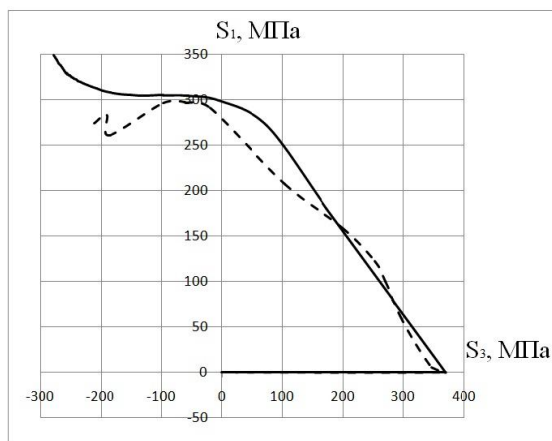


Рис. 5

На рисунке 5 представлена программа деформирования, по которой производились эксперимент и теоретический расчет на тонкостенном трубчатом образце из стали 45 [4]. Трубчатый образец закручивали до значения $\mathcal{E}_3 = 0,025$ за предел текучести. После излома траектории деформирования на 135° реализовывалось пропорциональное растяжение с кручением до значения компонент $\mathcal{E}_1 = 0,025$ и $\mathcal{E}_3 = 0$.

Для расчёта использовались физико-механические характеристики и материальные параметры определяющих соотношений стали 45, приведённые в табл. 1 – 2 (моделировалось кинематическое и изотропное упрочнение).



На рис. 6, 7 приведены результаты эксперимента и численных расчётов по заданной программе деформирования. Отклик в пространстве напряжений представлен на рис. 6, а на рис. 7 – диаграмма сложного пластического деформирования материала. Видно хорошее качественное и количественное совпадение опытных и модельных представлений, как по теории термопластичности [1].

5. Заключение.

Проведена оценка достоверности определяющих соотношений термопластичности с изотропным и кинематическим упрочнением [1] путём сопоставления результатов численных экспериментов с опытными данными по сложному пластическому деформированию по двухзвенной траектории сложного нагружения и численными результатами, которая подтвердила правильность моделирования пропорционального и непропорционального пластического деформирования конструкционных сталей и определения материальных параметров и скалярных функций развитых определяющих соотношений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-08-00204-а).

Список литературы

1. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 424 с.
2. Волков, И.А. Принципы и методы определения скалярных материальных параметров теории пластического течения с кинематическим и изотропным упрочнением. / И.А. Волков, Ю.Г. Коротких, Д.Н. Шишулин // Вычислительная механика сплошных сред. – 2010. Т. 3, №3. С. 46-57.
3. Тальтов Г.Б. Пластичность и прочность стали при сложном нагружении – Л.: Издательство Ленинградского университета, 1968. – 136 с.
4. Зубчанинов, В.Г. Численное моделирование процессов сложного упругопластического деформирования стали по двухзвенным ломанным траекториям. / В.Г. Зубчанинов, А.А. Алексеев, В.И. Гулятьев // Проблемы прочности и пластичности. Межвузовский сборник. Вып. 76. Часть 2. – Н. Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2014. С.