

УДК 534.1

РЕЗОНАНСНЫЕ НАСТРОЙКИ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ СТЕРЖНЕВОЙ СИСТЕМЫ С ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИМ ВОЗБУДИТЕЛЕМ КОЛЕБАНИЙ

© Владимир Константинович Асташев., Кирилл Александрович Пичугин

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, Москва, Россия
v_astashev@mai.ru

Аннотация. Исследована динамика ультразвуковой стержневой системы с пьезокерамическим возбудителем колебаний. На основе анализа уравнений колебаний электромеханической системы рассмотрены способы резонансной настройки. Выявлены основные особенности конструкций и поведения системы в резонансных режимах. Найдены пути выбора оптимальных параметров системы, при которых амплитуда колебаний рабочего элемента системы максимальна.

Пьезокерамические возбудители колебаний [1,2] широко применяются в стержневых колебательных системах ультразвуковых технологических установок, благодаря их преимуществам по сравнению с магнитострикционными возбудителями: небольшие размеры, высокая добротность и, как следствие, меньший нагрев колебательной системы. Недостатком пьезокерамики является ее хрупкость, что серьезно ограничивает максимально возможные нагрузки и, соответственно, эффективность технологической установки в целом.

Эффективность ультразвукового технологического процесса в значительной мере определяется амплитудой колебаний рабочего инструмента. Для получения максимальной амплитуды осуществляют резонансную настройку колебательной системы, содержащей возбудитель колебаний и стержневые волноводы, передающие колебания инструменту. Для построения такой резонансной системы необходимо отыскать условия ее резонансной настройки. Вместе с тем в работах, посвященных ультразвуковым технологическим системам [3,4], как правило, ограничиваются рассмотрением отдельных ее элементов, но не всей системы в целом. Исключение составляет, пожалуй, только книга [5], в которой рассмотрены частные случаи построения ультразвуковой колебательной системы с пьезоэлектрическим возбудителем.

В данной статье предпринята попытка рассмотрения динамики всей системы, поиска условий ее резонансной настройки и оптимальных параметров.

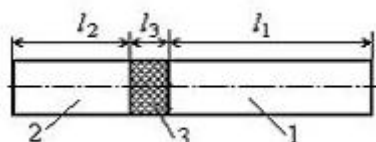


Рис. 1

1. На рис. 1 приведена схема ультразвуковой стержневой системы, состоящей из двух стержней 1 и 2, между торцами которых размещена пьезокерамическая пластина 3, служащая возбудителем колебаний. Работа пьезоэлектрического возбудителя колебаний

основана на использовании прямого и обратного пьезоэлектрических эффектов. При питании пьезоэлемента переменным электрическим напряжением $v = v_0 e^{j\omega t}$, где v_0, ω - амплитуда и частота переменного напряжения, возникающее между обкладками электрическое поле вызывает его деформацию (обратный пьезоэлектрический эффект). Со стороны присоединенных стержней действуют силы, противодействующие деформации, создающие механические напряжения в материале пьезокерамической пластины и вызывающие ее электризацию (прямой пьезоэлектрический эффект). Таким образом, при колебаниях пластины оба эффекта, прямой и обратный, работают одновременно.

Для описания колебаний системы произведем ее расчленение по местам стыковки элементов и заменим их взаимодействие силами, приложенными в узловых сечениях. Силы, действующие на смежные подсистемы в месте стыка, равны по величине и противоположны по направлению, т.е. отличаются только знаком

$$f_{31} = -f_{13}, f_{32} = -f_{23}, \quad (1)$$

Здесь первый индекс обозначает номер подсистемы, со стороны которой приложена сила, второй индекс - номер подсистемы, на которую действует сила.

Будем предполагать, что пьезокерамическая пластина имеет малую толщину $l_3 \ll \lambda$, где λ - длина волны в материале пластины, и поэтому деформацию пьезоэлемента можно считать однородной с относительной деформацией $\varepsilon = \Delta l_3 / l_3$, где Δl_3 - деформация пластины. Кроме того, учитывая малость толщины пластины и высокую добротность ее материала, в дальнейшем не учитываются инерционные и диссипативные характеристики пьезоэлемента. Тогда, вследствие однородности деформации, силы, действующие на пьезоэлемент $f_{32} = -f_{31}$ и согласно равенствам (1) силы $f_{13} = -f_{23}$. Для упрощения дальнейших записей обозначим $f_{31} = f_0$.

Будем рассматривать гармонические колебания системы, представляя движение сечения x_i любого из ее элементов ($i=1, 2, 3$) величиной $u_{ix}(t) = \tilde{a}_{ix} e^{j\omega t}$, где \tilde{a}_{ix} - комплексная амплитуда колебаний.

В дальнейшем нас будут интересовать амплитуды колебаний узловых сечений и конечного сечения $x_1 = l_1$ стержня 1. Для определения амплитуд колебаний этих сечений стержней запишем следующие уравнения:

$$\tilde{a}_{10} = \tilde{F}_0 L_{00}^{(1)}, \tilde{a}_{1l} = \tilde{F}_0 L_{0l}^{(1)}, \tilde{a}_{2l} = -\tilde{F}_0 L_{ll}^{(2)}, \quad (2)$$

где \tilde{F}_0 - комплексная амплитуда силы f_0 , $L_{sr}^{(i)} = L_{sr}^{(i)}(j\omega)$ - динамическая податливость, связывающие комплексную амплитуду колебаний сечения r подсистемы i ($i=1, 2$) с силой, действующей в сечении s .

Уравнения, описывающие колебания пьезоэлемента, имеют вид [1]

$$\begin{aligned} \sigma &= E\varepsilon + \Phi D, \\ E &= \Phi\varepsilon + \xi^{-1} D, \end{aligned} \quad (3)$$

где σ - механическое напряжение в пьезоэлементе; ε - его относительная деформация; D - индукция электрического поля; E - модуль упругости материала пьезоэлемента при отсутствии индукции ($D=0$, т.е. при короткозамкнутых обкладках); Φ - пьезоэлектрическая постоянная Мэсона; E - напряженность электрического поля; ξ - диэлектрическая постоянная пьезоэлектрического материала при отсутствии деформации ($\varepsilon = 0$).

Учитывая неразрывность контактов элементов колебательной системы в узловых сечениях и однородность деформации пьезоэлемента, находим

$$\sigma = f_0 / S, \varepsilon = (u_{2l} - u_{10}) / l_3, \quad (4)$$

где S - площадь основания пьезоэлемента.

Для электрических параметров в выражениях (3) имеем

$$D = q/S, E = v/l_3, \xi = Cl_3/S, \quad (5)$$

где q – заряд на обкладках пьезоэлемента; C – его электрическая емкость в отсутствие деформации.

Из соотношений (3) после подстановки выражений (4) и (5) получим уравнения, связывающие комплексные амплитуды механических и электрических величин

$$\tilde{F}_0 = K\tilde{a} + \Phi\tilde{q}_0, \quad (6)$$

$$v_0 = \Phi\tilde{a} + \tilde{q}_0/C, \quad (7)$$

где $K = ES/l_3$ – жесткость пьезоэлемента при отсутствии индукции; \tilde{q}_0 – комплексная амплитуда заряда на обкладках пьезоэлемента;

$$\tilde{a} = (\tilde{a}_{2l} - \tilde{a}_{10}) \quad (8)$$

– комплексная амплитуда деформации пьезоэлемента.

Полученные уравнения (2), (6)-(8) позволяют найти все параметры колебаний рассматриваемой электромеханической системы. Из соотношений (8) и (2) находим

$$\tilde{a} = -\tilde{F}_0 L_\Sigma. \quad (9)$$

Из уравнений (6), (7), (9) находим комплексные амплитуды силы

$$\tilde{F}_0 = \frac{v_0 \Phi C}{1 + K_1 L_\Sigma}, \quad (10)$$

деформации пьезоэлемента

$$\tilde{a} = -\frac{v_0 \Phi^2 C L_\Sigma}{1 + K_1 L_\Sigma}, \quad (11)$$

и заряда

$$\tilde{q}_0 = \frac{v_0 C (1 + K L_\Sigma)}{1 + K_1 L_\Sigma}, \quad (12)$$

где $K_1 = K - C\Phi^2$, $L_\Sigma = L_{00}^{(1)} + L_{ll}^{(2)}$.

Теперь из соотношений (2) и (10) можно определить комплексные амплитуды колебаний смежных и рабочего сечений элементов колебательной системы. Для этого запишем выражения для вычисления динамических податливостей [6]

$$L_{ss}^{(i)}(j\omega) = -\frac{1}{w\omega} \cdot \frac{\cos \zeta_i - j \frac{\psi}{4\pi} (\cos \zeta_i - \zeta_i \sin \zeta_i)}{\sin \zeta_i - j \frac{\psi}{4\pi} \zeta_i \cos \zeta_i}, \quad (s=0, l; i=1, 2) \quad (13)$$

$$L_{0l}^{(1)}(j\omega) = -\frac{1}{w\omega} \cdot \frac{1 - j \frac{\psi}{4\pi}}{\sin \zeta_1 - j \frac{\psi}{4\pi} \zeta_1 \cos \zeta_1}, \quad (14)$$

где $\zeta_i = \omega l_i / c$; $c = \sqrt{E/\rho}$ – скорость звука в материале стержней; $w = S\sqrt{E\rho}$ – волновое сопротивление стержней; E, ρ, ψ – модуль упругости, плотность и коэффициент поглощения материала стержней; S – площадь их поперечного сечения. Заметим, что при заданной частоте ω величина ζ_i представляет безразмерную длину стержня.

Из (13) находим

$$L_{\Sigma}(j\omega) = -\frac{1}{\omega\omega} \cdot \frac{\sin \zeta - j \frac{\psi}{4\pi} (\sin \zeta - \zeta \cos \zeta)}{\sin \zeta_1 \sin \zeta_2 - j \frac{\psi}{4\pi} (\zeta_1 \cos \zeta_1 \sin \zeta_2 + \zeta_2 \cos \zeta_2 \sin \zeta_1)}, \quad (15)$$

где $\zeta = \zeta_1 + \zeta_2 = \omega(l_1 + l_2)/c$.

Здесь далее коэффициент поглощения ψ предполагается малым и все вычисления ограничиваются величинами первого порядка малости.

2. Перейдем к решению проблемы резонансной настройки рассматриваемой системы. Обычно в теории колебаний рассматривают два способа возбуждения колебаний – силовое и кинематическое [6, 7]. В первом случае считается, что в точке возбуждения действует заданная сила, во втором полагают, что точка возбуждения совершает колебания с заданной амплитудой.

Рассматриваемую здесь колебательную систему, строго говоря, нельзя отнести ни к одному из указанных видов, потому что согласно выражениям (6) и (9) сила возбуждения и амплитуда колебаний взаимозависимы.

Найдем условия резонансной настройки в предположении, что система находится в условиях вынужденных колебаний. В этом случае условием возбуждения резонансного режима согласно второму соотношению в (2) будет $\text{Re } L_{0l}^{(1)}(j\omega) \rightarrow \infty$, что в соответствии с выражением (14) достигается при $\sin \zeta_1 = 0$ или $\zeta_1 = \pi n$, где $n = 1, 2, 3, \dots$. Теперь из выражений (10) и (11) с учетом (15) при $\psi = 0$, т.е. при отсутствии диссипации в стержнях, находим амплитудные значения силы взаимодействия элементов системы и деформации пьезоэлемента

$$F_0 = 0, \quad a = v_0 \Phi^2 C / K_1. \quad (16)$$

Последнюю формулу в (16) можно получить непосредственно из уравнений (6), (7) при $F_0 = 0$. Кроме того, можно показать, что при данной настройке длина второго стержня должна удовлетворять условию $\sin \zeta_2 = 0$. Это означает, что при данной настройке в отсутствие потерь возбудитель колебаний не чувствует присоединения к нему стержней, которые совершают колебания на собственных частотах с амплитудами $a_{10} = a_{1l} = a_{20} = a_{2l} = a/2$.

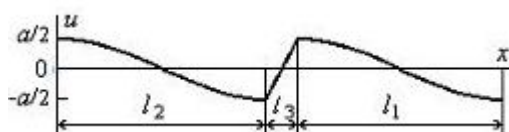


Рис. 2

На рис.2 показана эпюра амплитуд резонансных колебаний системы. Длины стержней должны быть кратными половине длины упругой волны в стержне. Таким образом, минимальная суммарная длина стержней должна быть равна длине $\lambda = 2\pi c/\omega$ упругой волны в стержне. Пьезоэлемент располагается в пучности волн, где амплитуда колебаний максимальна, а напряжения в материале стержней отсутствует. Видно, что смежные с пьезоэлементом сечения стержней совершают колебания в противофазе с одинаковыми амплитудами. Такими же будут амплитуды колебаний свободных концов стержней.

Заметим, что такая настройка широко используется в ультразвуковых колебательных системах при присоединении, как правило, к резонансному магнитострикционному возбудителю колебаний концентратора, служащего для увеличения амплитуды колебаний его выходного сечения. В нашем случае при такой резонансной настройке можно получать

только очень малые амплитуды, не превышающие половину величины деформации свободного пьезоэлемента при его питании переменным напряжением с амплитудой v_0 . Потери энергии в системе вызывают снижение амплитуды колебаний.

3. Рассмотрим иной способ настройки, при котором $\operatorname{Re} L_{\Sigma} = 0$. Согласно выражению (15) такая настройка достигается при $\sin \zeta = 0$ или $\zeta = \pi n$, где $n = 1, 2, 3, \dots$. Тогда из (10) и (11) при отсутствии потерь ($\psi = 0$) имеем для амплитуд силы, действующей на пьезоэлемент, и его деформации

$$F_0 = v_0 \Phi C, \quad a = 0,$$

и из второго равенства в (2) с учетом выражения (14) находим амплитуду свободного конца стержня 1

$$a_{1l} = \frac{F_0}{w\omega \sin \zeta_1}. \quad (17)$$

Мы получили на первый взгляд удивительный результат: пьезоэлемент не деформируется, но развивает силу, при этом амплитуда колебаний свободных концов стержня может достигать значительных величин. Для понимания физической сути этого эффекта рассмотрим сначала частный случай стержней равной длины [11], безразмерная величина которой должна быть $\zeta_i = n\pi/2$.

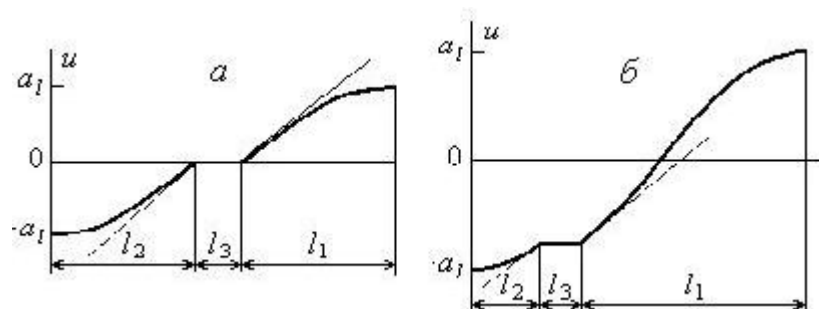


Рис. 3

На рис.3,а линией 1 показана эпюра амплитуд резонансных колебаний системы при $n=1$, когда длина каждого стержня равна четверти длины волны, т.е. $l_i = \lambda/4 = \pi c/2\omega$. В данном случае возбудитель колебаний расположен в узле стоячей волны, причем парциальные частоты стержней совпадают с частотой возбуждения. Таким образом, система работает в режиме антирезонанса [7], в котором силы возбуждения уравниваются силами упругости стержней. Поскольку пьезоэлемент в данном режиме лишен возможности деформирования, очевидно, что развиваемая им сила максимальна при заданном напряжении питания, причем амплитуду колебаний свободных концов можно регулировать изменением электрического напряжения.

Строго говоря, обе рассматриваемые настройки являются резонансными, подобно тому, что при рассмотрении электрических колебаний называют резонансом токов и резонансом напряжений [6], и оба вида резонансных настроек находят практическое применение в вибротехнике [12].

Здесь, однако, следует обратить внимание на следующее обстоятельство. Если в первом случае пьезоэлемент должен быть расположен строго в пучности колебаний, то во втором случае пьезоэлемент может располагаться в любом месте стержневой системы, суммарная длина которой кратна половине длины волны и, следовательно, минимальный габаритный размер системы оказывается в два раза меньше. Но самое главное заключается в том, что амплитуда колебаний свободных торцов стержней зависит от соотношения их длин при одинаковой суммарной длине. При смещении пьезоэлемента из узлового сечения

амплитуда колебаний свободных концов стержней возрастает, что сразу следует из равенства (17), а сам пьезоэлемент колеблется как абсолютно жесткое тело с амплитудой смежных сечений присоединенных стержней.

Физический смысл этого явления иллюстрирует сопоставление эпюр резонансных амплитуд на рис. 3,а,б при разных расположениях пьезоэлемента. Амплитуда силы, развиваемой в месте стыка элементов системы

$$F_0 = v_0 \Phi C = ES \varepsilon_{10} = ES \left. \frac{\partial a_{1x}}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (18)$$

В соответствии с (18) амплитуда \square относительной деформации стержня в точке стыка – величина постоянная и независимая от места расположения пьезоэлемента. Эта величина графически определяется тангенсом угла наклона касательной к кривой $a_i(x)$ в точке стыка. На рис. 3 эти касательные в указанных точках показаны штриховыми линиями. Поскольку относительные деформации в точках стыка при их смещении не изменяются, их величина в узловых точках возрастает и соответственно возрастают и амплитуды колебаний концевых сечений стержней, что и отражает формула (17).

Здесь мы, однако, сталкиваемся с парадоксальной ситуацией: при стремлении длины одного из стержней к нулю амплитуды колебаний концов второго стержня стремятся к бесконечности. Этот парадокс является следствием пренебрежения потерями энергии. Действительно, записав выражение (15) для рассматриваемой резонансной настройки $\zeta = \zeta_1 + \zeta_2 = \pi$

$$L_\Sigma(j\omega) = -\frac{1}{4w\omega} \cdot \frac{j\psi}{\sin^2 \zeta_1 + j \frac{\psi}{8\pi} (\pi - 2\zeta_1) \sin 2\zeta_1} \quad (19)$$

при $\zeta_1 \rightarrow \zeta = \pi$ находим $L_\Sigma \rightarrow \infty$ и из (10) получаем, что сила, создаваемая пьезоэлементом $F_0 = 0$, что физически совершенно понятно, поскольку он не испытывает противодействия движению и совершает холостые колебания, то и возбуждения присоединенного к нему стержня не происходит.

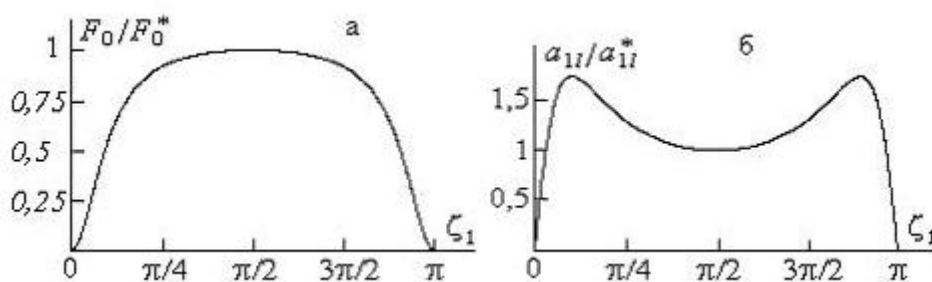


Рис. 4

На рис.4 приведены графики зависимости амплитуды силы F_0 (рис. 4,а), развиваемой пьезоэлементом, и амплитуды a_{11} (рис. 4,б) колебаний рабочего конца стержня 1 от его безразмерной длины ζ_1 при резонансной настройке, когда суммарная безразмерная длина обоих стержней $\zeta = \zeta_1 + \zeta_2 = \pi$. Здесь F_0^* и a_{11}^* сила и амплитуда при расположении пьезовозбудителя в узловой точке $\zeta_1 = \zeta_2 = \pi/2$ резонансной формы колебаний.

4. Из рис. 4,б видно, что в стержневой системе существует такое расположение пьезовозбудителя, при котором амплитуда колебаний рабочего торца максимальна. Это обстоятельство открывает возможность оптимизации параметров рассматриваемой системы.

Как правило, пьезоэлемент стремятся расположить в узле резонансной формы

колебаний. Недостатком такого расположения является то, что в пьезоэлементе возникают такие же напряжения как и стержнях. Но прочность пьезокерамики значительно меньше, чем материала стержней, и пьезоэлемент оказывается наиболее слабым и уязвимым звеном системы. Как мы видели, при смещении пьезоэлемента из узлового сечения его механическое напряжение уменьшается, а максимальное механическое напряжение в узловой точке стержня растет пропорционально увеличению амплитуды колебаний. При этом появляется возможность дополнительного увеличения амплитуды колебаний рабочего торца путем повышения напряжения питания. Таким образом, можно стремиться к построению равнопрочной конструкции ультразвуковой системы с учетом ограничений, налагаемых на максимальные механические напряжения всех ее элементов и ограничение на электрическое напряжения питания.

В заключение, справедливости ради, заметим, что в практике построения конструкций встречаются образцы, в которых удачное место расположения пьезоэлемента отыскивают путем многочисленных и дорогостоящих экспериментов, последовательно приближаясь к наилучшему результату.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (Проект № 13-08-01235).

Список литературы

1. Харкевич А.А. Теория электроакустических преобразователей. В кн.: Избранные труды. Т.1. М.: Наука. 1973. С. 33 – 217.
2. Римский-Корсаков А.В. Электроакустика. М.: Связь. 1973. 272 с.
3. Донской А.В., Келлер О.К., Кратыш Г.С. Ультразвуковые электротехнологические установки. Л.: Энергия. 1968. 276 с.
4. Гершгал Д.А., Фридман В.М. Ультразвуковая технологическая аппаратура. М.: Энергия. 1976. 320 с.
5. Е. Кикучи. Ультразвуковые преобразователи. М.: Мир. 1972. 424 с.
6. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. М.-Л.: ГТТИ, 1950. 344 с.
7. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории упругих колебаний. М.: Машиностроение. 1967. 316 с.
8. Теумин И.И. Ультразвуковые колебательные системы. М.: Машгиз, 1959. 332 с.
9. Асташев В.К. Расчет стержневых концентраторов с нелинейной нагрузкой. Акустический журнал. 1981. Т. 27. № 6. с.
10. Astashev V.K., Babitsky V.I. Ultrasonic Processes and Machines. Dynamics, Control and Applications. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag. 2007. 338 p.
11. Babitsky V., Astashev V., Kalashnikov A. Autoresonant Control of Nonlinear Mode in Ultrasonic Transducer for Machining Applications // Ultrasonics. 2004. V. 42. Pp. 29 – 35.
12. Асташев В.К., Бабицкий В.И. Способы настройки резонансных машин // Машиноведение. 1982. №5. С. 3 – 9.