

УДК 621.83

ДИНАМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ ПОВОРОТНЫХ МЕХАНИЗМОВ

© Борис Изосимович Павлов

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук
b.i.pavlov@mail.ru

Аннотация. Для механизмов поворота шпиндельных барабанов и столов методами математического моделирования решаются задачи, связанные с расчетом движущих моментов и динамических нагрузок на валах. Рассмотрены модели без учета и с учетом упругости звеньев. Проведен сравнительный анализ результатов.

Ключевые слова: мальтийский крест, динамика привода, математическое моделирование.

Поворотные механизмы входят в состав агрегатных станков для привода столов и шпиндельных блоков. Они осуществляют автоматическую транспортировку обрабатываемой детали, режущего инструмента и их взаимную относительно друг друга установку. В качестве исполнительного механизма в большинстве случаев применяется мальтийский крест [1]. Мальтийские механизмы отличаются высоким КПД и простотой конструкции. Они обеспечивают достаточную плавность и быстроту поворота при высокой надежности в работе.

Кинематическая схема механизма поворота шпиндельных блоков (рис.1) включает двигатель (д), зубчатую передачу, червячную передачу (чк), распределительный вал (р), кривошип (к), мальтийский крест, шпиндельный барабан (б), шпиндель (ш), центральный вал (ц). В этих механизмах движение передается от двигателя (д) через редуктор, червячную передачу (чк) валу (р), на котором закреплен механизм периодического поворота (к), а далее шпиндельному барабану (б). В динамической модели поворота шпиндельного барабана учитывается замкнутость системы и планетарный характер движения шпинделей.

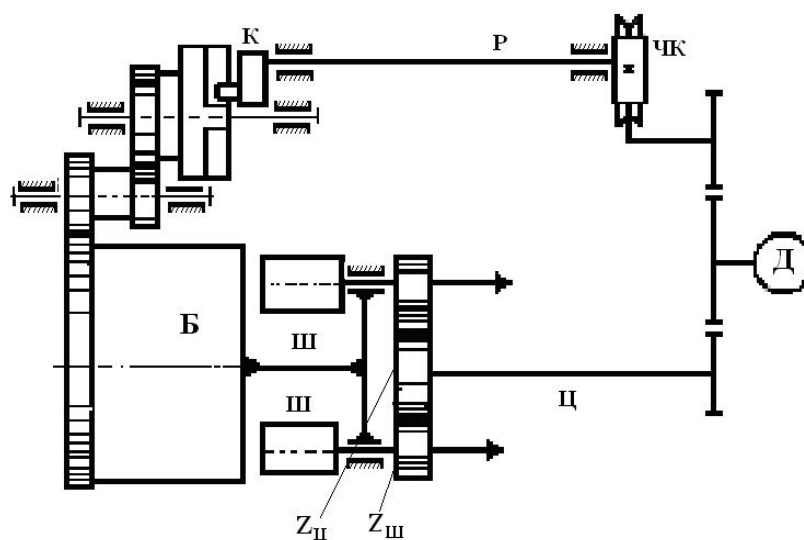


Рис. 1. Схема привод поворота шпиндельного барабана.

Динамическое исследование методами математического моделирования [2] включает решение задач определения нагрузок на валах электродвигателя, распределительном и центральном. Первые необходимы для выбора номинальной мощности и крутящего момента, вторые - для прочностного расчета.

Движение жесткой (без учета упругих деформаций валов) механической системы с одной степенью свободы описывается уравнением динамики в дифференциальной форме.

Для расчета нагрузок, возникающих при повороте шпиндельного барабана, все параметры системы приводятся к распределительному валу. Так как на распределительном валу закреплены кривошип и червячное колесо и оба эти элемента имеют одну и ту же скорость вращения, то возможно введение одного приведенного момента инерции, условно считаемого как момент инерции распределительного вала (или кривошипа).

Приведенный к распределительному валу суммарный момент инерции J_i [1].

$$J_n = J_d / u_1^2 + n_{ш} J_{ш} u_2^2 / u_1^2 + J_p + J_{бпр} u_3^2 u_k^2 (\varphi) + 2n_{ш} J_{ш} u_2 u_3 u_n u_k (\varphi) / u_1$$

$$\text{или } J_n = B_1 + B_2 u_k^2 (\varphi) + B_{12} u_k (\varphi), \text{ где } B_1 = J_d / u_1^2 + n_{ш} J_{ш} u_2^2 / u_1^2 + J_p, B_2 = J_{бпр} u_3^2,$$

$$B_{12} = 2n_{ш} J_{ш} u_2 u_3 u_n / u_1, J_{бпр} = J_б + n_{ш} J_{ш} u_n^2 + n_{ш} m_{ш} R_{ш}^2, \quad (1)$$

$$u_1 = \omega_p / \omega_d, u_2 = \omega_{шр} / \omega_d, u_3 = \omega_б / \omega_k, u_n = 1 + z_{ц} / z_{ш}, \omega_{ш} = \omega_{шр} \pm \omega_б u_n$$

где $z_б$ - число зубьев центрального колеса, $z_ш$ - число зубьев зубчатых колес шпинделей, $z_{ц} / z_{ш}$ - передаточное отношение между сателлитом (шпинделем) и центральным колесом при остановленном водиле. u_n - передаточное отношение зубчатых колес в планетарном движении. Когда шпиндельный барабан неподвижен, шпиндели вращаются с постоянной (рабочей) угловой скоростью $\omega_{шр}$, $\omega_б$ принимается со знаком плюс, когда ее направление совпадает с направлением угловой скорости $\omega_{шр}$ и со знаком минус, когда их направления различны. Момент инерции J_i переменный вследствие переменности передаточного отношения $u_k (\varphi)$ мальтийского механизма.

Уравнение движения в данном случае имеет вид:

$$M_p = M_c + (\omega_p^2 / 2)(2B_2 u_k (du_k / d\varphi_p) \pm B_{12} (du_k / d\varphi_p)) \quad (2)$$

Динамическая мощность, расходуемая при повороте шпиндельного барабана, является суммой мощностей, необходимой для изменения скорости шпиндельного барабана, изменения скорости шпинделей при поворотах, изменения скорости центрального колеса и для преодоления сил трения, возникающих при повороте шпиндельного барабана. Учитывая, что привод осуществляется асинхронным электродвигателем, имеющим жесткую механическую характеристику, в приближенном расчете можно принимать $\omega_{ш} \approx const$ и $\omega_{шр} \approx const$. Мощность, необходимая для изменения скорости центрального колеса - $N_u \approx 0$. Мощность, необходимая для изменения скорости шпинделей при повороте,

$$N = \frac{d}{dt} \left(\frac{n_{ш} J_{ш} \omega_{ш}^2}{2} \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{n_{ш} m_{ш} V_c^2}{2} \right), \text{ где}$$

$V_c = \omega_d R_б$ - скорость оси шпинделя во время поворота барабана.

Максимальное значение вращающего момента двигателя при $\omega_p = const$, приведенного к распределительному валу, будет в мгновенном положении механизма, заданном углом распределительного вала, соответствующим условию $\max(\omega_k \varepsilon_k)$ [1].

Для механизма с размерными данными из [1] на рис. 2 представлена зависимость N_n от угла поворота распределительного вала, от вращения шпинделей. Графики 3 и 4 (рис. 2) для

случая, когда привод шпинделей выключен и дополнительные вращения шпинделей при повороте барабана отсутствуют.

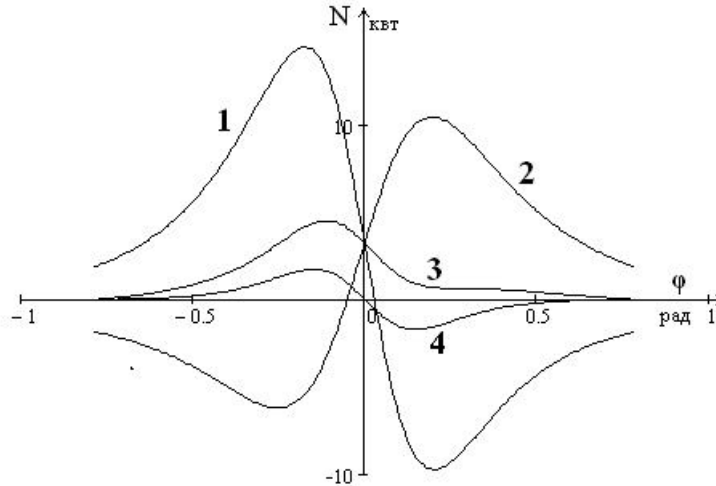


Рис. 2. Зависимость мощности от режимов движения блока и шпинделей.

- (1 - $n_{ш.раб} = 1000 \text{ об/мин}$, $M_c = M_{тр} = 6000 \text{ кгсм}$, при $\omega_{ш.раб}$ и $\omega_б$ одинаковом направлении;
- 2 - $n_{ш.раб} = 1000 \text{ об/мин}$, $M_{тр} = 6000 \text{ кгсм}$, при $\omega_{ш.раб}$ и $\omega_б$ различном направлении;
- 3 - $n_{ш.раб} = 1000 \text{ об/мин}$, $M_{тр} = 6000 \text{ кгсм}$, $u_n = 0$;
- 4 - $n_{ш.раб} = 1000 \text{ об/мин}$, $M_{тр} = 0 \text{ кгсм}$, $u_n = 0$.)

Отсюда следует вывод, что нагрузки могут быть уменьшены, если поворачивать шпиндельный барабан в сторону, противоположную направлениям вращений шпинделей, или, если отключить привод шпинделей во время поворота. Когда происходят противоположные вращения барабана и шпинделей, то скорость последних понижается. Чтобы сохранить постоянство скорости можно включить в цепь обгонную муфту.

Одним из основных требований, которое определяет выбор типа поворотного устройства и его конструктивных параметров, является быстроходность, оцениваемая по средней угловой скорости поворота ω .

Для определения динамической нагрузки на валу электродвигателя обобщенной координатой является ротор двигателя.

Приведенный к валу двигателя суммарный момент инерции J_δ^n [3,4]

$$J_\delta^n = B_1 + B_2 u_k^2(\varphi) + B_{12} u_k(\varphi),$$

$$B_1 = J_\delta^{np} + J_u \cdot u_{уд}^2 + n_{ш} \cdot J_{ш} u_2^2, B_2 = J_{бпр} u_3^2 u_1^2, B_{12} = 2n_{ш} J_{ш} u_2 u_n u_3 u_1,$$

$$J_{бпр} = (n_{ш} J_{ш} u_n^2 + J_6 + n_{ш} m_{ш} R_{ш}^2)$$

$$\text{где } u_{уд} = \omega_u / \omega_\delta.$$

Уравнение движения имеет вид:

$$\partial \omega_\delta / \partial t = [M_\delta^n(\omega_\delta) - M_c^n(f(\varphi_\delta u_1), u_1)] - (\omega_\delta^2 / 2)(dJ_\delta^n / d\varphi_\delta) / J_\delta^n. \quad (3)$$

Группируя подобные члены, содержащие угловые скорости ω_u и ω_p и их произведение получим

$$J_u^{np} = J_u + n_{ш} J_{ш} u_{шц}^2,$$

$$J_{цр}^{np} = n_{ш} \cdot J_{ш} u_{шц} i_{брв} u_n,$$

$$J_p^{np} = J_6 u_3^2 u_k^2 + n_{ш} J_{ш} u_3^2 u_k^2 u_{п} + n_{ш} \cdot m_{ш} u_3^2 u_k^2 R_{ш}^2 i_{бпр}^2, \text{ где } u_{шц} = \omega_{шп} / \omega_{ц}$$

Суммарная кинетическая энергия в данном случае будет $T = J_{ц}^{np} \omega_{ц}^2 / 2 + J_{р}^{np} \omega_{р}^2 / 2 - J_{цр}^{np} \cdot \omega_{ц} \omega_{р}$.

Для учета движущих моментов на центральном и распределительном валах необходимо рассмотреть следующее уравнение:

$$M_{\delta}^n = M_{\delta}^p u_1 + M_{\delta}^u u_{ц\delta}$$

Уравнения движения для этой задачи после преобразований имеет вид

$$d\omega_{ц} / dt = [M_{д}^n - J_{цр}^{np} (d\omega_{р} / dt) - (\omega_{р}^2 / 2)(dJ_{цр}^{np} / d\phi_{р})] / J_{ц}^{np} ?$$

$$d\omega_{р} / dt = [M_{д}^p - M_{с}^p - J_{цр}^{np} (d\omega_{р} / dt) - (\omega_{ц}^2 / 2)(dJ_{цр}^{np} / d\phi_{р})] / J_{р}^{np}. \quad (4)$$

Таким образом, уравнения (2) - (4) соответствуют поставленным выше задачам.

В производственной практике эксплуатации агрегатных станков имеют место случаи, когда при повороте позиционного стола без видимых причин возникают большие динамические нагрузки. Эти нагрузки приводят к быстрому износу отдельных деталей, потере заданной точности и нарушения цикла работы станка [1-5]. Возникла задача изучения процесса поворота позиционного стола с учетом влияния факторов, определяющих реальные условия его работы.

Точный расчет процесса поворота должен учитывать действительную характеристику электродвигателя, упругость звеньев передачи, неточность геометрических размеров механизма, точные значения сил сопротивления.

На рис 3. представлено построение расчетной схемы поворотного механизма позиционного стола с учетом влияния упругости вала привода стола[6]. Привод стола включает двигатель, соединительную муфту, червячную передачу, вал кривошипа, механизм мальтийский крест, стол. Получается четырехмассовая система. Для проведения динамического расчета рассматриваемый механизм, как показано на схеме, может быть представлен в виде двухмассовой системы, имеющей моменты инерции J_1 и J_2 , соединенные упругой связью, приведенная жесткость которой C .

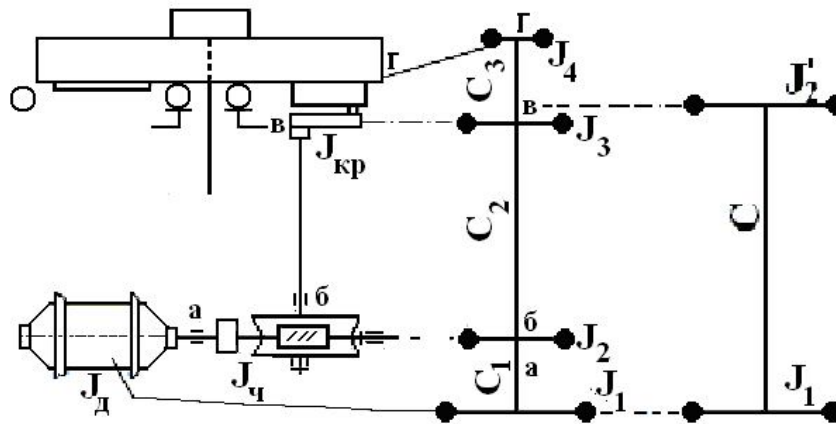


Рис. 3. Схема привода поворота стола.

Величины приведенных к участку (б – в) моментов инерции масс находятся из равенства кинетической энергии приводимой системы масс и приведенной массы. Приведенные жесткости участков (а – б) и (в – г) находим из условия сохранения величины потенциальной энергии приводимой связи до и после приведения.

Здесь J_1 - приведенный момент инерции ротора электродвигателя, J_2 - приведенный момент инерции стола, равный среднему значению его переменной величины. Выбор такого

значения J_2 обусловлен необходимостью аналитически отразить весь переходной динамический процесс. На первую массу действует движущий момент электродвигателя M_d , на вторую – момент сил сопротивления M_c . Обе массы соединены упругой связью с приведенной жесткостью C . φ_1 и φ_2 - углы поворота соответственно первой и второй масс.

Под действием внешних сил, приложенных к данной системе, обе массы совершают колебательные движения, которые в данном случае могут быть описаны дифференциальными уравнениями, представленными соответственно в следующем виде [5].

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 + C(\varphi_1 - \varphi_2) = M_d$$

$$J_2 \ddot{\varphi}_2 - C(\varphi_1 - \varphi_2) = -M_c$$

Для дальнейшего анализа необходимо исследовать не углы поворота масс, а непосредственно момент сил упругости $C\varphi = C(\varphi_1 - \varphi_2)$. В этом случае динамический процесс рассматриваемой системы опишется одним дифференциальным уравнением, составленным относительно момента, развиваемого в упругой связи [7].

$$\ddot{\varphi} + p_c^2 \varphi = (M_a J_2 + M_c J_1) / (J_1 J_2) = F(t) \quad (5)$$

где $p_c = \sqrt{C(J_1 + J_2) / (J_1 J_2)}$ - круговая частота собственных колебаний двухмассовой системы, $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$.

Для проведения динамического расчета рассматриваем переходной процесс (рис.4), изменение момента сил упругости на двух участках движения стола: на участке 0–а (разгон), когда действующие на механизм внешние силы достигают наибольшей величины, и на участке а–б (торможение), когда внешние силы изменяются от максимального значения до нуля.

В случае безреостатного пуска, после включения двигателя, придет в движение ведущая масса (J_1). После того как деформация элементов кинематической цепи приобретет величину, соответствующую значению M_c , ведомая масса также начнет двигаться [1]. При нулевых начальных данных решение имеет вид:

$$\varphi_1 = M_o (1 - \cos(\sqrt{C/J_1} t)).$$

Конец движения только ведущей массы характеризуется $\varphi_1 C = M_c$. Отсюда $t_1 = \sqrt{J_1/C} \arccos(1 - M_c/M_a)$.

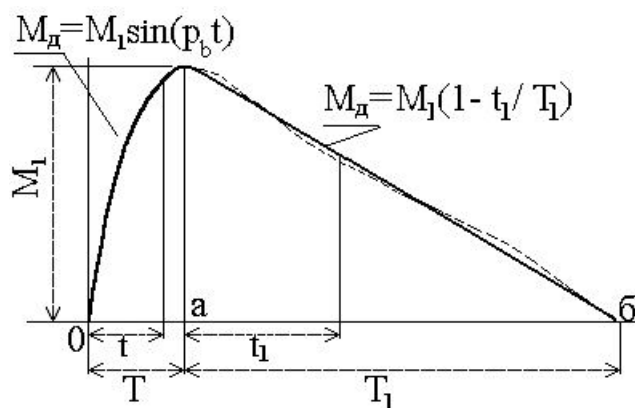


Рис. 4. Механическая характеристика двигателя.

Дальше на участке 0–а движущий момент M_d и момент сил сопротивления M_c по форме кривых (рис.4) можно представить изменяющимся по синусоидальному закону:

$$M_d = M_1 \sin(p_b t),$$

$$M_c = M_2 \sin(p_b t),$$

где M_1 и M_2 - амплитуды кривых соответствующих моментов, t – время.

На участке а – б (рис.4) действующую на систему внешнюю нагрузку с небольшой погрешностью можно принять изменяющуюся по линейному закону.

$$M_a = M_1(1 - t_1/T),$$

$$M_c = M_2(1 - t_1/T).$$

Время T определяется зависимостью угловой скорости $\dot{\omega}$ вала кривошипа для конкретного вида (внешний, внутренний, сферический) мальтийского механизма и количеством его пазов[8].

Подставляя значения M_d и M_c в уравнение и учитывая при этом, что начальные условия (снова) при $t = 0$ характеризуются значениями $\varphi_0 = \varphi_1(t_1) = M_c/C$ $\dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}_1(t_1)$., получим решение в таком виде:

$$\varphi = \varphi_0 \cos(p_c t) + (\dot{\varphi}_0 p_c^2 - K_d M p_b) \sin(p_c t) / p_c^2 + K_d M C \sin(p_b t) / p_c^2,$$

где $K_d = p_c^2 / (p_c^2 - p_b^2)$ - коэффициент динамичности,

$$M = (M_1 J_2 + M_2 J_1) / (J_1 J_2).$$

Время движения на участке 0 – а фиксируется при $\max \varphi$.

Начальные условия для уравнения участка а – б соответствуют конечным результатам для предыдущего интервала. Отсчет времени вновь осуществляется с нуля. Окончательно получим:

$$\begin{aligned} \varphi = & K_d M / p_c^2 \cos(p_c t) + C \Delta \omega / p_c^2 \sin(p_c t) - \\ & - M(1 - t/T_1) + M \cos(p_c t) + M \sin(p_c t) / (p_c T_1) \end{aligned} \quad (6)$$

где $\Delta \omega$ - разность угловых скоростей масс системы.

Здесь первые два слагаемых характеризуют собственные колебания, третье – вынужденные колебания, четвертое и пятое – сопровождающие колебания [5,6].

Момент сил упругости на участке 0–а движения системы достигает наибольшей величины в точке, где $p_b t = \pi/2$.

Дальнейшее поведение системы, после того как усилие достигло наибольшей величины, будет зависеть от характера изменения внешней нагрузки и влияния упругих сил.

Для определения динамической нагрузки на первом участке (0-а, рис. 4) движения стола необходимо определить коэффициент K_d . Последний зависит от соотношения частот p_b и p_c . При принятом синусоидальном законе нарастания возбуждающих моментов частота p_b определяется как $p_b = 2\pi/T_b = 2\pi/(4T)$, где T_b - промежуток времени, за который аргумент синуса изменится на 2π (период колебаний); $T = T_b/4$ - время нарастания внешних сил до максимума. Время T определяется зависимостью угловой скорости $\dot{\omega}$ вала кривошипа от угла его поворота φ . Отсюда определяем p_b . При известных значениях p_c и p_b вычисляется коэффициент динамичности. K_d

Максимальная величина момента сил упругости определяется по формуле (8). По известному значению $M_{y_{\max}}$ относительное положение масс в конце рассматриваемого

участка определяется из равенства $M_{y_{\max}} = C(\varphi_1 - \varphi_2)$. Угол поворота φ_1 первой массы обычно задан. За время поворота первой массы на этот угол вторая повернется на угол

$$\varphi_2 = \varphi_1 - M_{y_{\max}} / C.$$

Движение второй массы на участке 0-а по отношению к первой массе запаздывает в результате скручивания упругой связи. Следовательно, обе массы на этом участке вращаются несинхронно, т.е. угловая скорость первой массы больше второй. При дальнейшем движении системы указанное соотношение угловых скоростей масс изменится, что будет зависеть от величины и характера изменения M_y .

Характер изменения величины момента сил упругости M_y на последующем участке движения системы определяется решением уравнений (6) (рис.5). Кривая 1 изображает составляющую момента, вызванную свободными колебаниями, кривая 2 – изменение составляющей момента, вызванной вынужденными колебаниями, кривая 3 – суммарный момент.

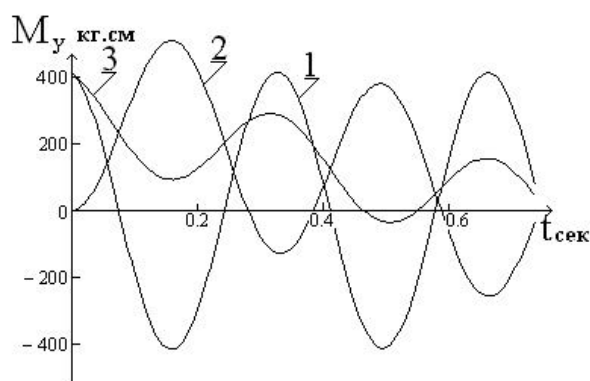


Рис. 5. Колебания момента сил упругости на валу при выбеге.

Таким образом, для каждого интервала определены значения составляющих момента сил упругости, а затем суммарный M_y . Кривая суммарного момента M_y имеет сложный характер изменения, что определяется наложением при движении системы двух видов упругих колебаний вала.

Интересно сравнить результаты моментов, полученных лишь с помощью кинематических зависимостей [4] и с учетом упругости (рис.6). Сопоставление этих кривых (1-без учета упругости, 2- с учетом упругости), полученных при двух указанных случаях расчета поворотного механизма, показывает резкое отличие действительного процесса, описываемого кривыми при условии абсолютной жесткости всех звеньев.

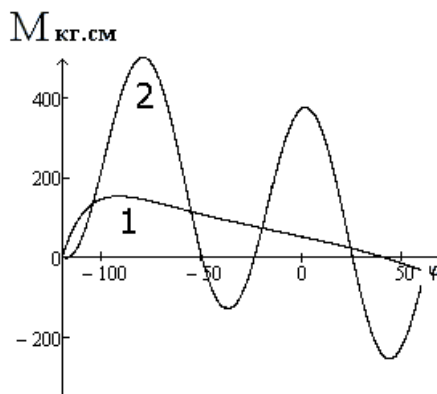


Рис. 6. Моменты сил упругости при кинематическом (1) и динамическом анализе (2).

В начальный период движения стола на участке быстрого нарастания внешних моментов упругая связь деформируется, в результате в ней возникают динамические нагрузки, выраженные моментом сил упругости M_y , которые по своей абсолютной величине превосходят $M_{кр}$.

Для расчетной модели с учетом упругости движение ведомой массы начнется после включения двигателя тогда, когда деформация кинематической цепи приобретет величину, соответствующую значению внешней нагрузки M_c .

Список литературы

1. Орликов М.Л. Динамика станков. –2-е изд., -К.: Высшая школа 1989 г. -272 с.
2. Павлов Б.И., Очиров В.Д. Вычислительный эксперимент в динамике машин и механизмов.- М., «Наука», 1981 г. –144 с.
3. Шехвиц Э.И. Динамическое исследование механизмов периодического поворота многопозиционных машин-автоматов методами электрического моделирования. – Теория машин-автоматов и гидropневмопривода, 1963, с. 246-266
4. Шехвиц Э.И. Исследование механизмов периодического поворота столов и барабанов в машинах-автоматах. Сб. Автоматизация машиностроительных процессов, т. II, Изд-во АН СССР, 1959, с. 222-252.
5. Вульфсон И.И. Колебания в машинах. Издание третье, дополненное и исправленное. Санкт - Петербург, 2008.-262 стр
6. Королев Ф.К., Цымбал И.Л. Динамический расчет поворотного механизма позиционного стола агрегатных станков. – Вестник Харьковского политехнического института, №1 (49), выпуск 1, год?
7. Комаров М.С. Динамика механизмов и машин.- М., Машиностроение, 1969 -296 с.
8. Нахапетян Е.Г. Контроль и диагностирование автоматического оборудования. М., «Наука», 1990 – 272 с.