

УДК 536.24

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ РАДИАЦИОННО-КОНДУКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В СИСТЕМЕ, ОГРАНИЧЕННОЙ ТЕПЛОПРОВОДНЫМ СФЕРИЧЕСКИМ ТЕЛОМ И ЗАПОЛНЕННОЙ ОСЛАБЛЯЮЩЕЙ СРЕДОЙ

© Валерий Владимирович Рубцов

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Московский государственный строительный университет”

rubvall@yandex.ru

Аннотация. Статья посвящена численному моделированию нестационарного радиационно-кондуктивного теплообмена в системе, ограниченной сферическим теплопроводным телом и заполненной поглощающей и рассеивающей средой. Представленные результаты получены с помощью совместного использования обобщенного зонального метода, метода конечных разностей и метода последовательных двусторонних приближений.

Ключевые слова: радиационно-кондуктивный теплообмен, конечные разности, последовательные приближения, угловой коэффициент излучения.

1. Постановка задач. Рассматриваются три постановки нестационарной задачи о радиационно-кондуктивном теплообмене, различающиеся между собой способами задания краевых условий на внешней границе системы.

1.1. Первая постановка задачи. Пусть имеется теплопроводное тело V_1 сферической формы (рис.1) с заданными постоянными физическими параметрами: коэффициентом теплопроводности λ , удельной теплоемкостью c и плотностью ρ . Источники (стоки) тепла в теле отсутствуют. Обозначим через $F_i, i=0,1$, сферические поверхности, ограничивающие тело V_1 . Поверхность F_0 примем серой, диффузно излучающей и отражающей с коэффициентом поглощения A_0 [1]. Обозначим через V_2 пространство, ограниченное поверхностью F_0 , заполненное серой, поглощающей и изотропно рассеивающей средой, характеризуемой постоянными коэффициентами объемного поглощения α и рассеяния β .

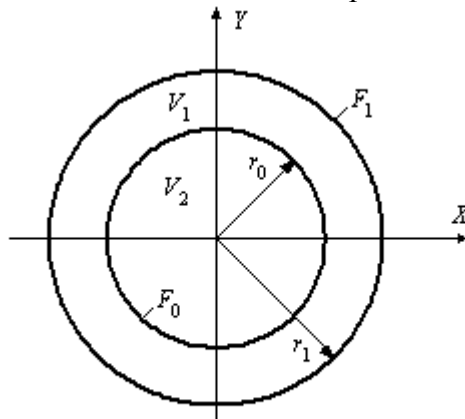


Рис.1. Схема излучающей системы

Предположим также, что заданы изменяющиеся во времени t температуры $T_1(t)$ и $T_2(t)$ поверхности F_1 и излучающей среды, заполняющей пространство V_2 . Кроме того, примем,

что в начальный момент времени $t = 0$ сферическое тело V_1 имеет температуру $T_0(M_1)$, зависящую только от расстояния r точки M_1 до центра системы.

Требуется определить на заданном интервале времени $0 < t \leq t^*$ нестационарное поле температур $T(M_1, t)$ в теле V_1 , $M_1 \in V_1$, и нестационарное поле значений плотности объемного результирующего излучения $\eta_{\text{рез}}(M_2, t)$ в среде, заполняющей пространство V_2 , $M_2 \in V_2$.

Заметим, что в силу предположения об отсутствии в теле V_1 источников (стоков) тепла функция $T(M_1, t)$ должна удовлетворять неравенствам [2,3]

$$0 < m_* \leq T(M_1, t) \leq m^*, \quad M_1 \in V_1, \quad 0 \leq t \leq t^*, \quad (1)$$

где m_* и m^* - соответственно наименьшее и наибольшее значения заданных в рассматриваемой системе температур $T_0(M_1)$, $M_1 \in V_1$, $T_1(t)$, $T_2(t)$, $0 \leq t \leq t^*$.

Математическая постановка задачи в сферической системе координат формулируется следующим образом:

- найти функцию $T(r, t)$, определенную при $r_0 \leq r \leq r_1$, $0 \leq t \leq t^*$, удовлетворяющую уравнению теплопроводности

$$\frac{\partial T(r, t)}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T(r, t)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \right), \quad r_0 < r < r_1, \quad 0 < t < t^*, \quad (2)$$

граничным условиям [3,4]

$$-\lambda \frac{\partial T(r_0, t)}{\partial r} = E_{\text{рез}}(r_0, t) = A_0 \sigma_0 [T^4(r_0, t) - T_2^4(t)] (\bar{\Pi}_{0,0} - 1), \quad 0 < t \leq t^*, \quad (3)$$

$$T(r_1, t) = T_1(t), \quad 0 < t \leq t^*, \quad (4)$$

начальному условию

$$T(r, 0) = T_0(r), \quad r_0 \leq r \leq r_1, \quad (5)$$

неравенствам

$$0 < m_* \leq T(r, t) \leq m^*, \quad r_0 \leq r \leq r_1, \quad 0 \leq t \leq t^*; \quad (6)$$

- определить $\eta_{\text{рез}}(r, t)$ на основании соотношения [5]

$$\eta_{\text{рез}}(r, t) = 4a\sigma_0 [T^4(r_0, t) - T_2^4(t)] \bar{\Pi}^{(1)}(r, F_0), \quad 0 \leq r < r_0. \quad (7)$$

Здесь r_i - радиус сферической поверхности F_i , $i = 0, 1$; $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ - коэффициент температуропроводности тела V_1 ; σ_0 - постоянная Стефана – Больцмана; $\bar{\Pi}_{0,0}$ - вероятность перехода излучения от произвольной единичной площадки на поверхности F_0 и поглощения поверхностью F_0 ; $\bar{\Pi}^{(1)}(r, F_0)$ - вероятность перехода излучения от единичного элемента объема V_2 в точке с координатой r и поглощения поверхностью F_0 [4].

Задачу (2) – (7) удобно представить в безразмерной форме

$$\frac{\partial \theta(\xi, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta(\xi, \tau)}{\partial \xi^2} + \frac{2}{\xi} \frac{\partial \theta(\xi, \tau)}{\partial \xi}, \quad 0 < \xi < 1, \quad 0 < \tau \leq \tau^*, \quad (8)$$

$$-\frac{\partial \theta(\xi_0, \tau)}{\partial \xi} = N_0 [\theta^4(\xi_0, \tau) - \theta_2^4(\tau)] (\bar{\Pi}_{0,0} - 1), \quad 0 < \tau \leq \tau^*, \quad (9)$$

$$\theta(1, \tau) = \theta_1(\tau), \quad 0 < \tau \leq \tau^*, \quad (10)$$

$$\theta(\xi, 0) = \theta_0(\xi), \quad 0 \leq \xi \leq 1, \quad (11)$$

$$0 < \mu \leq \theta(\xi, \tau) \leq 1, \quad \xi_0 \leq \xi \leq 1, \quad 0 \leq \tau \leq \tau^*, \quad (12)$$

$$q_{\text{рез}}(\xi, \tau) = \left[\theta^4(\xi_0, \tau) - \theta_2^4(\tau) \right] \bar{\Pi}^{(1)}(\xi, F_0), \quad 0 \leq \xi \leq \xi_0, \quad (13)$$

где

$$\xi = \frac{r}{r_1}, \quad \tau = \frac{\lambda t}{cpr_1^2}, \quad \theta = \frac{T}{m^*}, \quad N_0 = \frac{A_0 \sigma_0 r_1^3 m^{*3}}{\lambda}, \quad \mu = \frac{\mu_*}{\mu^*}, \quad q_{\text{рез}} = \frac{\eta_{\text{рез}}}{4\alpha\sigma_0 m^{*4}}.$$

Содержащиеся в (9) и (13) вероятности перехода излучения $\bar{\Pi}_{0,0}$ и $\bar{\Pi}^{(1)}(\xi, F_0)$ определяются соотношениями

$$\bar{\Pi}_{0,0} = A_0 \Pi_{0,0}, \quad \bar{\Pi}^{(1)}(\xi, F_0) = \frac{1}{4} A_0 \Pi^{(1)}(\xi, F_0), \quad (14)$$

где разрешающие оптико-геометрические характеристики излучения $\Pi_{0,0}$ и $\Pi^{(1)}(\xi, F_0)$ находятся с помощью обобщенного зонального метода для фундаментальной постановки задачи о радиационном теплообмене [4,5] с использованием расчетных формул и выражений, полученных в [6].

В частности, средний обобщенный угловой коэффициент излучения $\Psi_{0,0}$ и локальный обобщенный телесный угол $\psi^{(1)}(\xi, F_0)$ вычисляются по формулам

$$\Psi_{0,0} = \frac{1 - \exp(-2\text{Bu} \xi_0)(1 + 2\text{Bu} \xi_0)}{2\text{Bu}^2 \xi_0^2}, \quad (15)$$

$$\psi^{(1)}(\xi, F_0) = 2 \int_0^{\pi} \exp \left[-\text{Bu} \left(\xi \cos \varphi + \sqrt{\xi_0^2 - \xi^2 \sin^2 \varphi} \right) \right] \sin \varphi d\varphi, \quad (16)$$

где $\text{Bu} = (\alpha + \beta)r_1$ - число Бугера ослабляющей среды, заполняющей пространство V_2 .

1.2. Вторая постановка задачи. Предположим, что поверхность F_1 является адиабатической. В этом случае задача отыскания нестационарного распределения температур в сферическом теле V_1 приводится к решению уравнения (8) при граничном условии (9) и граничном условии

$$\frac{\partial \theta(1, \tau)}{\partial \xi} = 0, \quad 0 < \tau \leq \tau^*, \quad (17)$$

начальном условии (11) и ограничениях (12).

1.3. Третья постановка задачи. Предположим, что на поверхности F_1 происходит радиационный теплообмен с чисто поглощающей средой, температура которой равна $T_3(t)$. Поверхность F_1 примем серой, диффузно излучающей и отражающей с заданным коэффициентом поглощения A_1 .

В таком случае для определения нестационарного поля температур в теле V_1 приходим к задаче: найти решение $\theta(\xi, \tau)$ уравнения (8) при граничном условии (9) и граничном условии [3]

$$\frac{\partial \theta(1, \tau)}{\partial \xi} = N_1 \left[\theta_3^4(\tau) - \theta^4(1, \tau) \right], \quad 0 < \tau \leq \tau^*, \quad (18)$$

начальном условии (11) и ограничениях (12).

2. Решение задач. Для решения сформулированных задач воспользуемся методом последовательных двусторонних приближений [2,3,6] и методом конечных разностей, предложенным в работе [7].

2.1. Первая постановка задачи. На основании изложенного в [2,3,6] представим граничное условие (9) в виде

$$-\frac{\partial\theta(\xi_0, \tau)}{\partial\xi} + 4N_0\theta(\xi_0, \tau) = N_0 \left\{ \left[\theta^4(\xi_0, \tau) - \theta_2^4(\tau) \right] (\bar{\Pi}_{0,0} - 1) + 4\theta(\xi_0, \tau) \right\}, \quad 0 < \tau \leq \tau^*. \quad (19)$$

Введем на множестве $\xi_0 \leq \xi \leq 1$, $0 \leq \tau \leq \tau^*$ сетку $\xi_i = \xi_0 + i\Delta\xi$, $\tau_j = j\Delta\tau$, $i = 0, 1, \dots, L_1$, $j = 0, 1, \dots, L_0$, $\Delta\xi = \frac{1 - \xi_0}{L_1}$, $\Delta\tau = \frac{\tau^*}{L_0}$, и построим на ней разностную аппроксимацию задачи (8),

(19), (10) – (12) [8]

$$\frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\Delta\tau} = \frac{\theta_{i+1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}}{\Delta\xi^2} + \frac{2}{\xi_i} \frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i,j}}{\Delta\xi}, \quad (20)$$

если $0 < i < L_1$, $0 \leq j \leq L_0 - 1$, $i + j$ – нечетное число;

$$\frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\Delta\tau} = \frac{\theta_{i+1,j+1} - 2\theta_{i,j+1} + \theta_{i-1,j+1}}{\Delta\xi^2} + \frac{2}{\xi_i} \frac{\theta_{i+1,j+1} - \theta_{i,j+1}}{\Delta\xi}, \quad (21)$$

если $0 < i < L_1$, $0 \leq j \leq L_0 - 1$, $i + j$ – четное число;

$$\frac{\theta_{0,j+1} - \theta_{1,j+1}}{\Delta\xi} + 4N_0\theta_{0,j+1} = N_0 \left\{ \left[\theta_{0,j+1}^4 - \theta_2^4(\tau_{j+1}) \right] (\bar{\Pi}_{0,0} - 1) + 4\theta_{0,j+1} \right\}, \quad 0 \leq j \leq L_0 - 1, \quad (22)$$

$$\theta_{L_1,j+1} = \theta_1(\tau_{j+1}), \quad 0 \leq j \leq L_0 - 1, \quad (23)$$

$$\theta_{i,0} = \theta_0(\xi_i), \quad 0 \leq i \leq L_1, \quad (24)$$

$$0 < \mu \leq \theta_{i,j} \leq 1, \quad 0 \leq i \leq L_1, \quad 0 \leq j \leq L_0, \quad (25)$$

где $\theta_{i,j} = \theta(\xi_i, \tau_j)$.

Для нахождения $\theta_{i,j+1}$ при известных значениях $\theta_{i,j}$ рассмотрим итерационный процесс

$$\frac{\theta_{i,j+1}^{(n)} - \theta_{i,j}}{\Delta\tau} = \frac{\theta_{i+1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}}{\Delta\xi^2} + \frac{2}{\xi_i} \frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i,j}}{\Delta\xi}, \quad (26)$$

если $0 < i < L_1$, $i + j$ – нечетное число;

$$\frac{\theta_{i,j+1}^{(n)} - \theta_{i,j}}{\Delta\tau} = \frac{\theta_{i+1,j+1}^{(n)} - 2\theta_{i,j+1}^{(n)} + \theta_{i-1,j+1}^{(n)}}{\Delta\xi^2} + \frac{2}{\xi_i} \frac{\theta_{i+1,j+1}^{(n)} - \theta_{i,j+1}^{(n)}}{\Delta\xi}, \quad (27)$$

если $0 < i < L_1$, $i + j$ – четное число;

$$\frac{\theta_{0,j+1}^{(n)} - \theta_{1,j+1}^{(n)}}{\Delta\xi} + 4N_0\theta_{0,j+1}^{(n)} = N_0 \left\{ \left[\theta_{0,j+1}^{(n-1)4} - \theta_2^4(\tau_{j+1}) \right] (\bar{\Pi}_{0,0} - 1) + 4\theta_{0,j+1}^{(n-1)} \right\}, \quad (28)$$

$$\theta_{L_1,j+1}^{(n)} = \theta_1(\tau_{j+1}). \quad (29)$$

На основании данных соотношений получаем

$$\theta_{i,j+1}^{(n)} = \theta_{i,j+1} = \gamma_1\theta_{i-1,j} + (1 - 2\gamma_1 - \gamma_{2,i})\theta_{i,j} + (\gamma_1 + \gamma_{2,i})\theta_{i+1,j}, \quad (30)$$

если $0 < i < L_1$, $i + j$ – нечетное число;

$$\theta_{i,j+1}^{(n)} = \theta_{i,j+1} = \frac{\theta_{i,j} + \gamma_1 \theta_{i-1,j+1} + (\gamma_1 + \gamma_{2,i}) \theta_{i+1,j+1}}{1 + 2\gamma_1 + \gamma_{2,i}}, \quad (31)$$

если $1 < i < L_1$, $i + j$ – четное число;

$$\theta_{0,j+1}^{(n)} = \frac{\theta_{1,j+1} + f_1^{(n-1)}}{1 + 4N_0 \Delta \xi}, \quad (32)$$

если j – четное число;

$$\theta_{0,j+1}^{(n)} = \frac{(1 + 2\gamma_1 + \gamma_{2,1}) f_1^{(n-1)} + f_2}{1 + \gamma_1 + \gamma_{2,1} + 4N_0 (1 + 2\gamma_1 + \gamma_{2,1}) \Delta \xi}, \quad (33)$$

$$\theta_{1,j+1}^{(n)} = \frac{\gamma_1 f_1^{(n-1)} + (1 + 4N_0 \Delta \xi) f_2}{1 + \gamma_1 + \gamma_{2,1} + 4N_0 (1 + 2\gamma_1 + \gamma_{2,1}) \Delta \xi}, \quad (34)$$

если j – нечетное число.

В формулах (30) – (34) использованы обозначения

$$\gamma_1 = \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi^2}, \quad \gamma_{2,i} = \frac{2}{\xi_i} \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}, \quad 0 < i < L_1, \quad (35)$$

$$f_1^{(n-1)} = N_0 \Delta \xi \left\{ \left[\theta_{0,j+1}^{(n-1)4} - \theta_{2,j+1}^4(\tau_{j+1}) \right] (\bar{\Pi}_{0,0} - 1) + 4\theta_{0,j+1}^{(n-1)} \right\}, \quad (36)$$

$$f_2 = \theta_{1,j} + (\gamma_1 + \gamma_{2,1}) \theta_{2,j+1}. \quad (37)$$

Приняв начальное приближение $\theta_{0,j+1}^{(0)}$ сначала равным μ

$$\theta_{0,j+1}^{(0)} = \theta_{*0,j+1}^{(0)} = \mu, \quad (38)$$

а затем, положив

$$\theta_{0,j+1}^{(0)} = \theta_{*0,j+1}^{(0)} = 1, \quad (39)$$

в силу выражений (30) – (34) при $2\gamma_1 + \gamma_{2,1} < 1$ найдем соответственно неубывающие $\theta_{*i,j+1}^{(n)}$, и невозрастающие $\theta_{i,j+1}^{*(n)}$, $0 \leq i \leq L_1$, $n = 1, 2, \dots$, последовательности приближений, сходящиеся к единственному решению $\theta_{i,j+1}$, $0 \leq i \leq L_1$, задачи (20) – (25) [2].

Задав достаточно малое положительное число ε , примем

$$\theta_{i,j+1} \approx \frac{1}{2} \left[\theta_{i,j+1}^{*(n)} + \theta_{*i,j+1}^{(n)} \right], \quad 0 \leq i \leq L_1, \quad (40)$$

где нижние $\theta_{*i,j+1}^{(n)}$ и верхние $\theta_{i,j+1}^{*(n)}$ последовательные приближения выберем из условия

$$\left[\theta_{i,j+1}^{*(n)} - \theta_{*i,j+1}^{(n)} \right] < \varepsilon, \quad 0 \leq i \leq L_1. \quad (41)$$

2.2. Вторая постановка задачи. Разностная схема задачи (8), (9), (17), (11), (12) сводится к разностным уравнениям (20). (21), граничному условию (22), граничному условию

$$\frac{\theta_{L_1,j+1} - \theta_{L_1-1,j+1}}{\Delta \xi} = 0, \quad (42)$$

начальному условию (24) и ограничениям (25).

Применяя к решению данной задачи рассмотренный выше итерационный процесс, получим для определения величин $\theta_{i,j+1}^{(n)}$ при известных значениях $\theta_{i,j}$ формулы, аналогичные (30) – (37), а также соотношения

$$\theta_{L_1, j+1}^{(n)} = \theta_{L_1, j+1} = \theta_{L_1-1, j+1}, \quad (43)$$

если $L_1 + j$ – четное число;

$$\theta_{L_1, j+1}^{(n)} = \theta_{L_1-1, j+1}^{(n)} = \frac{\theta_{L_1-1, j} + \gamma_1 \theta_{L_1-2, j+1}}{1 + \gamma_1}, \quad (44)$$

если $L_1 + j$ – нечетное число.

Задавая далее начальные приближения $\theta_{0, j+1}^{(0)}$ и $\theta_{L_1, j+1}^{(0)}$ равенствами (38) и (39), найдем соответственно неубывающие $\theta_{*i, j+1}^{(n)}$ и невозрастающие $\theta_{i, j+1}^{*(n)}$, $0 \leq i \leq L_1$, $n = 1, 2, \dots$, последовательности приближений, сходящиеся к единственному решению $\theta_{i, j+1}$, $0 \leq i \leq L_1$, разностной задачи (20) – (22), (42), (24), (25). В качестве приближенного решения этой задачи примем $\theta_{i, j+1}$, $0 \leq i \leq L_1$, определяемые соотношениями (40) и (41).

2.3. Третья постановка задачи. Разностная аппроксимация задачи (8), (9), (18), (11), (12) включает в себя разностные уравнения (20), (21), граничные условия (22) и

$$\frac{\theta_{L_1, j+1} - \theta_{L_1-1, j+1}}{\Delta \xi} + 4N_1 \theta_{L_1, j+1} = N_1 \left[\theta_3^4(\tau_{j+1}) - \theta_{L_1, j+1}^4 + 4\theta_{L_1, j+1} \right], \quad (45)$$

начальное условие (24) и ограничения (25).

Применяя к решению данной разностной задачи изложенный выше итерационный процесс, получим для определения величин $\theta_{i, j+1}^{(n)}$ формулы, аналогичные (30) – (37), а также соотношения

$$\theta_{L_1, j+1}^{(n)} = \frac{\theta_{L_1-1, j+1} + f_3^{(n-1)}}{1 + 4N_1 \Delta \xi}, \quad (46)$$

если $L_1 + j$ – четное число;

$$\theta_{L_1-1, j+1}^{(n)} = \frac{\left(\gamma_1 + \gamma_{2, L_1-1} \right) f_3^{(n-1)} + \left(1 + 4N_1 \Delta \xi \right) f_4}{1 + \gamma_1 + 4N_1 \Delta \xi \left(1 + 2\gamma_1 + \gamma_{2, L_1-1} \right)}, \quad (47)$$

$$\theta_{L_1, j+1}^{(n)} = \frac{\left(1 + 2\gamma_1 + \gamma_{2, L_1-1} \right) f_3^{(n-1)} + f_4}{1 + \gamma_1 + 4N_1 \Delta \xi \left(1 + 2\gamma_1 + \gamma_{2, L_1-1} \right)}, \quad (48)$$

если $L_1 + j$ – четное число.

Здесь

$$f_3^{(n-1)} = N_1 \Delta \xi \left[\theta_3^4(\tau_{j+1}) - \theta_{L_1, j+1}^{(n-1)4} + 4\theta_{L_1, j+1}^{(n-1)} \right], \quad (49)$$

$$f_4 = \theta_{L_1-1, j} + \gamma_1 \theta_{L_1-2, j+1}. \quad (50)$$

Принимая начальные приближения $\theta_{0, j+1}^{(0)}$ и $\theta_{L_1, j+1}^{(0)}$ сначала равными μ

$$\theta_{k, j+1}^{(0)} = \theta_{*k, j+1}^{(0)} = \mu, \quad k = 0, L_1, \quad (51)$$

а затем, полагая

$$\theta_{k, j+1}^{(0)} = \theta_{*k, j+1}^{(0)} = 1, \quad k = 0, L_1, \quad (52)$$

найдем, соответственно, неубывающие $\theta_{*i,j+1}^{(n)}$ и невозрастающие $\theta_{i,j+1}^{*(n)}$, $0 \leq i \leq L_1$, $n = 1, 2, \dots$, последовательности приближений, сходящиеся к единственному решению $\theta_{i,j+1}$, $0 \leq i \leq L_1$, разностной задачи (20) – (22), (45), (24), (25). Приближенное решение этой задачи определим соотношениями (40) и (41).

Замечание. Подставляя найденное решение $\theta_{0,j+1}$ в правую часть равенства (13), найдем распределение значений плотности объемного результирующего излучения $q_{рез}(\xi, \tau_{j+1})$, $0 \leq \xi \leq \xi_0$, в среде, заполняющей пространство V_2 .

3. Численные исследования. При проведении численных исследований задавали следующие значения исходных данных: $A_0 = 0.6$, $N_1 = 1$, $\theta_0 = 0.5$, $\theta_1 = 0.1$, $\theta_2 = 1$, $\theta_3 = 0.1$, $\xi_0 = 0.6$, $L_1 = 8$, $\Delta\xi = 0.05$, $\Delta\tau = \varepsilon = 0.001$. Кроме того, предполагали, что среда, заполняющая пространство V_2 , является чисто поглощающей.

Результаты численных исследований представлены в виде соответствующих графических зависимостей на рис.2 и 3.

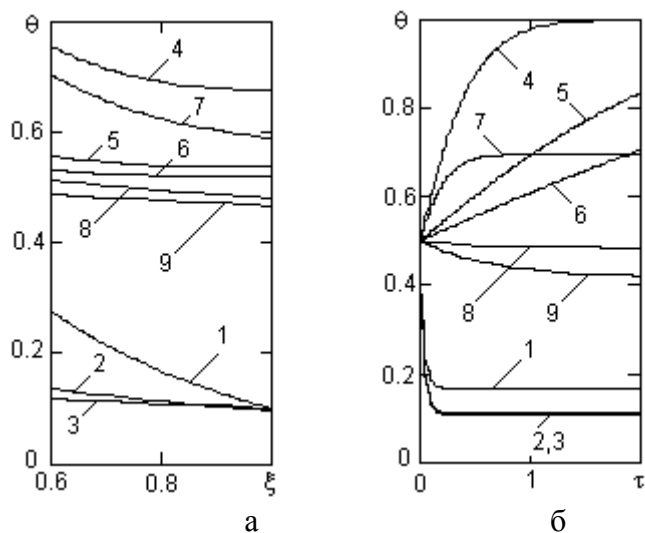


Рис.2. Распределения температур в сферическом теле

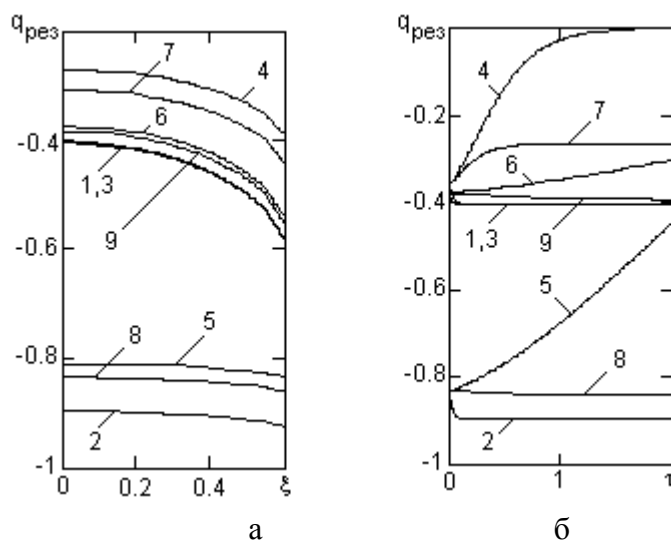


Рис.3. Распределения значений плотности объемного результирующего излучения в поглощающей среде

Графики 1, 2, 3 получены для первой постановки задачи, графики 4, 5, 6 – для второй постановки задачи, графики 7, 8, 9 – для третьей постановки задачи. Кривые 1, 4, 7 соответствуют значениям $Bu=1$, $N_0=1$, кривые 2, 5, 8 – значениям $Bu=0.1$, $N_0=1$, кривые 3, 6, 9 – значениям $Bu=1$, $N_0=0.1$.

На рис.2а изображены распределения температур по толщине сферического слоя V_1 в момент времени $\tau = 0.2$, а на рис.3а для указанного момента времени изображены распределения значений плотности объемного результирующего излучения в среде, заполняющей пространство V_2 . Из представленных графических зависимостей видно, например, что данные величины как функции координаты ξ убывают с возрастанием ξ , причем плотность объемного результирующего излучения принимает отрицательные значения.

На рис.2б показаны зависимости от времени τ значений температуры сферического тела V_1 в точках с координатой $\xi = \frac{\xi_0 + 1}{2} = 0.8$, а на рис.3б показаны зависимости от времени τ значения плотности объемного результирующего излучения в центре сферической системы, т.е. при $\xi = 0$.

Из представленных графиков следует, в частности, что с течением времени τ система переходит в стационарное состояние, причем в случае второй постановки задачи это состояние является состоянием термодинамического равновесия. Кроме того, видно, что процесс перехода системы в стационарное состояние протекает быстрее с увеличением числа Бугера Bu и параметра N_0 .

4. Выводы. Выполнено численное моделирование нестационарной задачи о радиационно-кондуктивном теплообмене в системе, ограниченной теплопроводным телом сферической формы и заполненной ослабляющей средой. Рассмотрены три постановки задачи, характеризующиеся различными способами задания краевых условий на внешней границе системы.

Для решения сформулированных постановок задачи применен подход, основанный на совместном использовании обобщенного зонального метода, метода конечных разностей и метода последовательных двусторонних приближений.

С помощью полученных расчетных формул и выражений численно исследованы нестационарное поле температур в сферическом теле и нестационарное поле значений плотности объемного результирующего излучения в поглощающей среде, заполняющей излучающую систему. Полученные результаты, представленные в виде соответствующих графических зависимостей, могут быть использованы при расчете теплообмена в высокотемпературных агрегатах различного назначения.

Литература

1. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. М.: Мир. 1975. 934 с.
2. Рубцов В.В., Суринов Ю.А. О методах решения нестационарных задач теории радиационно-кондуктивного теплообмена // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1989. Т.29. №11. С. 1705 - 1713.
3. Рубцов В.В. Нестационарный радиационно-кондуктивный теплообмен в цилиндрической системе, заполненной поглощающей и рассеивающей средой // Вестник научно-технического развития. Интернет – журнал. №8 (60). 2012. С. 57 – 65.
4. Суринов Ю.А. О некоторых вопросах стохастической теории переноса излучения и радиационного теплообмена // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. 1992. №5. С. 76 – 81.
5. Суринов Ю.А. Обобщенный зональный метод исследования и расчета лучистого теплообмена в поглощающей и рассеивающей среде // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. 1975. №4. С.112 – 137.
6. Рубцов В.В. Стационарный радиационно-кондуктивный теплообмен в системе из двух

- теплопроводных концентрических сферических тел, разделенных ослабляющей средой
// Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. 2009. №3. С.42 – 46.
7. Gourlay A.R. Hopscotch a Fast Second – Order Partial Differential Equation Solver // J. Inst. Math. Appl. 1970. V.6. P.375 – 390.

Поступила: 29.10.12.