

УДК 621.01: 534.1

ДИНАМИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ В КВАЗИРЕГУЛЯРНЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ЦИКЛОВЫХ МАШИН

© Иосиф Исаакович Вульфсон, Марианна Васильевна Преображенская
Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна
Россия, Санкт-Петербург
vujo@rambler.ru

***Аннотация.** В статье исследуются физические предпосылки для возникновения пространственной локализации колебаний в приводах цикловых машин квазирегулярной структуры. Установлено, что определяющую роль в нарушении синфазных колебаний исполнительного органа играют фазовые сдвиги, возникающие на главном валу, которые при повышенной плотности частотного спектра и переменности параметров создают предпосылки для периодической перекачки энергии из одной формы в другую.*

1. Теория регулярных колебательных систем, обладающих периодической пространственной структурой, нашла отражение в работах многих выдающихся учёных. Впервые одномерную решётку, состоящую из точечных частиц, исследовал Ньютон при определении скорости звука. Дальнейшие исследования связаны с работами Даниила и Иоганна Бернулли, Коши, Кельвина, Борна, Кармана, Дебая, Бриллюэна и др.[1,2]. Эти работы легли в основу так называемой теории цепочек, с помощью которой удаётся осуществить аналитическое описание динамики систем с большим числом степеней свободы, базируясь на анализе одного структурного элемента системы. Основные направления дальнейшего развития теории регулярных систем нашли отражение в монографиях [3–6]. Одним из общих свойств регулярных систем является пространственная локализация энергии, возникающей в линейных системах при отклонениях от строгой регулярности за счёт так называемых включений. При этом имеет место локальное нарастание амплитуд колебаний на определённых участках системы. В нелинейных системах этот эффект наблюдается без чётко выраженных включений[4]. Ниже будет показано, что этот вывод справедлив и для линейных цепочек или решёток с переменными параметрами.

Наиболее известным техническим приложением теории цепочек являются колебания линий электропередач. В течение последних нескольких десятилетий теория регулярных систем была развита применительно к исследованию динамики цикловых машин [7–12]. В машинах циклового действия и автоматических линиях приходится сталкиваться с регулярными колебательными системами в связи с широким распространением динамически идентичных модулей, используемых для реализации однотипных технологических и транспортных операций. В подобных случаях ввиду естественного стремления к унификации и взаимозаменяемости отдельных узлов машины возникает определенная повторяемость блоков динамической модели приводов. Применительно к машинам с цикловыми механизмами теория регулярных колебательных систем нуждается в дополнительной разработке. Во-первых, динамические модели приводов имеют более сложную внутреннюю структуру. При этом в отличие от классических цепочек каждый повторяющийся элемент представляет собой не точечную массу, а узлы, образующие колебательные подсистемы разветвлённой, кольцевой и смешанной структуры. Во-вторых, необходимость отдельного исследования данной проблемы связана со специфическими особенностями цикловых механических систем, среди которых отметим нелинейность функции перемещения, нестационарность динамических связей, возможность нарушения кинематического контакта в зазорах и др. В данном докладе в развитие теории цепочек применительно к регулярным системам с переменными параметрами рассматриваются новые динамические модели приводов цикловых машин.

2. Рассмотрим обобщённую динамическую модель, состоящую из n блоков (модулей), образующую K - связную колебательную систему с периодической пространственной структурой (рис.1). Под связностью будем понимать число реакций при разрыве связей. Каждый модуль в общем случае также может представлять собой k -связную систему. Ниже приведен ряд типовых динамических моделей колебательных систем данного класса. Помимо традиционных условных обозначений упругодиссипативных элементов использовано обозначение Π , соответствующее оператору, который трансформирует угол поворота входного звена в заданную функцию перемещения выходного звена циклового механизма. Элементы M соответствуют приводу машины.

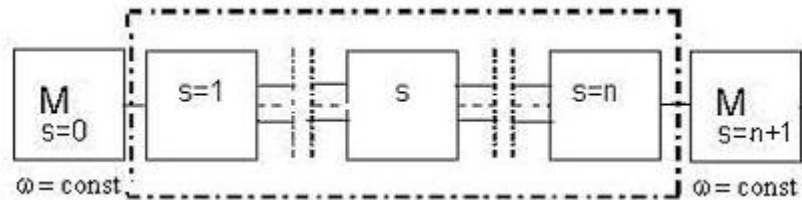


Рис.1

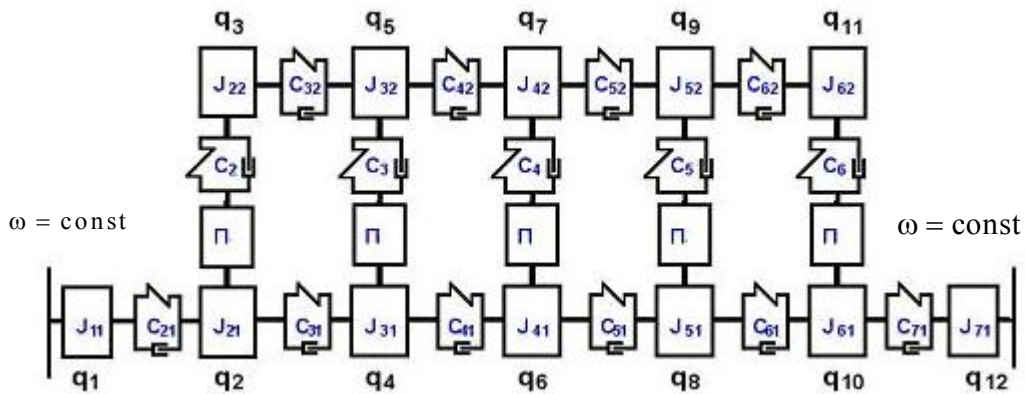


Рис.2

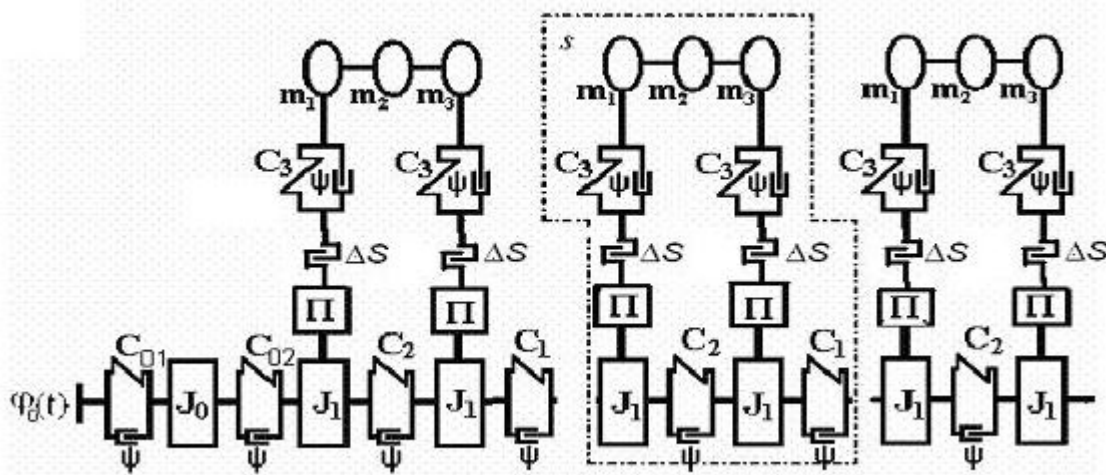


Рис.3

При учёте граничных условий частотное уравнение может быть представлено как

$$w_{43}(p)[w_{21}(p) + w_{22}(p)\xi(p)] - w_{23}(p)[w_{41}(p) + w_{42}(p)\xi(p)] = 0,$$

где w_{ik} – элементы матрицы $\mathbf{W} = \Gamma^n$; R_0 – динамическая жесткость на «входе», $\xi(p) = c\zeta_1 / R_0(p)$, $\zeta_i = c_i / c$ (см. рис.2.; $c = c_s$; $c_{is} = c_i$).

На рис.5 приведён типовой график безразмерной «собственной» частоты $\nu = p / p_*$, где $p_* = \sqrt{c / J_2}$ (номер кривой соответствует номеру частоты). В окрестности этой частоты наблюдается повышенная плотность частотного спектра. Представляет интерес бифуркационный характер изменения некоторых частот в пределах кинематического цикла. На графиках чётко выявились перескоки с кривых 1,2,3 на одноимённые кривые, помеченные звёздочками. Таким образом, даже при медленном изменении параметров возникают скачкообразные изменения доминирующей «собственной» частоты и происходит вырождение некоторых форм колебаний. С этим эффектом связана возможность пространственной локализации колебаний (см. ниже). По существу, возникающие новые формы колебаний отражают интересный динамический эффект, при котором, какая-то часть системы на определенном временном интервале кинематического цикла колеблется в режиме динамического гасителя по отношению к другой более массивной части системы.

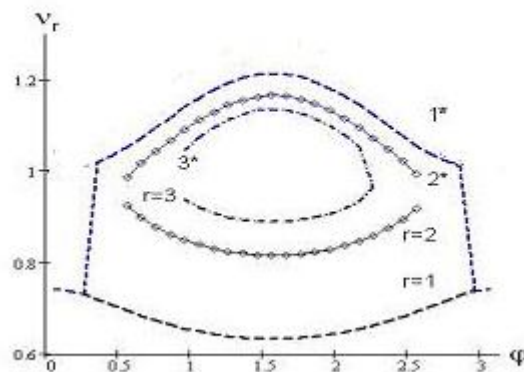


Рис.5

4. При исследовании систем рассматриваемого класса было выявлено, что при возбуждениях импульсного характера, по мере увеличения числа механизмов возникает локализация колебаний на определенных участках рабочего органа и главного вала. На рис.6,а показаны, колебания в двух сечениях рабочего органа при $n=3$, возникающих после соударения в зазоре (линии 3). При этом колебания в обоих сечениях практически синфазны (кривые 1,2), в то время как при $n>5$ имеют место существенные фазовые сдвиги, сопровождающиеся амплитудной модуляцией (рис.6,б). Среди возможных причин этого эффекта могут быть выделены нелинейные факторы, связанные с зазорами, интерференция колебаний при плотном частотном спектре и переменности параметров, фазовые сдвиги в сечениях главного вала, т.е. в аргументе функции положения $\Pi(\varphi)$.

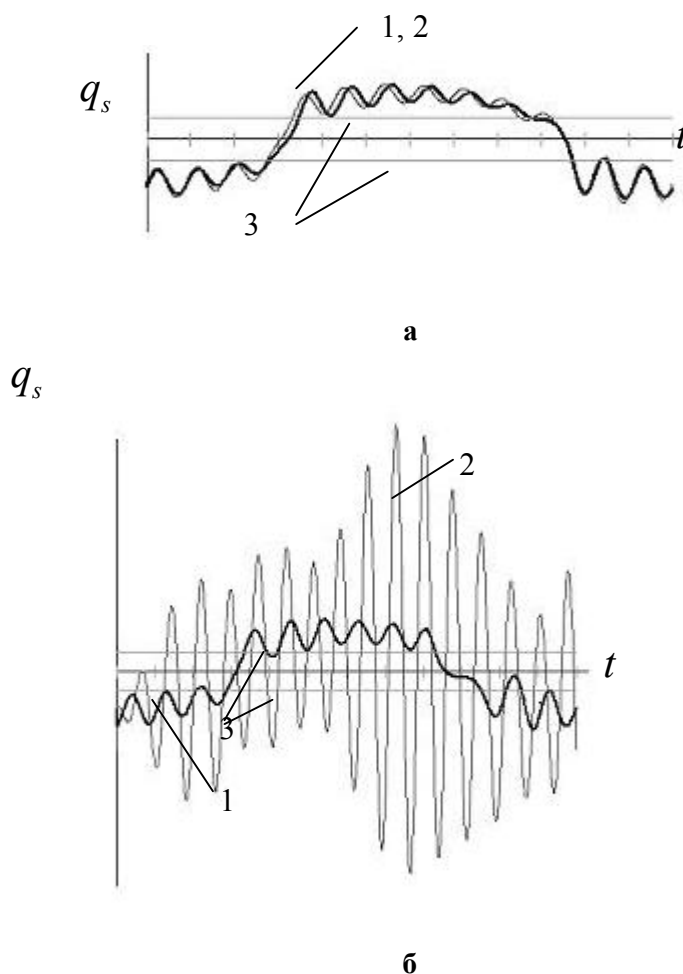
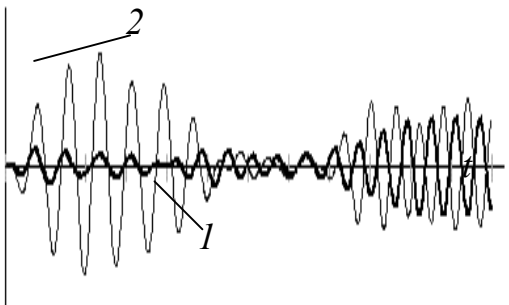
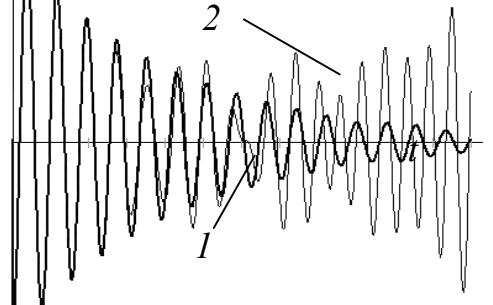
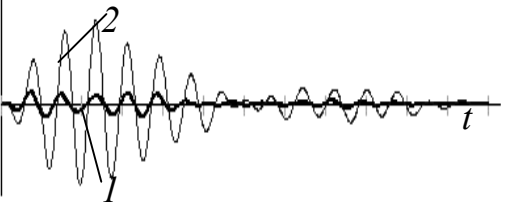
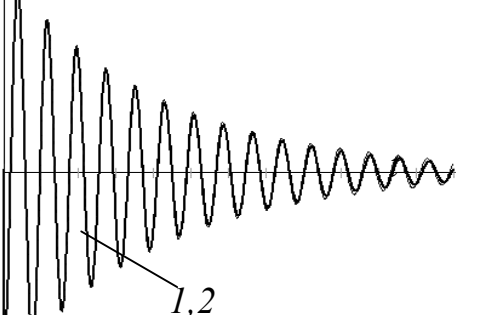


Рис. 6

Покажем, что в рассматриваемой системе при анализе проблемы пространственной локализации колебаний можно ограничиться линейной постановкой задачи. Чтобы исключить влияние нелинейных факторов, был проведён численный эксперимент, при котором зазоры были обнулены, а возбуждение осуществлялось за счёт одинаковых начальных условий в каждом расчётном сечении рабочего органа. Некоторые результаты анализа приведены в таблице. Фрагменты 1.1 и 1.2 иллюстрируют изменение виброускорений на главном валу и исполнительном органе при $n=5$. В окрестности $t=0$ кривые 1 и 2, отвечающие координатам q_2 и q_6 (см. рис.2), практически синфазны, однако затем возникают фазовые сдвиги, которые приводят к существенному возбуждению исполнительного органа. При $c_{s2} = 0$ (фрагменты 2.1, 2.2) фазовые сдвиги близки к нулю на всём отрезке времени, и имеет место затухание колебаний во всех сечениях.

Таблица

Главный вал	Исполнительный орган
<p style="text-align: center;">1.1</p> 	<p style="text-align: center;">1.2</p> 
<p style="text-align: center;">2.1</p> 	<p style="text-align: center;">2.2</p> 

Исходя из вышеизложенного, можно предположить, что определяющую роль в нарушении синфазных колебаний играют фазовые сдвиги функции $\Pi(\varphi)$, которые при повышенной плотности частотного спектра и переменности параметров создают предпосылки для периодической перекачки энергии из одной формы в другую. При этом даже при медленном изменении параметров возникают скачкообразные изменения доминирующей «собственной» частоты и происходит вырождение некоторых форм колебаний.

5. Зарождение пространственной локализации начинается при синфазных колебаниях, когда упругие элементы c_{s2} практически не деформируются (см. рис.2). Тогда система дифференциальных уравнений для свободных колебаний этой модели при учёте диссипации может быть записана как

$$\left. \begin{aligned} J_1 \ddot{q}_{1s} + \tilde{c}_{11}(2q_{1s} - q_{1,s+1} - q_{1,s-1}) + \tilde{c}_1(q_{1s} - \Pi'q_{2s}) &= 0. \\ J_2 \ddot{q}_{2s} - \tilde{c}_1(q_{1s} - \Pi'q_{2s}) + \tilde{c}_2 q_{2s} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Здесь q_{js} – обобщённые координаты; $\tilde{c} = c(1 + 2i\delta)$ – комплексный коэффициент жёсткости при $\delta = \vartheta/2\pi$, где ϑ – логарифмический декремент; $i = \sqrt{-1}$; $\Pi' = d\Pi/d\varphi$.

На базе метода условного осциллятора (или ВКБ-приближения) решение ищем в виде [7]

$$q_{js} = a_{js}(\varphi) \sqrt{p_r(0)/p_r(\varphi)} \cos \int_0^t p_r(\varphi) dt. \quad (5)$$

Здесь $\varphi = \omega t$ играет роль «медленного времени».

Используя комплексное представление амплитудной функции на основании (4),(5) имеем $\tilde{a}_{js} = A \exp[-i\delta \int p_r(\varphi) dt - s\theta]$, где θ – коэффициент пространственного затухания [3]. Используя граничные условия, после уравнивания коэффициентов при действительной и мнимой части получаем два уравнения, определяющие частотные и диссипативные свойства системы, а также фазовые сдвиги. Можно показать, что $\theta = \text{Arctg} \text{ch} f(v)$ при $f(v) \geq 1$ и $\theta = \text{Arctg} \cos f(v)$ при $f(v) \leq 1$, где

$$f(v) = \frac{-4\delta^2 v^2 \kappa \pm (1 - \kappa^2) \sqrt{1 + 4\delta^2 v^2}}{1 - \kappa^2 - 4\delta^2 v^2 \kappa^2}. \quad (6)$$

На рис.7 приведены графики $v_{or}(n) = p_r(n)/p_0$, построенные по формуле (6) при : $c_1 = 70000$; $c_2 = 300000$; $c_{11} = 50000 \text{ Нм}$; $J_1 = 0$; $J_2 = 0,36 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $\delta = 0,03$.

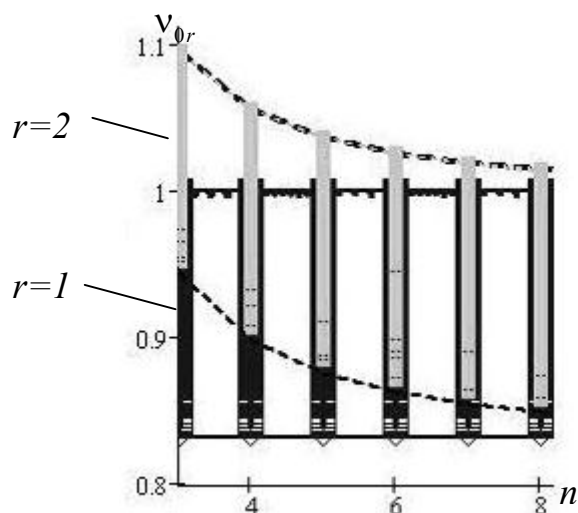


Рис.7

На рис.7 приведены графики $v_{or}(n) = p_r(n)/p_0$, построенные по формуле (6) при $J_2 = 0$. Высота «столбиков» отвечает диапазону изменения частоты при изменении функции положения механизма. Перекрывающийся диапазон частот, разумеется, не отвечает кратным частотам, поскольку соответствует разным моментам «медленного» времени, однако свидетельствует о близости частот при этих формах. В подобных случаях имеет место большая связанность подсистем, проявляющаяся в биениях, при которых происходит периодическая перекачка энергии из одной формы в другую. Это свойство Л.И. Мандельштам образно охарактеризовал как «заразительное» [2]. При переменности параметров рассматриваемый эффект усиливается из-за «перескоков» с одной формы на другую в пределах каждого кинематического цикла, а также возможных нарушений условий динамической устойчивости в окрестности программного движения. При изменении $\Pi'(\varphi)$ одновременно изменяется не только «собственная» частота, но и фазовые сдвиги, причём наиболее сильный дестабилизирующий эффект наблюдается при $\theta \rightarrow \pi/2$.

Для устранения нарастания амплитуд колебаний выделим в амплитудной функции (13) медленно меняющуюся составляющую

$$Z(\varphi) = v_r^{-0,5}(\varphi) \exp[-\delta \int v_r(\omega t) dt - s\theta(\varphi)]$$

и потребуем выполнения условия $dZ/dt < 0$. Тем самым исключается возможность появления участков с нарастающим характером отклонений от программного движения. При этом подавляются основные источники локализации колебаний и повышенной виброактивности системы [9,12]. По существу, приведенные выше динамические эффекты, связанные с переменной динамической жёсткостью, можно трактовать как проявление пространственной локализации.

Иногда отклонения от строгой пространственной периодической структуры динамической модели возникают по чисто конструктивным соображениям. Как показывает анализ, подобные системы особенно чувствительны к нарушению пространственной симметрии. Ограничимся здесь только рассмотрением эффекта от «включения» в одном из крайних элементов модели. При этом примем скорректированное значение коэффициента жёсткости как $c_2 + \Delta c_2$. Используя методику определения оценки размера области локализации, изложенную в монографии [4], при учёте (6), получаем

$n_* \approx 4\zeta_{11} \Delta\zeta_2 / |\Pi'^2 - \Delta\zeta_2|$, где n_* – максимальное число сечений, охваченных локализацией; $\Delta\zeta_2 = \Delta c_2 / c_1$.

Можно показать, что при прочих равных условиях одним из способов подавления пространственной локализации является уменьшение параметра $\zeta_{11} = c_{11} / c_1$. В частности, этот вывод оказался эффективным при снижении виброактивности цикловых систем кольцевой структуры трикотажных машин [9].

В заключении отметим, что применительно к исследуемому классу систем приходится сталкиваться с теми же трудностями, которые встречаются при описании сложных динамических систем, образованных несущей конструкцией с множеством укрепляющих элементов [5]. В частности, при частотном спектре повышенной плотности использование разложения в ряды по собственным формам оказывается неэффективным. В данной задаче к дополнительным осложнениям приводит переменность параметров, при которой в пределах одного кинематического цикла происходит структурная трансформация системы, сопровождающаяся вырождением одних форм колебаний и появлением новых. В системе возникают медленно меняющиеся стоячие волны, которые проявляются в виде пространственной локализации колебаний на определённых участках рассматриваемых объектов. При этом возбуждаемые свободные сопровождающие колебания нередко не затухают, поскольку имеется энергетическая «подпитка» за счёт параметрических эффектов. Исследование данной проблемы нельзя считать исчерпанной как в общем плане, так и применительно к рассмотренному классу задач.

Литература

1. Бриллюэн Л., Пароди М. Распространение волн в периодических структурах.– М.: Изд.-во иностр. лит. 1959.
2. Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний.– М.: Наука, 1972
3. Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны.– М.: Наука, 1997
4. Маневич Л.И., Михлин Ю.В., Пилипчук В.Н. Метод нормальных колебаний для существенно нелинейных систем.– М.: Наука, 1989.
5. Индейцев Д.А., Кузнецов Н.Г., Мотыгин О.В. и др. Локализация линейных волн. – СПб.: Изд-во. С.- Петерб. ун-та, 2007
6. Vanakh L.Ya., Kempner M.L. Vibrations of mechanical systems with regular structure. Springer-Verlag. Berlin, London, New York, 2010.
7. Вульфсон И.И. Колебания машин с механизмами циклового действия.– Л.: Машиностроение, 1990.

8. Vulfson I. Vibroactivity of branched and ring structured mechanical drives. New York, London: Hemisphere Publishing Corporation, 1989.
9. Вульфсон И.И., Преображенская М.В. Исследование колебательных режимов, возбуждаемых при перекладке в зазорах цикловых механизмов, соединенных с общим исполнительным органом // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2008. №1. С.33–39.
10. Вульфсон И.И. Колебания в машинах: учеб. пособие для вузов. Изд. 2-е, 3-ье.– СПб.: СПГУТД, 2006, 2008.
11. Vulfson I.I. Some nonlinear effects of machine dynamics.// Journal of Vibroengineering. V.10, No4, 2008. Pp.442–450.
12. Вульфсон И.И. Синфазность и пространственная локализация колебаний рабочих органов с симметричной динамической структурой. // РАН. Проблемы машиностроения и надежности машин. №1, 2011. С. 12-18.
13. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1966.

Поступила: 12.08.12.