

УДК 621.036:681.20

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА ТОМСОНА НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩИХ ЭЛЕМЕНТАХ – УГЛЕРОДНЫХ НИТЯХ

© Александр Анатольевич Шульженко, Михаил Борисович Модестов

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН

ecometer@mail.ru

***Аннотация.** Создание прецизионных нагревателей, используемых, в первую очередь, для обогрева биологических объектов, ставит перед разработчиками требования к проведению более точных расчетов, учитывающих в тепловыделяющих элементах такие явления, как эффект Томсона. Экспериментальные данные, полученные в ходе изучения тепловых процессов в тканых нагревателях, построенных на тепловыделяющих элементах – углеродных нитях, несколько отличаются от тепловых процессов, происходящих в проводниках, описанных с помощью электронной теории для проводников, созданной А.Зоммерфельдом. Поэтому была сделана попытка объяснить данные экспериментов с помощью известных в современной физике твердого тела научных результатов. Работа представляет интерес для широкого круга специалистов, занимающихся физикой тепловых процессов, а также конструкторов изделий с электрообогревом, в которых в качестве тепловыделяющего элемента используются углеродные нити.*

***Ключевые слова:** углеродные нити (графит), тепловые поля (температура), эффект Томсона.*

Поводом для подробного рассмотрения тепловых процессов, происходящих в углеродных нитях, стали результаты многочисленных экспериментов, показавшие, что при пропускании постоянного тока по углеродной нити на концах нити температуры не одинаковы (рис. 1, 2). На «плюсовом» конце нити температура выше, чем на «минусовом», и эта разность температур составляет $\sim 10\div 15\%$ от уровня общего нагрева нити относительно температуры среды. То есть, это приводит к тому, что если использовать граничные условия, применяемые при решении задач, связанных с расчетом теплопроводности в проводниках, для расчета теплопроводности в углеродных нитях [1, 2], эта разность температур на концах углеродных нитей, не будет учтена. Поэтому возникает необходимость в объяснении происходящих в графите тепловых явлениях и выводе соотношений, позволяющих сделать оценку уровней перепада температур на концах углеродных нитей.

Тепловые процессы можно представить как систему взаимодействия электронов и атомов, находящихся в узлах кристаллической решетки. Для того, чтобы разобраться в этих процессах, необходимо понять, от чего зависит теплопроводность в проводниках и графите.

При воздействии внешнего электрического поля электрический ток в проводниках и графите образуется свободными электронами [3-5].

При прохождении электрического тока в структуре проводника происходит взаимодействие электронов, как между собой, так и с дефектами кристаллической решетки: динамическими и статическими. Именно по этой причине происходит тепловыделение.

Согласно [4, 5], основной вклад в теплопроводность в проводнике в рассматриваемом диапазоне температур, в пределах 50°C , вносит электрон-электронное взаимодействие. Тепловые процессы в проводнике обычно рассматривают в соответствии с электронной теорией Зоммерфельда [6]. В этом случае температура на концах проводника будет одинаковой.

Графит обладает структурой, отличной от проводников. Так, например, существует отличие связи электронов с атомами в графите от связей электронов с атомами в металлах, заключающееся в степени коллективизации электронов. В металлической структуре электроны принадлежат не двум атомам, как при ковалентной связи в графите, а всему кристаллу. Еще одной существенной особенностью, вытекающей из такого строения, является различие концентраций свободных электронов – носителей электрического тока. У металлов эта концентрация колеблется в пределах $10^{22} \div 10^{23} \text{ см}^{-3}$, а у полуметаллов (графита) - $10^{18} \div 10^{20} \text{ см}^{-3}$. Поэтому можно предположить, что и физические свойства графита, связанные с теплопроводностью, также будут отличаться от проводника.

Основной вклад в теплопроводность в графите обеспечивает фонон-фононное взаимодействие [4, 5]. В целом ряде работ, посвященных физике твердого тела, в том числе и в [4, 5], рассмотрено как происходят тепловые процессы в графите при воздействии внешнего электрического поля. Электронный поток взаимодействует с атомами, находящимися в узлах кристаллической решетки и вызывает их колебания. В этом случае кристаллическое тело графита можно представить в виде независимых осцилляторов, находящихся в узлах кристаллической решетки. Одиночный осциллятор колеблется с частотой ω и представляет собой квант $\hbar\omega$, где \hbar – постоянная Планка. Таких осцилляторов в структуре материала – n . Частицы, соответствующие упругим колебаниям кристаллической решетки называются фононами. Но не при всяком взаимодействии фононов происходит передача энергии (поглощение энергии, выделение энергии). Это происходит при взаимодействии с перебросом – сильным изменением траектории движения частиц. Возникновение эффекта переброса является вероятностной функцией. Если бы структура графита носила идеальный характер, то в этом случае прохождение фононов в кристаллической решетке происходило без взаимодействия с другими фононами, и теплопроводность была бы равна бесконечности. Однако, кристаллическая структура графита имеет дефекты, которые делают теплопроводность этого материала конечной. Эти дефекты имеют самый различный характер: наличие примесей в структуре, стенки материала (особенно в нитях, состоящих в своем сечении из тысяч переплетенных между собой филаментов) и др.

Теперь попробуем оценить уровень перепада температур, возникающий на концах углеродных нитей.

Несмотря на то, что уравнение Фурье было получено, исходя из классического представления о структуре материалов, тем не менее, оно полностью соответствует и процессам теплопроводности, которые происходят в углеродных нитях. Поэтому для расчета теплового поля, полученного путем фонон-фононного взаимодействия, используем уравнение Фурье для стационарных условий с внутренним источником тепловыделения [7, 8]

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 \Delta T_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta T_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Delta T_z}{\partial z^2} \right) + q_v = 0 \quad (1)$$

$\Delta T_x, \Delta T_y, \Delta T_z$ - температура нагрева собственно нагревателя по осям X, Y, Z;
 $\Delta T_x = T_{hx} - T_1$; T_{hx} - температура нагрева активной части тканого нагревателя вдоль оси X с учетом температуры внешней среды; T_1 - температура на концах углеродной нити; q_v - объемное тепловыделение углеродной нити.

Будем считать, что нить вытянута по прямой линии вдоль оси X, что она имеет постоянную проводимость и теплопроводность по всей своей длине. В этом случае будем рассматривать одномерные тепловые процессы, происходящие в углеродной нити, вдоль ее расположения. Углеродная нить имеет одинаковую форму по всей своей длине. Для определенности будем считать, что отрицательный потенциал внешнего электрического поля

приложен к углеродной нити в точке $x'=0$, а положительный потенциал – к точке $x'=l_n$. В пределах активной части нагревателя, состоящего из одной углеродной нити, можно записать, что линейное распределение источников тепла

$$q_l = \frac{P_n}{l_n} \quad (2)$$

P_n – мощность нагревателя, состоящего из одной нити; l_n – длина нити.

Тогда уравнение (2) для одномерного теплового процесса можно записать

$$\lambda \frac{\partial^2 \Delta T_x}{\partial x'^2} + q_l = 0 \quad (3)$$

$x' = \frac{x}{l_n}$ – текущее относительное значение координаты; x – текущее абсолютное значение координаты; l_n – длина нити.

Сопротивление активной части нагревателя рассчитаем, исходя из следующего выражения

$$R_n = \rho_n l_n \quad (4)$$

R_n – сопротивление активной части нагревателя; ρ_n – погонное сопротивление углеродной нити.

Мощность, расходуемая на нагрев тканого нагревателя, равна

$$P_n = \frac{U^2}{R_n} \quad (5)$$

U – напряжение источника электропитания.

Подставляя (4), (5) в (2) и зная габариты нити и напряжение внешнего источника, приложенного к нити (5), можно определить линейное тепловыделение [7]

$$q_l = \frac{P_n}{l_n} = \frac{U^2}{\rho_n l_n^2} \quad (6)$$

Подставив (6) в (3), получим

$$\frac{\partial^2 \Delta T_\kappa}{\partial x'^2} = -\frac{U^2}{\lambda \rho_n l_n^2} \quad (7)$$

Для тканого нагревателя, состоящего из одной углеродной нити, имеем следующие граничные условия

$$\frac{\partial \Delta T_\kappa}{\partial x'} = 0 \text{ при } x' = \frac{1}{2} \quad (8)$$

$$\Delta T_\kappa = T_1 \text{ при } x' = 0 \text{ и } x' = 1 \quad (9)$$

Для определения температуры на поверхности активной части тканого нагревательного элемента решим дифференциальное уравнение (7). Для этого необходимо его дважды проинтегрировать.

После первого интегрирования имеем

$$\frac{\partial \Delta T_\kappa}{\partial x'} = -\frac{U^2}{\lambda \rho_n l_n^2} \int \partial x' + C_1 = -\frac{U^2}{\lambda \rho_n l_n^2} \cdot x' + C_1 \quad (10)$$

Используя граничные условия (8), получаем

$$C_1 = \frac{U^2}{\lambda \rho_n l_n^2} \cdot \frac{1}{2} \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10)

$$\frac{\partial \Delta T_x}{\partial x'} = \frac{U^2}{\lambda \rho_n l_n^2} \left(\frac{1}{2} - x' \right) \quad (12)$$

Интегрируя выражение (12), будем иметь

$$\Delta T_x = \frac{U^2}{\lambda \rho_n l_n^2} \left(\frac{l}{2} \int \partial x' - \int x' \partial x' \right) + C_2 = \frac{U^2}{\lambda \rho_n l_n^2} \left(\frac{x'}{2} - \frac{x'^2}{2} \right) + C_2 \quad (13)$$

Так как $C_2 = 0$, при граничных условиях (9), то уравнение (13), описывающее тепловое поле на поверхности нагревателя, примет вид

$$\Delta T_x = \frac{U^2}{\lambda \rho_n l_n^2} \left(\frac{x'}{2} - \frac{x'^2}{2} \right) \quad (14)$$

Подставляя значение $\Delta T_x = T_{nx} - T_1$ в (14), получаем

$$T_{nx} = T_1 + \frac{U^2}{\lambda \rho_n l_n^2} \left(\frac{x'}{2} - \frac{x'^2}{2} \right) \quad (15)$$

Температура на концах нити, где, согласно граничным условиям (9), $\Delta T_x = 0$, T_{cp} - температура окружающей среды.

Выразим T_1 через T_{cp} . Особенностью тепловых процессов, происходящих вдоль нити, является то, что теплоотдача и излучение будет происходить только с боковой поверхности нити, так как $r_0 \ll l_n$ и $r_0 \rightarrow 0$. Будем считать, что коэффициент α учитывает и теплоотдачу, и излучение [7]. Тогда можно записать, согласно уравнению Ньютона [6, 7]

$$q_l = \alpha(T_1 - T_{cp})2\pi r_0 \quad (16)$$

Подставляя в (16) выражение (6)

$$\frac{U^2}{\rho_n l^2} = \alpha(T_1 - T_{cp})2\pi r_0 \quad \text{или} \quad T_1 = T_{cp} + \frac{U^2}{2\pi \alpha \rho_n l_n^2 r_0} \quad (17)$$

Общую формулу для определения тепловых процессов по оси X , получаем, используя (15) и (17)

$$T_{nx} = T_{cp} + \frac{U^2}{2\pi \alpha \rho_n l_n^2 r_0} + \frac{U^2}{\lambda \rho_n l_n^2} \left(\frac{x'}{2} - \frac{x'^2}{2} \right) \quad (18)$$

График переменной части распределения температуры вдоль углеродной нити, вызванной фонон-фононным взаимодействием, показан на рис.3.

Как видим, температура вдоль углеродной нити при прохождении по ней электрического тока распределяется неравномерно. В этом случае при протекании электрического тока вдоль углеродной нити будет иметь место эффект Томсона. Основной вклад в этот эффект в графите обеспечивает взаимодействие типа фонон-электрон, то есть осуществляется передача тепловой энергии от фононов потоку электронов, образующих электрический ток.

С точки зрения квантовых представлений можно дать следующее объяснение процессам поглощения/выделения энергии, а также изменениям температур. Будем считать, что градиент температуры направлен от меньшей температуры к большей. Если имеем совпадение градиента температуры и направленности электрического поля, то происходит охлаждение, так как электроны за счет суммирования внешних сил разгоняются и переходят на более высокий квантовый уровень, что несет за собой поглощение энергии. И, наоборот, при разнонаправленных силах внешнего воздействия, электроны тормозятся, переходят на более низкий энергетический уровень и выделяют энергию. Здесь необходимо отметить, что

электроны больше разгоняются или больше тормозятся в местах, где на них оказывается большее воздействие внешними силами [5].

Происходит некоторое обратное перераспределение энергии. Полностью процесс передачи энергии можно представить следующим образом: сначала энергия передается электронами - атомам кристаллической решетки, далее, при их возбуждении происходит фонон-фононное взаимодействие, а затем, обратно - кристаллической решеткой электронам, фононами – электронам.

Особенностью установившегося процесса фонон-электронного взаимодействия является то, что при прохождении электронного потока, сформированного под воздействием внешнего источника постоянного тока («минус» источника приложен к одному концу, а «плюс» к другому концу углеродной нити), на него также воздействует тепловое поле, образованное фонон-фононным взаимодействием. В начале углеродной нити температура, воздействующая на электроны, будет равна разности температур в начале нити и в середине

нити - $T_{xn} = T_0 - T_{0,5} = -\frac{1}{8} \frac{U^2}{\lambda \rho_n I_n^2}$, а температура, воздействующая на электроны в конце

нити разности температур - $T_{xnk} = T_0 - T_{0,5} = \frac{1}{8} \frac{U^2}{\lambda \rho_n I_n^2}$. В центре нити температура,

воздействующая на электронный поток, будет равна $T_{xnc} = T_{0,5} - T_{0,5} = 0$. Имея эти граничные условия распределения температуры и используя для расчета известное выражение [3]

$$\frac{dP_n}{dx'} = \sigma I \frac{dT_{xn}}{dx'} \quad (19)$$

получим распределение поглощаемой (или выделяемой) энергии с учетом (18)

$$\frac{dP_n}{dx'} = \sigma I \frac{U^2}{\lambda \rho_n I_n^2} \left(\frac{1}{2} - x' \right) \quad (20)$$

Используя выражение (14), получаем распределение температур в электронном потоке при эффекте Томсона

$$\begin{cases} T_{xn} = -\frac{1}{2} \frac{U^2}{\lambda \rho_n I_n^2} \left(x' - \frac{1}{2} \right)^2 & \text{при } 0 \leq x' \leq \frac{1}{2} \\ T_{xn} = \frac{1}{2} \frac{U^2}{\lambda \rho_n I_n^2} \left(x' - \frac{1}{2} \right)^2 & \text{при } \frac{1}{2} \leq x' \leq 1 \end{cases} \quad (21)$$

График распределения температуры вдоль углеродной нити при эффекте Томсона показан на рис. 4.

Учитывая (18), согласно [3], выделение или поглощение энергии при наличии эффекта Томсона можно определить из (19).

Складывая полученные результаты (см. рис. 3 и рис. 4), в итоге имеем следующее распределение температуры, возникающее в углеродных нитях при наличии эффекта Томсона (рис. 5). Перепад температур на краях углеродной нити можно оценить как

$$T_{xnk} - T_{xnn} = 2T_{xn} = \frac{U^2}{\lambda \rho_n I_n^2} \left(x' - \frac{1}{2} \right)^2.$$

Теперь рассмотрим, что происходит с энергетическим балансом.

Так как температура, создаваемая вдоль проводника при фонон-фононном взаимодействии, распределена симметрично (рис. 2) (по параболе), а вся энергия внешнего поля, согласно закону Джоуля-Ленца, затрачена на создание тепла [3], в данном случае, на взаимодействие электронов с фононами и фононов с фононами (на создание тепла за счет

колебаний кристаллической решетки), то можно сделать предположение, что суммарная энергия, поглощенная и выделенная электронами при фонон-электронном взаимодействии в пределах проводника, будет равна

$$Q_{Том\Sigma} = Q_{Том\ погл} + Q_{Том\ выд.} = 0 \quad (22)$$

$Q_{Том\Sigma}$ - суммарная энергия, поглощенная и выделенная электронами, в углеродных нитях при эффекте Томсона; $Q_{Том\ погл}$ - энергия, поглощаемая электронами при прохождении участка нити от более низкой температуры к более высокой температуре; $Q_{Том\ выд.}$ - энергия, выделяемая электронами при прохождении участка нити от более высокой температуры к более низкой температуре.

То есть, происходит перераспределение энергии, в пределах уже затраченной энергии.

Тепловой баланс (без учета энергетических затрат на броуновское движение) в пределах углеродной нити с учетом (19) определяется

$$Q_{\Sigma} = Q_{эф\ фф} + Q_{Том\Sigma} = Q_{эф\ фф} + Q_{Том\ погл} + Q_{Том\Sigma\ выд} = Q_{эф\ фф} \quad (23)$$

Q_{Σ} - суммарные затраты энергии на все процессы в углеродной нити при внешнем электрическом воздействии; $Q_{эф\ фф}$ - энергетические затраты на электрон-фононное и фонон-фононное взаимодействие.

Таким образом, все энергетические затраты соответствуют закону Джоуля-Ленца.

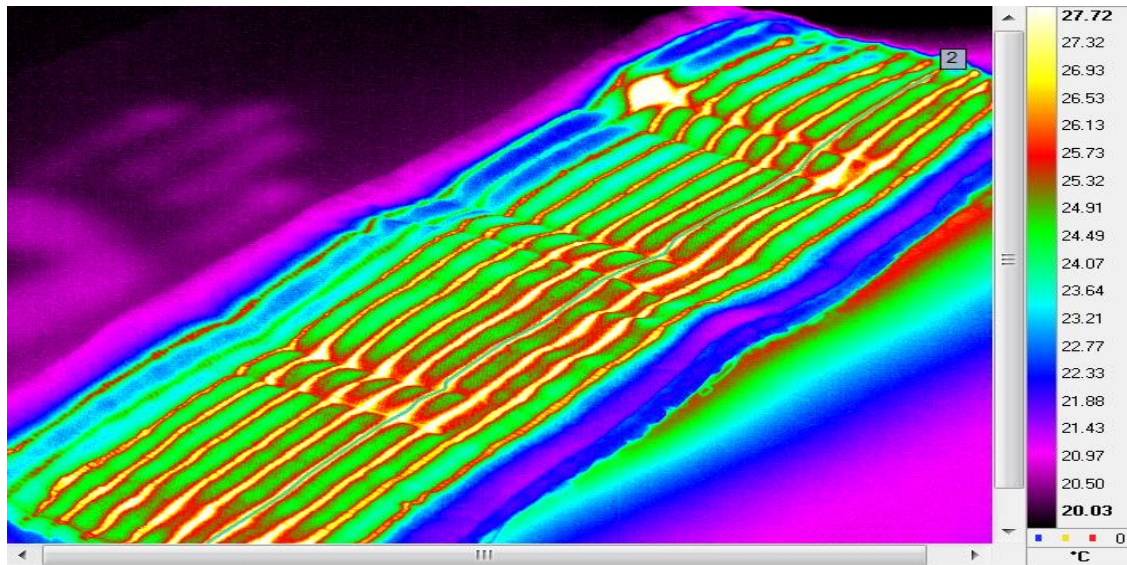


Рис. 1. Фотография тканого нагревателя, состоящего из 11 углеродных тепловыделяющих нитей, полученная с помощью тепловизора.

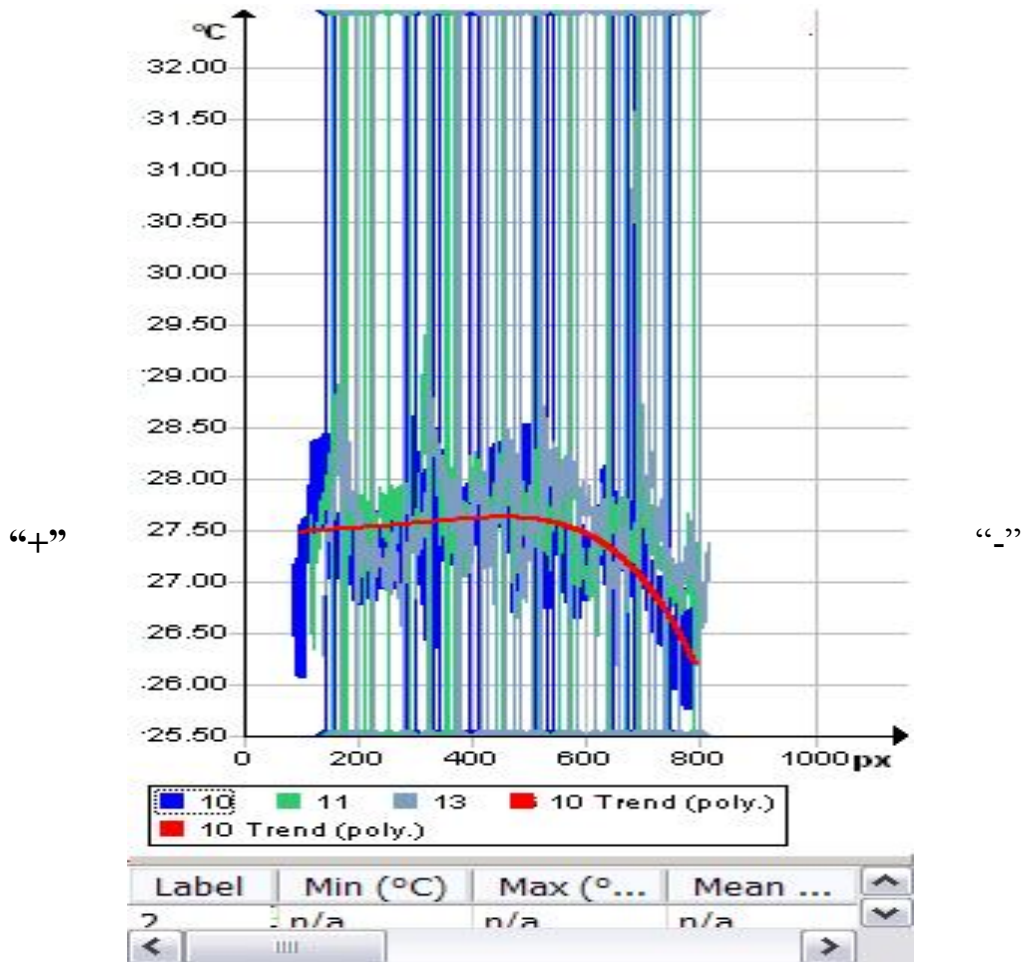


Рис. 2. Распределение температуры и его тренд вдоль углеродной тепловыделяющей нити в тканом нагревателе.

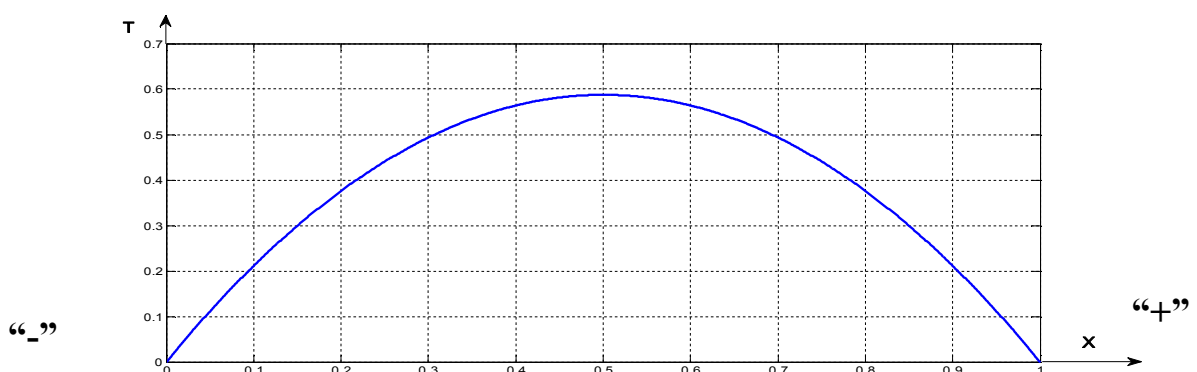


Рис. 3. График распределения переменной части температурного поля при передаче тепла теплопроводностью.

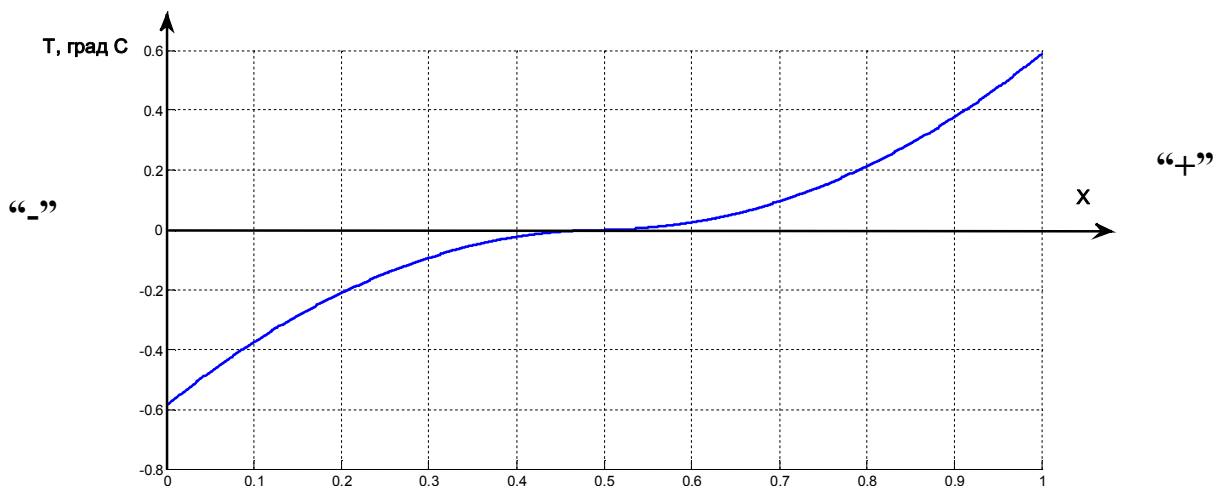


Рис. 4. График распределения температуры при фонон-электронном взаимодействии

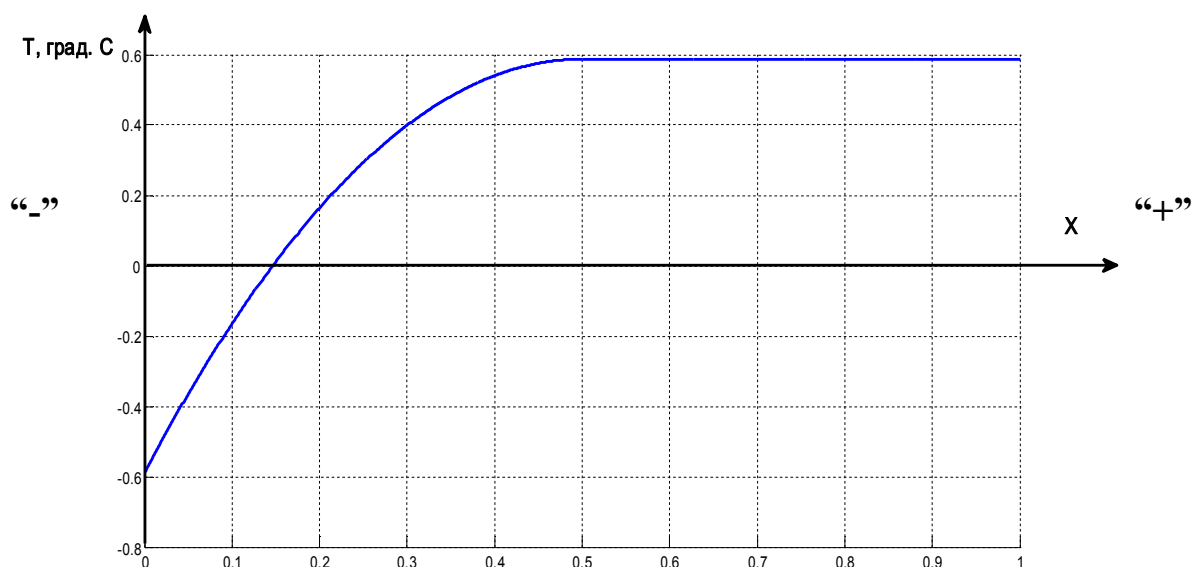


Рис. 5. Результирующий график распределения температуры с учетом эффекта Томсона.

Проведенные с помощью тепловизора с охлаждаемой матрицей французской фирмы FLIR эксперименты показали хорошее совпадение экспериментальных (рис. 2) и теоретических результатов (рис. 5).

Выводы.

В работе были даны объяснения возникающей разности температур на концах углеродной нити, исходя из физических процессов, происходящих в графите при прохождении постоянного электрического тока.

В углеродных нитях, находящихся под воздействием внешнего постоянного электрического источника, в результате электрон-фононного и фонон-фононного взаимодействия, чем определяется теплопроводность графита, всегда имеем параболическое симметричное распределение температур вдоль нитей, что, в свою очередь порождает присутствие эффекта Томсона.

Предлагаемый способ, опирающийся на физику эффекта Томсона в графите, позволяет более точно определить тепловые поля на всей протяженности вытянутой в линию углеродной нити.

Хотя расчеты тепловых полей носят оценочный характер, тем не менее, они позволяют довольно просто получить результаты, имеющие неплохое совпадение с экспериментальными данными.

Проведенные эксперименты подтвердили сделанные допущения: о возможности раздельного рассмотрения процессов при электрон-фононном, фонон-фононном и фонон-электронном взаимодействии и соблюдении энергетического баланса при таком подходе.

Данная работа представляет интерес для специалистов, занимающихся физикой тепловых процессов, а также конструкторов обогреваемых изделий, в которых в качестве тепловыделяющего элемента используются углеродные нити. Рост потребности в устройствах, в которых необходимо обеспечить условия прецизионного обогрева, повышают актуальность работы.

Литература

1. Булыгин В.С. О влиянии эффекта Томсона на нагрев металла электрическим током// Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук – общая и прикладная физика. Сборник трудов 49-й научной конференции МФТИ, Т.П/ МФТИ – М.: 2006.
2. Котов В. Расчет температурного поля тонкого проводника, нагреваемого электрическим током. МГТУ им. Н.Э.Баумана, сайт: www.nsu.ru, 2002.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Учебное пособие: Для вузов. Электричество.Т.3.. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009, 656 с.
4. Гуревич А.Г. Физика твердого тела. Учебное пособие для вузов. ФТИ им. А.Ф.Иоффе РАН – СПб: Невский Диалект, БХВ-Петербург, 2004, 320 с.
5. Винтайкин Б.Е. Физика твердого тела. Учебное пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2008, 360 с.
6. Бете Г., Зоммерфельд А. Электронная теория металлов. Л., М.: Главная редакция технико-теоретической литературы, 1938.
7. Шульженко А.А., Андрианов Н.А., Модестов М.Б., Мнев Б.А. Особенности расчета нагревателя с углеродными нитями // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. № 6. С. 86-93.
8. Шульженко А.А., Модестов М.Б., Мнев Б.А. Расчет теплового поля тканого электронагревателя, находящегося в теплозащитных слоях одежды// Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 4. С. 110-117.

Поступила: 17.05.12.