

УДК 534.1

О МОДЕЛЯХ ВОЗБУЖДЕНИЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ РЕЗАНИИ МЕТАЛЛОВ

© Владимир Константинович Асташев,
Георгий Константинович Корендясев

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт машиноведения им. А.А. Благоднарова РАН

v.astashev@mail.ru

***Аннотация.** Рассматривается модель возбуждения автоколебаний при резании металлов, в которой потеря устойчивости состояния резания с постоянной скоростью происходит в результате тепловыделения в зоне резания из-за зависимости механических характеристик обрабатываемого материала от температуры. Находятся условия самовозбуждения колебаний.*

***Ключевые слова:** резание, устойчивость, автоколебания, характеристика силы резания, запаздывание, термомеханическая модель.*

1. Повышение эксплуатационных свойств металлорежущих станков, их производительности и качества обработанной лезвийным инструментом поверхности в значительной степени определяется динамическими процессами и, в частности, автоколебаниями, возникающими при резании.

Анализ физических причин возникновения вибрации в процессе резания привлек внимание множества отечественных и зарубежных исследователей с самого начала развития науки о резании. Представление об автоколебательном характере вибрации при резании впервые ввел Н.А. Дроздов, который в работе [1] опроверг трактовку колебаний как вынужденных и показал, что наблюдаемые вибрации нельзя объяснить резонансом вследствие совпадения частоты скалывания элементов стружки с частотами собственных колебаний инструмента или обрабатываемой заготовки.

Сложность и неоднозначность физических процессов, происходящих при резании металлов, позволяет предположить, что возникновение и поддержание автоколебаний определяется рядом физических явлений, которые могут действовать одновременно. В зависимости от конкретных условий и состояния упругой системы станка некоторые из них могут доминировать. Среди этих условий, прежде всего, следует выделить жесткость и демпфирующую способность элементов технологической системы, режимы резания и вид обработки, а также свойства обрабатываемого материала.

В настоящее время известен ряд теорий возникновения автоколебаний при резании. Одна из первых теорий базируется на предположении о падающей зависимости силы резания от скорости [2]. Математически эта теория аналогична описанию модели автоколебаний подпружиненного тела, расположенного на движущейся с постоянной скоростью шероховатой ленте [3], где самовозбуждение колебаний происходит при убывающей по скорости силе трения.

На рис.1 показана простейшая модель упругой системы станка, где m – масса колеблющегося элемента (резца)1, связанного с неподвижной стойкой упруго-диссипативным элементом с коэффициентами жесткости c и вязкого сопротивления b . Обрабатываемое изделие 1 движется с постоянной скоростью v . В точке контакта резца с изделием на резец действует сила резания F . Пусть $F = F(v)$ – монотонно убывающая зависимость силы F резания от скорости v резания. Тогда колебания рассматриваемой системы (резца или детали) описываются уравнением

$$m\ddot{u} + b\dot{u} + cu = F(v - \dot{u}), \quad (1)$$

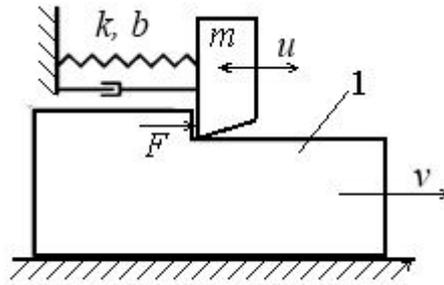


Рис.1

При любой скорости резания $v=v_0$ существует частное решение $u_0 = F(v_0)/c$ уравнения (1), соответствующее состоянию равновесия системы. Для оценки устойчивости равновесного состояния введем новую координату $x = u - u_0$ и после линеаризации полученного уравнения относительно малых отклонений от частного решения найдем уравнение, описывающее малые колебания в окрестности положения равновесия

$$m\ddot{x} + (b + \beta)\dot{x} + cx = 0, \quad (2)$$

где $\beta = \left. \frac{dF(v)}{dv} \right|_{v=v_0}$.

Из уравнения (2) следует, что при $\beta < -b$, т.е. при определенном уровне отрицательной диссипации, вносимой процессом резания, состояние равновесия неустойчиво и происходит самовозбуждение колебаний. Равенство $\beta = -b$ определяет порог самовозбуждения. Заметим, что это равенство всегда выполняется в установившихся периодических режимах автоколебаний, которые в дальнейшем не рассматриваются.

2. Еще одна теория возбуждения автоколебаний при резании основана на экспериментально обнаруженном эффекте запаздывания изменения силы от возмущения [4-6]. Автором этих работ были получены постоянные запаздывания для различных материалов и видов обработки. При наличии такого вида запаздывания дифференциальное уравнение колебаний резца относительно равновесного состояния описывается уравнением

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = -Kx(t - t_0), \quad (3)$$

где K – коэффициент пропорциональности; t_0 – время запаздывания силы резания от перемещения x резца.

Отыскивая решение уравнения (3) вида $x(t) = ae^{pt}$, получим характеристическое уравнение

$$-mp^2 + bp + c = -Ke^{-pt_0} \quad (4)$$

Условием возникновения колебательной неустойчивости равновесного состояния является наличие пары мнимых корней $p = \pm j\omega t$ уравнения (4). Подставляя в (4) $p = j\omega t$, используя формулу Эйлера $e^{-j\omega t_0} = \cos \omega t_0 - j \sin \omega t_0$ и разделяя в полученном равенстве действительные и мнимые части, найдем

$$\begin{aligned} c - m\omega^2 &= K \cos \omega t_0 \\ b\omega &= K \sin \omega t_0 \end{aligned} \quad (5)$$

Физический смысл проученных соотношений очевиден: на частоте, автоколебаний, удовлетворяющей равенствам (5), упругие, инерционные и диссипативные силы в колебательной системе полностью уравновешиваются силой возбуждения, определяемой правой частью уравнения (3). Равенства (5) можно рассматривать как параметрические

уравнения границы D-разбиения, разделяющей области устойчивого и неустойчивого положения равновесия в плоскости параметров K и t_0 . Для удобства построения границ D-разбиения уравнения (5) приведем к безразмерному виду

$$\kappa = \sqrt{(1 - \zeta^2)^2 + (\eta\zeta)^2} \quad (i=0, 1, 2, \dots) \quad (6)$$

$$\tau_0 = \frac{1}{\zeta} \left(\arcsin \frac{\eta\zeta}{\kappa} + 2\pi i \right)$$

где $\kappa = K/c$, $\zeta = \omega/\omega_0$, $\omega_0 = \sqrt{c/m}$, $\eta = b/\sqrt{cm}$.

На рис. 2 показаны границы D-разбиения при $i=0$. Штриховкой отмечена область устойчивого равновесного состояния. Видно, что при заданной величине запаздывания возможно самовозбуждение колебаний определенной частоты, причем при величинах запаздывания $\tau_{0i} = \omega_0 t_{0i} = \frac{\pi}{2}(1 + 4i)$ возбуждение колебаний с собственной частотой $\omega = \omega_0$ ($\zeta = 1$) происходит при минимальном значении коэффициента $\kappa = \eta$ ($K = b\omega_0$).

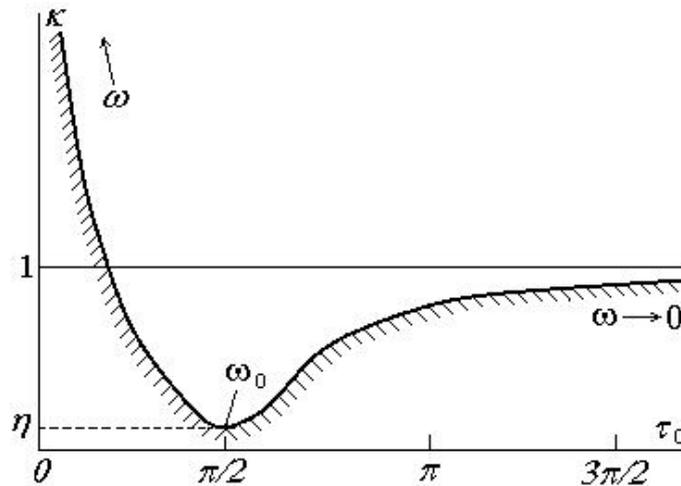


Рис. 2

Ясный физический смысл запаздывания прослеживается в явлении возбуждения автоколебаний, связанном с так называемой обработкой по следу [7,8]. В этом случае сила резания зависит от следа, оставленного инструментом на предыдущем проходе, и оказывается запаздывающей или на время $t_0 = 2\pi/nz$ (n – число оборотов изделия или инструмента в секунду; z – число режущих кромок инструмента) одного оборота изделия при токарной обработке ($z=1$), или на время между проходами двух смежных режущих кромок многолезвийного инструмента.

Хотя в упомянутых выше работах [4-6] проведены эксперименты по определению величины запаздывания, физическая интерпретация этого явления не приводится. Попробуем сделать это, записав динамическую характеристику силы резания

$$F(x, \dot{x}) = kx + \beta\dot{x}, \quad (7)$$

где k , β – эквивалентные коэффициенты упругих и диссипативных сил, возникающих при резании. Предположим, что сила резания возникает в результате гармонических колебаний $x(t) = ae^{j\omega t}$ и является запаздывающей на величину t_0 функцией времени, т.е. описывается уравнением

$$f(t) = F[x(t), \dot{x}(t)] = Kx(t - t_0). \quad (8)$$

В результате из соотношений (7), (8) с учетом характера рассматриваемых движений получаем равенство

$$k + j\omega\beta = Ke^{-j\omega t_0} = K(\cos \omega t_0 - j \sin \omega t_0), \quad (9)$$

из которого после разделения действительных и мнимых частей находим

$$k = K \cos \omega t_0, \quad \omega\beta = -K \sin \omega t_0.$$

Из уравнений (5) следует, что $K \sin \omega t_0 \geq 0$. Поэтому выполнение второго из соотношений (9) возможно только при $\beta < 0$, т.е. при отрицательной диссипации. Таким образом, по нашему мнению, наблюдаемое запаздывание силы от деформации является не причиной, а следствием возбуждения автоколебаний при падающей характеристике силы резания. Нерешенным остается вопрос о физическом механизме возникновения падающей характеристики силы резания.

3. Возникающие в процессе резания силы резания создаются главным образом за счет пластической деформации срезаемого слоя материала заготовки и преодоления сил трения на рабочих поверхностях режущего инструмента [9], причем силы трения напрямую зависят от сил пластического деформирования. Механическая энергия, затраченная на срезание стружки, преобразуется в тепловую энергию, которая приводит к нагреву зоны резания. Температура в зоне контакта резца и заготовки при тяжелых условиях обработки может достигать 1000-1100°C. При таком значительном повышении температуры в материале заготовки происходят структурные превращения, и, как следствие, изменяются механические свойства обрабатываемого материала, такие как модуль упругости, предел текучести и предел прочности. Таким образом, механические и тепловые процессы, происходящие при резании, оказываются неразрывно связанными между собой и зависящими один от другого.

На рис. 3 представлены графики зависимости некоторых механических характеристик низкоуглеродистой стали от температуры [10]. Здесь E – модуль упругости, σ_B – предел прочности, σ_T – предел текучести, σ_P – предел пропорциональности.

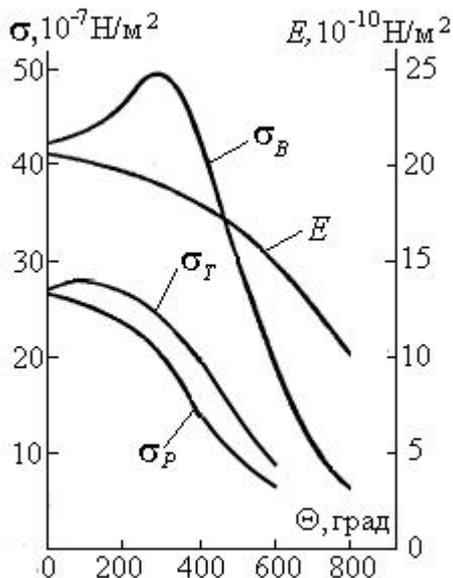


Рис. 3

Из рисунка видно, что все характеристики имеют участки с ярко выраженной падающей зависимостью от температуры. Подобного рода зависимости характерны практически для всех металлов, обрабатываемых резанием. Сила резания непосредственно зависит от механических характеристик и в первом приближении прямо пропорциональна пределу прочности обрабатываемого материала [9]. Следовательно, сила резания так же имеет участки с падающей зависимостью от температуры.

Рассмотрение связей между тепловыми и механическими процессами при резании позволяет выдвинуть гипотезу о термомеханической природе автоколебаний при лезвийной обработке. Именно учет уменьшения силы резания с ростом температуры позволяет вскрыть взаимосвязи, возникающие в процессе резания, и превращает систему «резец-заготовка» в систему с отрицательной диссипацией, т.е. автоколебательную. Физический механизм

термомеханических автоколебаний действует следующим образом. Любое случайное воздействие выводит систему «резец-заготовка» из равновесия и приводит к возникновению собственных колебаний технологической системы, вследствие которых изменяется скорость резания, а следовательно и работа силы резания, уровень тепловыделения и температура в

зоне контакта резца с заготовкой. Изменение температуры, влияя на механические характеристики обрабатываемого материала, приводит к изменению силы резания. Цикл замкнулся. При определенных условиях за время цикла может произойти возрастание интенсивности колебаний, т.е. возбуждение автоколебаний. Таким образом, данная модель имеет все признаки автоколебательной системы.

Рассмотрим динамическую модель, представленную на рис.1, в которой сила резания $F = F(\Theta)$ является известной монотонно убывающей функцией от температуры Θ в зоне резания. Уравнение колебаний резца принимает вид

$$m\ddot{u} + b\dot{u} + cu = F(\Theta). \quad (10)$$

Для расчета температуры в зоне резания запишем уравнение энергетического баланса, связывающее изменение температуры в зоне резания с механической энергией, превращаемой в тепловую, и теплом, отдаваемым в окружающую среду

$$CM\dot{\Theta} + H(\Theta - \Theta_0) = F(\Theta)(v - \dot{u}), \quad (11)$$

где Θ_0 – температура окружающей среды; M – нагреваемая масса; C – удельная теплоемкость; H – коэффициент теплоотдачи.

Система уравнений (10), (11) имеет частное решение, соответствующее установившемуся равновесному состоянию $\dot{u} = 0$, $\dot{\Theta} = 0$. Из уравнения (10) находим положение резца в равновесном состоянии

$$u_m = F_m / c, \quad (12)$$

где $F_m = F(\Theta_m)$, а установившаяся температура Θ_m находится решением получаемого из (11) уравнения

$$F(\Theta) = (\Theta - \Theta_0)H / v. \quad (13)$$

Пример графического решения уравнения (13) показан на рис. 4.

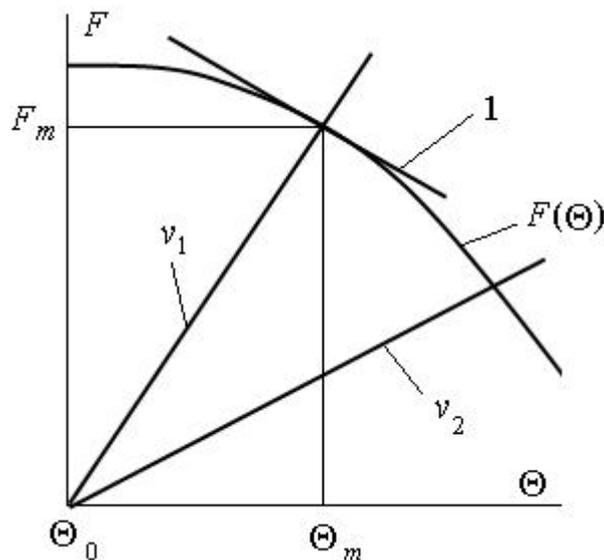


Рис. 4

Установившиеся значения температуры Θ_m и силы F_m резания определяются координатами точки пересечения кривой $F = F(\Theta)$ и прямой, определяемой правой частью уравнения (13) при заданном значении скорости резания v . Легко заметить, что при возрастании скорости резания (например $v_2 > v_1$) температура в зоне резания растет, а сила резания уменьшается. Таким образом, если построить зависимость силы резания от скорости,

мы получим падающую характеристику силы резания, параметры которой в установившемся режиме зависят только от коэффициента H теплоотдачи.

4. Перейдем к оценке устойчивости найденного равновесного состояния. С этой целью введем новые координаты $x = u - u_m$ и $\mathcal{G} = \Theta - \Theta_m$, описывающих малые отклонения координаты и температуры от полученных выше стационарных значений и проведем линеаризацию зависимости силы резания от температуры в окрестности этих значений

$$F(\Theta) = F(\Theta_m) + \chi(\Theta - \Theta_m) = F_m + \chi\mathcal{G},$$

$$\text{где } \chi = \left. \frac{dF(\Theta)}{d\Theta} \right|_{\Theta=\Theta_m}$$

Линеаризованная характеристика показана на рис. 4 прямой линией 1, касательной к кривой $F = F(\Theta)$ в точке с координатами Θ_m, F_m . В результате из уравнений (10) (11) с учетом равенств (12), (13), ограничиваясь величинами первого порядка малости, получим уравнения, описывающие малые колебания относительно положения равновесия

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = \chi\mathcal{G}, \quad (14)$$

$$CM\dot{\mathcal{G}} + (H - \nu\mathcal{G}) = -cu_m\dot{x}. \quad (15)$$

Из уравнения (14) находим

$$\Theta = -\frac{1}{\chi}(m\ddot{x} + b\dot{x} + cx); \quad \dot{\Theta} = -\frac{1}{\chi}(m\ddot{x} + b\dot{x} + \dot{c}). \quad (16)$$

После подстановки (12) в (11) получим после преобразований следующее уравнение относительно x :

$$\ddot{x} + (2n + h - G\nu)\ddot{x} + [\omega_0^2 + 2n(h - G\nu) + G\omega_0^2 u_m]\dot{x} + (h - G\nu)\omega_0^2 x = 0, \quad (17)$$

$$\text{где } 2n = \frac{b}{m}; \quad \omega_0^2 = \frac{c}{m}; \quad h = \frac{H}{CM}; \quad G = \frac{\chi}{CM}.$$

Запишем характеристическое уравнение:

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0, \quad (18)$$

$$\text{где } a_0 = 1; \quad a_1 = 2n + h - G\nu; \quad a_2 = \omega_0^2 + 2n(h - G\nu) + G\omega_0^2 u_m; \quad a_3 = (h - G\nu)\omega_0^2$$

Согласно критериям Рауса – Гурвица для устойчивости системы, описываемой уравнением третьего порядка, кроме положительности коэффициентов характеристического уравнения (18) требуется выполнение условия $a_1 a_2 > a_0 a_3$, которое с учетом принятых обозначений принимает вид

$$(2n + h - G\nu)[\omega_0^2 + 2n(h - G\nu) + G\omega_0^2 u_m] > (h - G\nu)\omega_0^2. \quad (19)$$

Прежде всего нас интересует случай падающей характеристики силы резания (рис. 3), при котором производная $\chi < 0$, и согласно принятым в (17) обозначениям $G < 0$. В этом случае в уравнении (18) коэффициенты $a_1 > 0$, $a_3 > 0$, и для обеспечения устойчивости помимо условия (19) необходимо потребовать выполнения неравенства $a_2 > 0$. Легко показать, что это неравенство слабее условия (19). Действительно, если положить $a_2 = 0$, то левая часть неравенства (19) обращается в нуль и, следовательно, неравенство нарушается, т.е. имеет место потеря устойчивости и возбуждение автоколебаний. Таким образом, для оценки устойчивости и построения границы потери устойчивости достаточно использование неравенства (19). При отсутствии диссипации в колебательной системе, т.е. при $n=0$, неравенство (19) нарушается и автоколебания возбуждаются при любом значении $G < 0$ (или $\chi < 0$). Аналогичное явление происходит и в рассмотренной в п.1 системе с падающей характеристикой сухого трения.

5. В заключение заметим, что разработанная модель дает наглядное качественное описание и понимание явления возбуждения термомеханических автоколебаний при лезвийной обработке. Рассмотренная модель построена при определенных предположениях. Так предполагается, что нагрев при резании происходит равномерно в некотором объеме, обладающем массой M , а передача тепла в среду происходит через границу резкого перепада температур. Из исследований температурных процессов, сопровождающих резание металлов, известно, что зона наивысших температур действительно располагается в достаточно узкой окрестности контакта резца и заготовки, а изменением температур при отводе тепла в среду происходит с достаточно высоким градиентом. Аналитическое решение уточненной модели этого процесса едва ли возможно. Поэтому для описания этого процесса и уточнения выяснения условий возникновения термомеханических колебаний в реальной системе необходимо формирование численной модели, учитывающей реальные условия контакта режущего инструмента и заготовки, характер теплоотвода в заготовку, резец, стружку и т.д.

Подобное исследование позволит выявить неустойчивые режимы обработки лезвийным инструментом для выбора оптимальных параметров, обеспечивающих повышение производительности и качества обработки на металлорежущих станках.

Литература

1. Дроздов Н.А. К вопросу о вибрациях станка при токарной обработке // Станки и инструмент. 1937. №12. С. 5-9.
2. Каширин А.И. Исследование вибраций при резании металлов. М.-Л.: АН СССР, 1944, 282 с.
3. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. М.: Наука, 1964, 336с.
4. Эльясберг М.Е. Об устойчивости процесса резания // Известия АН СССР. ОТН. 1958. № 9.
5. Эльясберг М.Е. Основы теории автоколебаний при резании металлов // Станки и инструменту 1962. № 10, №11.
6. Эльясберг М.Е. Автоколебания металлорежущих станков: Теория и практика. СПб.: ОКБ станкостроения. 1993. 180 с.
7. Кудинов В.А. Динамика станков. М.: Машиностроение. 1967. 360 с.
8. Жарков И.Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом. Л.: Машиностроение. 1987. 184 с.
9. Грановский Г.И., Грановский В.Г. Резание металлов. М.: Высшая школа. 1985. 304 с.
10. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. М. Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1953. 856с.
11. Первозванский А.А. Курс теории автоматического управления. М.: Наука. 1986. 616 с.

Поступила: 06.03.12.