

УДК 621.77:539.422

МОДЕЛЬ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ В РАЗДЕЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССАХ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ

© Валерий Владимирович Кириловский

Московский государственный текстильный университет, Москва, Россияproekt.33@yandex.ru

Аннотация. Предложена модель хрупкого разрушения в условиях больших пластических деформаций. Локальную схему нагружения хрупкой трещины формируют смещения берегов при разгрузке областей, рассеянных текущим разрывом сплошности. От этой схемы нагружения зависит характер пластического течения в вершине, параметры напряженно-деформированного состояния в пластической области, закономерности исчерпания ресурса пластичности и направление локального подрастания. Показано влияние изменяющейся локальной схемы нагружения на траекторию трещины.

Ключевые слова: разрушение, хрупкое разрушение, трещина, траектория трещины, локальная схема нагружения трещины.

THE MODEL OF BRITTLE FRACTURE IN PARTING PROCESSES OF PLASTIC METAL WORKING

© Kirilovskiy V.V.

Moscow State Textile University. Russia.

Abstract. Article is devoted to developing the model of brittle fracture in the conditions of high-level plastic deformation. The local scheme of brittle crack loading is formed due to displacement of crack edges arising from unloading of areas, divided by current continuity rupture. The character of plastic yielding in the apex of crack, parameters of the stress-strain state in the plastic zone, conformity to law of exhaustion plasticity resource and the direction of local crack growth depends on this local scheme of loading. It is shown the influence of continuously changing local loading scheme on the crack trajectory.

Key words: fracture, brittle fracture, crack, crack trajectory, local scheme of crack loading.

Разделительные процессы обработки металлов давлением (ОМД) применяют, когда необходимо разделить длинномерный прутковый, полосовой или листовой прокат на части с заданными геометрическими параметрами. Отделение получаемых при этом заготовок сопровождается интенсивным пластическим течением в зоне воздействия на них деформирующих инструментов. Во многих случаях в пластической области образуется начальная трещина, которая в зависимости от свойств материала вязко или хрупко рассекает тело проката насквозь.

Форма траектории разрушения является очень важным параметром – она не только определяет геометрическую точность полученной поверхности разделения, но и может оказать существенное влияние на последующее построение технологического процесса обработки. Непредсказуемая, нестабильная или неблагоприятная траектория является значительным ограничением для применения на практике соответствующих технологических методов разделения. Поэтому важной проблемой является исследование закономерностей разрушения в разделительных процессах и разработка научно-обоснованных рекомендаций по прогнозированию траектории трещины при различных схемах нагружения проката.

Закономерности зарождения трещины в условиях больших пластических деформаций устанавливает критерий Колмогорова В.Л. [1], дополненный и углубленный в дальнейшем

Богатовым А.А. [2, 3]. Начальный разрыв сплошности образуется в области общего пластического течения в точке, в которой ресурс пластичности материала будет исчерпан. Это соответствует моменту времени t , когда степень деформации сдвига A достигнет значения предельной пластичности A_p материала $A(t)=A_p$,

$$A = \int_0^t H(t) dt,$$

где H – интенсивность скоростей деформации сдвига.

Для оценки предельной пластичности A_p материала строят график зависимости $A_p = f(\eta)$, называемый диаграммой пластичности,

$$\eta = \frac{\sigma}{T} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3T},$$

где η – показатель напряженного состояния; σ – среднее напряжение; T – интенсивность касательных напряжений.

Возникновение разрыва связано с тем, что при данном показателе напряженного состояния η дальнейшее деформирование металла становится невозможным из-за накопления предельной поврежденности структуры ω . Принято, что в начальный момент деформирования поврежденность металла отсутствует $\omega=0$, а в момент разрушения $\omega=1$. В условиях выраженного пластического течения накопление предельных повреждений структуры является причиной разрыва атомных связей и распространения разрушения на любом этапе вязкой или хрупкой трещины.

Образовавшийся начальный разрыв подрастает в пластической области вдоль точек с наибольшей степенью исчерпания ресурса пластичности. Эти точки образуют начальную трещину. В разделительных процессах начальная трещина может в дальнейшем распространяться либо вязко с невысокой скоростью, либо после непродолжительного периода вязкого роста может перейти в хрупкое состояние, при котором ее скорость существенно возрастает.

Критерий Колмогорова В.Л. успешно применяется не только при исследовании области зарождения трещины, но и при выявлении направления локального подрастания на этапе распространения вязкой трещины [3]. Подход здесь такой же, как и на стадии общего пластического течения. Нагружение проката с начальной трещиной вызывает формоизменение ее вершины и развитие локальной пластической области. Исследуя характер пластического течения в этой области, устанавливают закономерности накопления поврежденности ω , определяют местоположение нового разрыва сплошности и прогнозируют траекторию его локального роста.

Совокупность процедур, которые приводят к увеличению длины трещины, представляет собой текущий элементарный акт подрастания [4]. Полная траектория формируется суммированием элементарных участков.

Условие перехода разрушения из вязкого в хрупкое состояние определяется, исходя из закона сохранения энергии [5, 6]. Это становится возможным, когда потенциальная энергия W , высвобождаемая при очередном текущем разрыве атомных связей, достигнет или превысит значение работы разрушения A_p , необходимой для образования нового разрыва сплошности

$$W \geq A_p.$$

Материалы, используемые в реальных разделительных процессах, обладают относительно высокими пластическими свойствами, поэтому поглощаемая в вершине трещины энергия расходуется, главным образом, на развитие пластической деформации и доведение ее до предельного состояния, то есть до исчерпания ресурса пластичности.

Механизм возникновения и развития пластической деформации в вершине хрупкой трещины заключается в следующем. Разгрузка областей, рассеченных текущим разрывом сплошности, сопровождается пространственными перемещениями прилегающих материальных точек тела, вместе с которыми соответствующие независимые смещения совершают и берега трещины. При этом форма ее вершины изменяется в такой степени, что в ней формируется локальное пластическое течение с последующим исчерпанием ресурса пластичности и образованием нового разрыва сплошности.

Новое рассечение атомных связей высвобождает новую порцию упругой энергии W , величина которой по-прежнему равна или превышает необходимую работу разрушения A_p , поэтому процесс становится самоподдерживающимся без дополнительного внешнего воздействия.

Дальнейшее рассмотрение общих закономерностей процесса хрупкого разрушения ограничим условиями плоского деформированного состояния. Введем эквивалентные понятия «схема нагружения трещины» или «локальная схема нагружения», которые будем использовать для описания соответствующего вида локальных смещений левого и правого берегов.

От схемы нагружения трещины зависит характер формоизменения вершины, вызываемый этими смещениями, а также форма и размеры пластической области в вершине, параметры напряженно-деформированного состояния в ней, закономерности исчерпания ресурса пластичности, направление локального подрастания и, в конечном итоге, форма всей траектории.

В момент времени, когда разрушение приобретает хрупкие свойства, прекращается предшествующее нестационарное пластическое течение, а напряженное состояние, которое к этому моменту сформировалось в пластической области, сохраняется и как бы фиксируется в теле. Начиная с этого момента, «зафиксированное» напряженное состояние становится главным фактором, от которого зависят направления смещений берегов и который формирует благодаря этим смещениям локальную схему нагружения трещины. Когда вершина трещины располагается в какой-либо точке тела, характер смещения берегов определяется параметрами напряженно-деформированного состояния, зафиксированного в этой конкретной точке.

Из сказанного можно сделать важный вывод – схема нагружения движущейся хрупкой трещины не является постоянной и может существенно изменяться, так как трещина пересекает материальные точки тела с различным напряженным состоянием.

Закономерности хрупкого разрушения при изменяющейся локальной схеме нагружения трещины рассмотрим на примере технологического процесса открытой резки проката [4].

Прокат 1 (рис. 1, а) устанавливают на неподвижный нож 2 и разделяют с помощью подвижного ножа 3, перемещающегося вдоль требуемой плоскости разделения 4. Вариант схемы нагружения с нулевым зазором между боковыми поверхностями ножей 2 и 3 принят для выявления причин образования дефектов на поверхности разделения. Ножи могут выполнять свои технологические функции, если их режущие кромки достаточно острые, $r \approx 0$, где r – радиус закругления кромки. Аппроксимируем острую кромку дугой AA_3A_1 окружности малого конечного радиуса, отличного от нуля, $r > 0$ (рис. 1, б). Это не только устраним неопределенность, связанную с тем, что при $r = 0$ напряжения на кромке в методе линий скольжения разрывны [7], но и позволит детально рассмотреть закономерности пластического течения и разрушения вблизи AA_3A_1 .

Для упрощения также принимаем: трение отсутствует, давление p на контактной поверхности A_1AB распределено равномерно.

Среднее напряжение на всей контактной поверхности A_1A_3AB равно $\sigma_{A_1A_3AB} = k - p$.

Поле линий скольжения на прямолинейной поверхности AB образовано треугольником ABC и веером CBD , на дуге AA_3A_1 – областью A_1A_2A логарифмических спиралей. Такая интерпретация характера пластического течения при вдавливании закругленной кромки является упрощенной [8], однако в решение данной задачи существенных особенностей не внесет.

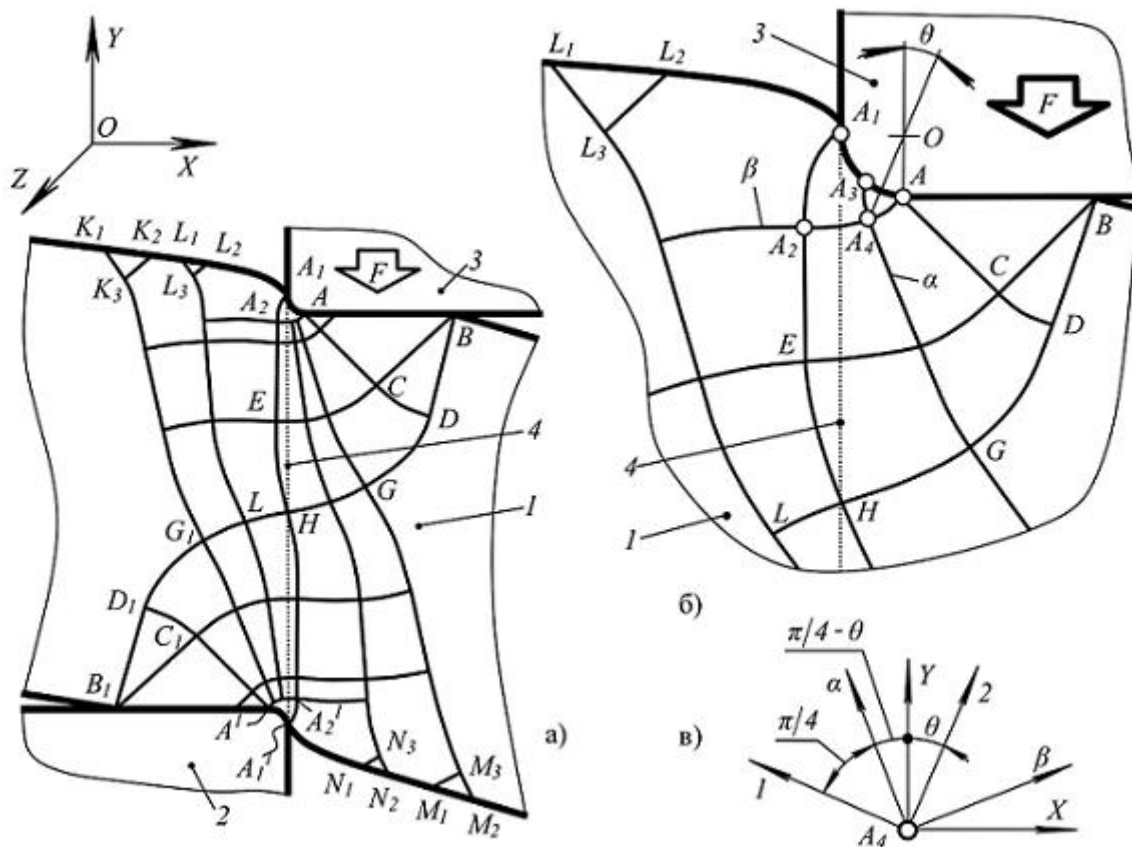


Рис. 1. Открытая схема резки проката: а) – поле линий скольжения; б) – пластическая область в вершине подвижного ножа; в) – текущая ориентация координатных осей α и β , а также главных осей 1 и 2 в точке A_4 ; 1 – прокат, 2 – неподвижный нож, 3 – подвижный нож, 4 – требуемая плоскость разделения

В области логарифмических спиралей A_1A_2A радиальные напряжения [9] $\sigma_\rho = -p + 2k \cdot \ln \frac{\rho}{r}$, тангенциальные $\sigma_\varphi = -p + 2k \left(\ln \frac{\rho}{r} + 1 \right)$, условие пластичности $\sigma_\varphi - \sigma_\rho = 2k$. В вершине A_2 области A_1A_2A среднее напряжение $\sigma_{A_2} = k(1 + \pi/2) - p$, в точке A_4 : $\sigma_{A_4} = k(1 + 2\theta) - p$, где $k = \tau_{max}$ – максимальное касательное напряжение; θ – центральный угол точки A_4 ; ρ – текущий полярный радиус точек области A_1A_2A , в точке A_2 : $\rho_{A_2} = re^{\pi/4}$, в точке A_4 : $\rho_{A_4} = re^\theta$.

Анализ показал, что в зависимости от свойств разделяемых материалов реализуются различные варианты начальной траектории трещины. Один из них развивается из точки A_3 по направлению к точке A_4 вдоль α -линии. В точке A_4 текущая система координат $\beta A_4 \alpha$, оси которой совпадают с направлениями касательных к α - и β -линиям в данной точке,

повернута относительно осей X и Y на угол $\pi/4 - \theta$ (рис. 1, в), а главные оси φ и ρ – на угол $\pi/2 - \theta$.

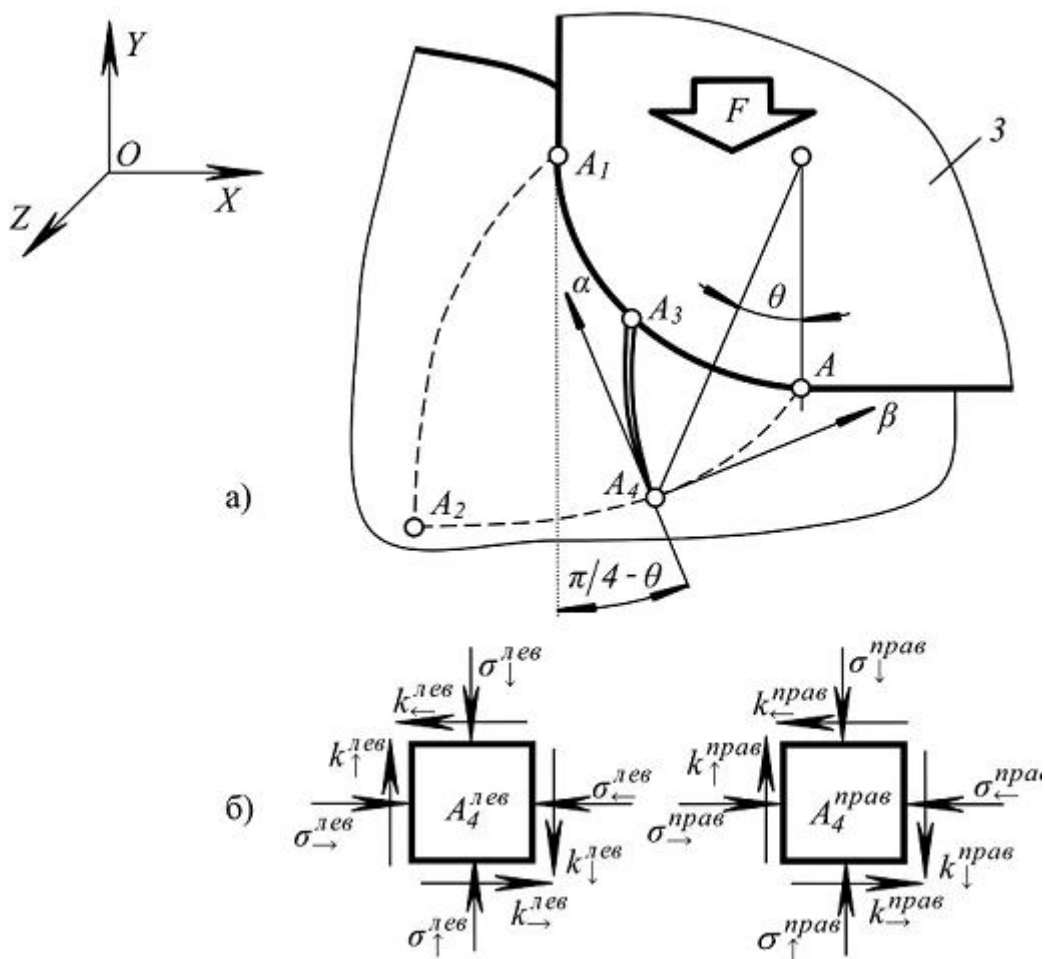


Рис. 2. Переход разрушения в хрупкое состояние в точке A_4 : а) – развитие начальной трещины вдоль α -линии; б) – напряженное состояние элементарных объемов $A_4^{лев}$ и $A_4^{прав}$ (изображение повернуто по часовой стрелке на угол $\pi/4 - \theta$)

Предположим, в данный момент времени t вершина начальной трещины переместилась в точку A_4 и, начиная с этого момента, разрушение приобретает хрупкий характер. Следовательно, напряженное состояние, которое описывает поле линий скольжения (рис. 1, а), становится зафиксированным. Задача состоит в том, чтобы установить локальную схему нагружения трещины и направление ее подроста.

В момент, непосредственно предшествующий переходу разрушения в хрупкое состояние, когда сплошность тела в точке A_4 еще сохранялась (рис. 2, а), выделим слева и справа от нее две соседние, граничащие друг с другом элементарные единичные площадки $A_4^{лев}$ и $A_4^{прав}$ (рис. 2, б), так, чтобы их общая грань, включающая точку A_4 , была ориентирована вдоль берегов трещины, то есть вдоль координатной оси α . На рис. 2, б изображение элементарных площадок повернуто по часовой стрелке на угол $\pi/4 - \theta$.

В обозначения напряжений на гранях площадок вводим верхний и нижний индексы. Верхний индекс указывает на принадлежность к левой или правой площадке, нижний в виде стрелки – на направление действия напряжения. Совокупность напряжений на гранях площадок $A_4^{лев}$ или $A_4^{прав}$, включая и нормальные напряжения вдоль оси Z , является

объемным напряженным состоянием в точке A_4 и представляет собой уравновешенную систему сил.

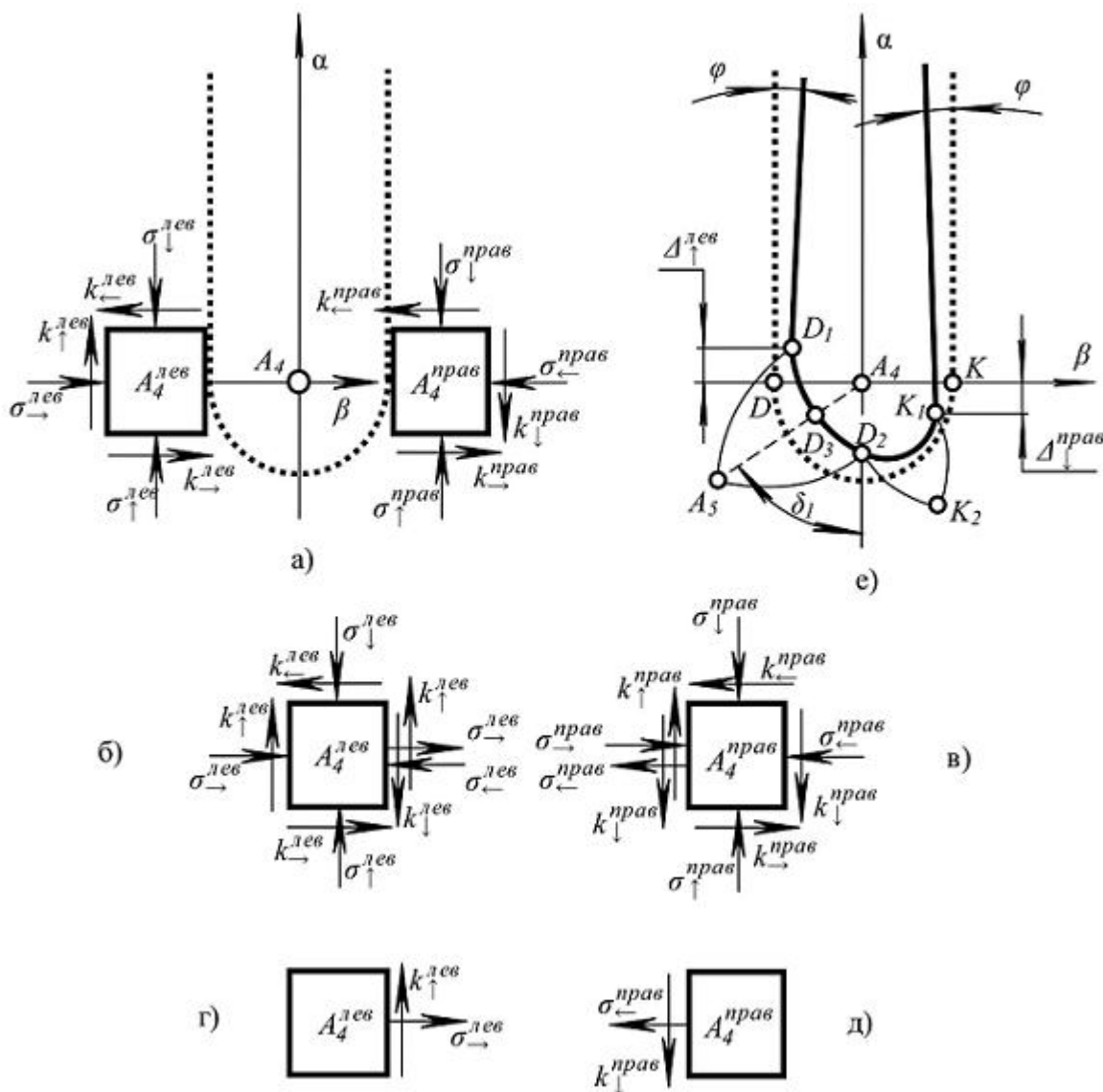


Рис. 3. Характер формоизменения вершины хрупкой трещины, ориентированной вдоль линии скольжения: а) – схема нагружения берегов исходной трещины в момент разрыва атомных связей; б) – преобразованная система сил на площадке $A_4^{лев}$; в) – преобразованная система сил на площадке $A_4^{прав}$; г) – эквивалентная схема нагружения левого берега; д) – эквивалентная схема нагружения правого берега; е) – контур трещины после формоизменения вершины

При разрыве атомных связей по общей границе площадок (рис. 3, а) трещина подрастает из предыдущего положения в текущее, изображенное точечной пунктирной линией. Нормальные и касательные напряжения $\sigma_{\leftarrow}^{лев}$, $k_{\downarrow}^{лев}$ и $\sigma_{\rightarrow}^{прав}$, $k_{\uparrow}^{прав}$, которые обеспечивали сплошность материала на границе, прекращают действовать. Площадки $A_4^{лев}$ и $A_4^{прав}$ становятся левым и правым берегами текущей трещины.

Причиной независимых смещений берегов трещины являются две неуравновешенные системы сил, образованные оставшимися на площадках $A_4^{лев}$ и $A_4^{прав}$ напряжениями. Каждое

напряжение стремится вызвать соответствующее смещение берега, но, так как напряжений много, суммарное смещение определить трудно.

На примере площадки $A_4^{лев}$ проведем эквивалентные преобразования, не изменяющие ее кинематическое состояние. К имеющейся здесь неуравновешенной системе приложим две взаимно уравновешивающиеся системы сил, одну из которых назовем дополнительной, а другую – обратной. Дополнительная система включает напряжения $\sigma_{\leftarrow}^{лев}$ и $k_{\downarrow}^{лев}$ (рис.3, б), дополняющие неуравновешенную систему до уравновешенной (рис. 2, б). В обратную систему входят равные по величине дополнительным и противоположно направленные напряжения $\sigma_{\rightarrow}^{лев}$ и $k_{\uparrow}^{лев}$ (рис.3, б).

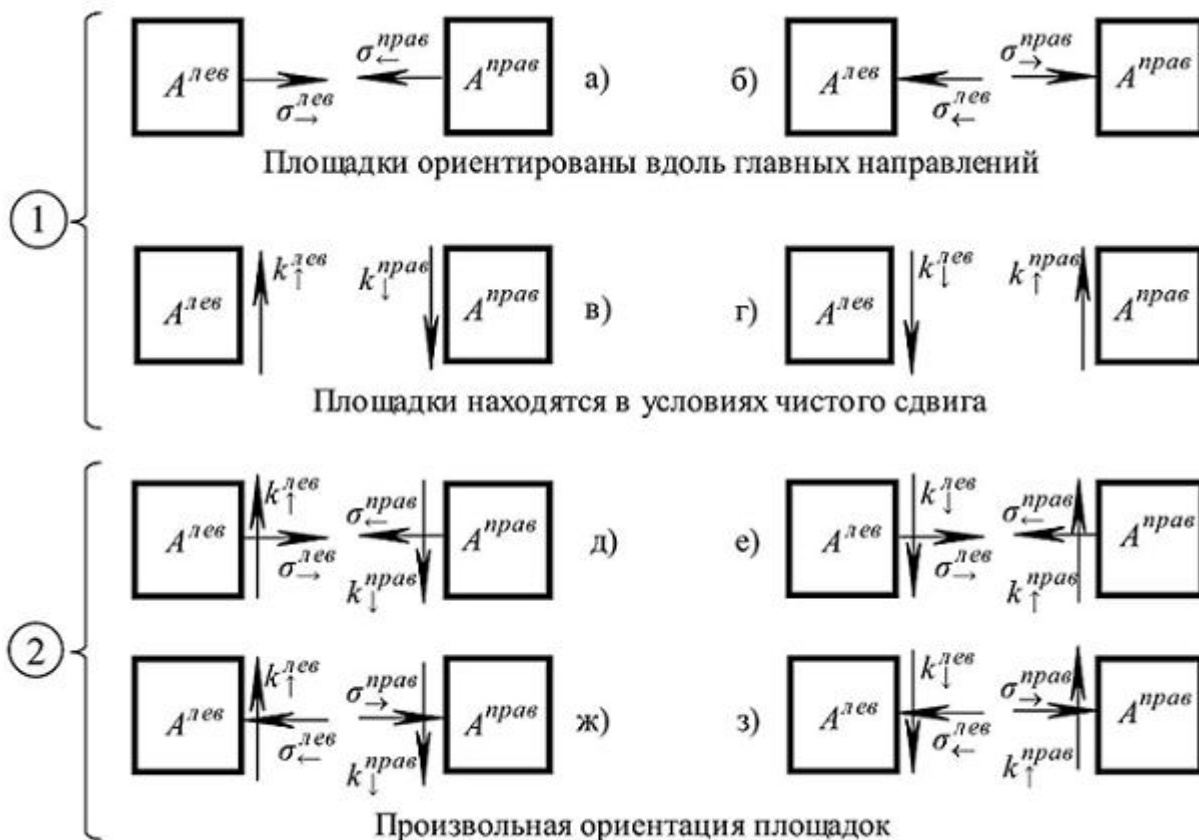


Рис. 4. Основные локальные схемы нагружения трещины в условиях хрупкого разрушения

Преобразованную систему сил можно интерпретировать, как наложение обратной системы на соответствующее зафиксированное перед разрушением состояние равновесия площадки. Уравновешенную систему удаляем (рис.3, г) и окончательно устанавливаем, что с точки зрения кинематического состояния площадки $A_4^{лев}$ обратная система сил $\sigma_{\rightarrow}^{лев}$ и $k_{\uparrow}^{лев}$ является эквивалентной по отношению к первоначальной неуравновешенной системе (рис.3, а). Аналогичные преобразования проведем и на площадке $A_4^{прав}$ (рис.3, в, д).

Направления перемещений берегов должны совпадать с направлениями нормальных и касательных напряжений $\sigma_{\rightarrow}^{лев}$, $k_{\uparrow}^{лев}$ и $\sigma_{\leftarrow}^{прав}$, $k_{\downarrow}^{прав}$, действующих на этих берегах.

Напряжение $\sigma_{\rightarrow}^{лев}$ закрывает левый берег, а $k_{\uparrow}^{лев}$ смещает его вверх. На правом берегу происходит закрытие под действием $\sigma_{\leftarrow}^{прав}$ и смещение вниз под действием $k_{\downarrow}^{прав}$.

Сделаем небольшое отступление. Из сказанного вытекает, что в условиях хрупкого разрушения вид локальной схемы нагружения зависит от ориентации текущей траектории трещины относительно главных осей зафиксированного напряженного состояния. Всего может быть реализовано восемь основных локальных схем, разбитых на две группы (рис.4). В первой группе из четырех схем нагружения (рис. 4, а, б, в, г) на элементарные площадки, выделенные в вершине трещины и ориентированные вдоль ее берегов, воздействует только одно напряжение. В схемах (рис. 4, а, б) действует нормальное растягивающее или сжимающее напряжение, трещина ориентирована вдоль главного направления. В схемах (рис. 4, в, г) напряжения на смежных площадках – касательные, противоположно направленные, элементарные площадки находятся в условиях чистого сдвига. Во второй группе (рис. 4, д, е, ж, з) собраны локальные схемы нагружения произвольно ориентированных трещин, схемы включают в себя по одному нормальному и одному касательному напряжению на каждом берегу.

Вернемся к прерванному изложению. Рассмотрим, какое формоизменение испытывает вершина трещины в условиях локальной схемы нагружения (рис. 3, г, д). Данная схема является аналогом основной схемы (рис. 4, д). Будем изображать вершину дугой окружности, а при несимметричных перемещениях берегов – дугами двух окружностей.

Симметричное закрытие трещины на угол φ (рис. 3, е) сопровождается уменьшением радиуса вершины и развитием области сжимающих напряжений. Смещение правого берега вниз из точки K в точку K_1 на величину $\Delta_{\downarrow}^{прав}$ оказывает аналогичное действие. В результате в области правого берега вершина очерчена дугой K_1D_2 малого радиуса. Смещение левого берега вверх из точки D в точку D_1 на величину $\Delta_{\uparrow}^{лев}$ увеличивает радиус вершины, уменьшает сжатие и может даже сформировать область растягивающих напряжений. Вблизи левого берега вершина оформлена дугой $D_1D_3D_2$ увеличенного радиуса.

Для оценки направления подрастания трещины удобно использовать метод линий скольжения. Вершину исходной трещины в форме дуги DK (рис. 3, е) можно представить как перемижку между левым и правым берегами. Тогда рассматриваемая задача становится подобной задаче о срезе прямоугольного перешейка, рассмотренной А.П. Грином [9], с той лишь разницей, что в нашем случае углы перешейка-перемижки не прямоугольные, и после деформации имеют форму дуг $D_1D_3D_2$ и K_1D_2 двух разных окружностей.

На дугах $D_1D_3D_2$ и K_1D_2 линии скольжения образуют области $D_1A_3D_2$ и $D_2K_2K_1$, очерченные логарифмическими спиралями. Несмотря на то, что эти области представляют собой только часть очага пластической деформации, текущий разрыв сплошности, естественно, будет связан именно с областью $D_1A_3D_2$, так как она прилегает к вершине и в ней напряженное состояние значительно более жесткое, чем в области сжатия $D_2K_2K_1$. Анализ показал, что в зависимости от свойств материалов возможны различные варианты траектории роста трещины, но наиболее вероятным является развитие ее вдоль оси симметрии D_3A_3 области $D_1A_3D_2$. Это означает, что трещина отклонится влево от предыдущего состояния (рис. 5, а) по направлению к кривой $\gamma_{A_4}(\alpha, \beta)$, которая проходит через точку A_4 и является траекторией главного напряжения σ_2 .

В зафиксированном поле линий скольжения (α, β) траектории σ_2 изображаются семейством линий $\gamma_{A_i} = \gamma_{A_i}(\alpha, \beta)$, $i=1, 2, \dots, n$, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением σ_2 и составляют угол γ с осью X . Индекс при γ указывает на какую-либо характерную точку, через которую проходит данная траектория.

Отклонение трещины на первом шаге подрастания составляет угол δ_1 . Величина δ_1 принимает максимальное значение в площадках, ориентированных вдоль линий скольжения,

так как в них действуют максимальные касательные напряжения $k_{\uparrow}^{лев}$ и $k_{\downarrow}^{прав}$. Определяющее влияние на величину и направление угла δ_1 оказывает касательное напряжение, направленное противоположно движению трещины, в данном случае это $k_{\uparrow}^{лев}$. При любой другой ориентации площадок относительно линий скольжения значения $k_{\uparrow}^{лев}$ и δ_1 уменьшатся.

Итак, если на начальном этапе трещина приходит в точку A_4 (рис. 5, а), развиваясь вдоль α -линии, она отклонится на угол δ_1 по часовой стрелке по направлению к траектории второго главного напряжения $\gamma_{A_4} = \gamma_{A_4}(\alpha, \beta)$, проходящей через A_4 .

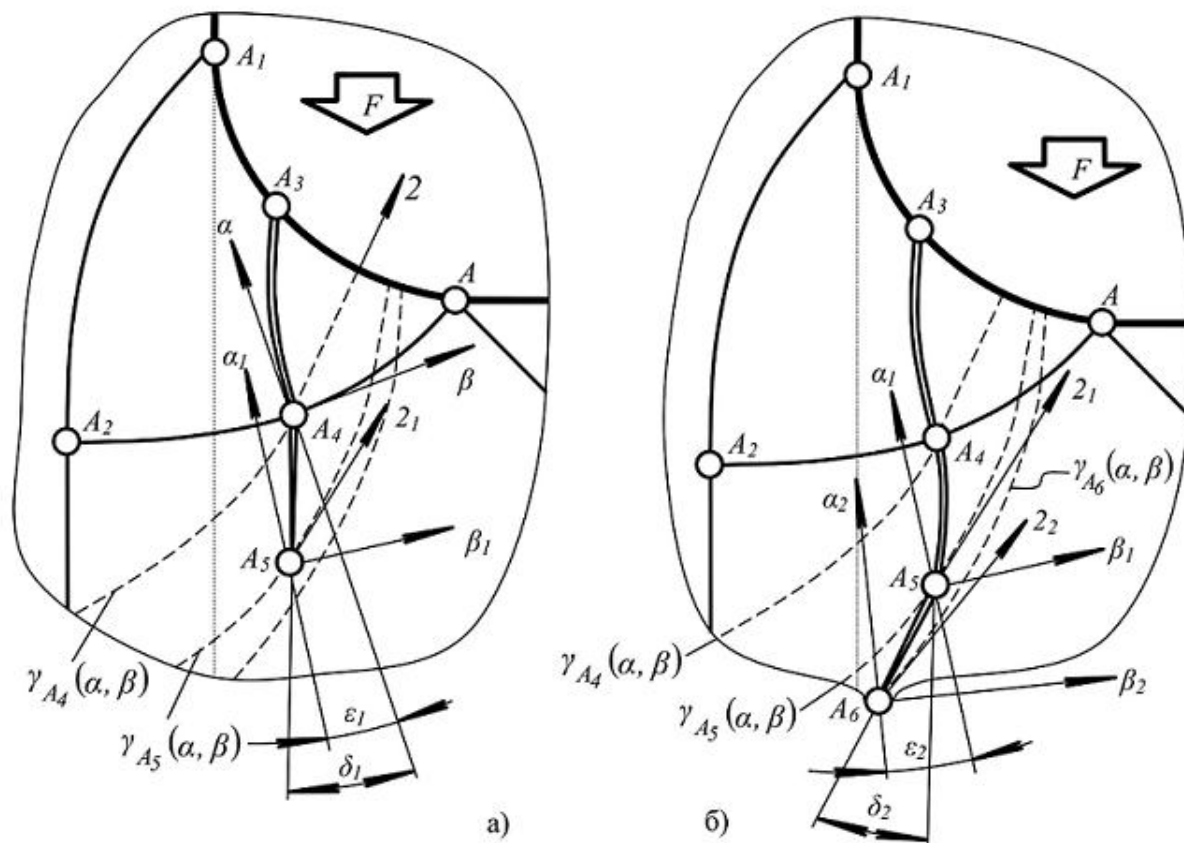


Рис. 5. Траектория хрупкой трещины на различных этапах роста: а) – первый шаг подрастания начальной трещины; б) – второй шаг подрастания начальной трещины

В следующий момент времени вершина подросшей трещины переместится в точку A_5 . Участок A_4A_5 является элементарным отрезком траектории на первом шаге распространения хрупкой трещины. В точке A_5 , принадлежащей зафиксированному полю линий скольжения, напряженно-деформированное состояние и ориентация текущей системы координат $\alpha_1A_5\beta_1$ отличны от значений в точке A_4 . Применяя к точке A_5 изложенную выше методику, определяют направление очередного подрастания.

Так как текущая система координат $\alpha_1A_5\beta_1$ повернута относительно предыдущего положения $\alpha A_4\beta$ на некоторый угол $\epsilon_1 \neq \delta_1$ по часовой стрелке, элементарные площадки, ориентированные вдоль берегов трещины A_4A_5 , не будут совпадать с линиями скольжения и, следовательно, в обратной системе напряжений величина касательных напряжений будет меньше максимальной. Отклонение δ_2 (рис. 5, б) текущего участка подрастания A_5A_6 от предыдущего A_4A_5 продолжится, но величина его уменьшится: $\delta_2 < \delta_1$. Трещина и в этот раз

повернется по направлению к траектории главного напряжения σ_2 , еще больше приблизившись к $\gamma_{A_5}(\alpha, \beta)$.

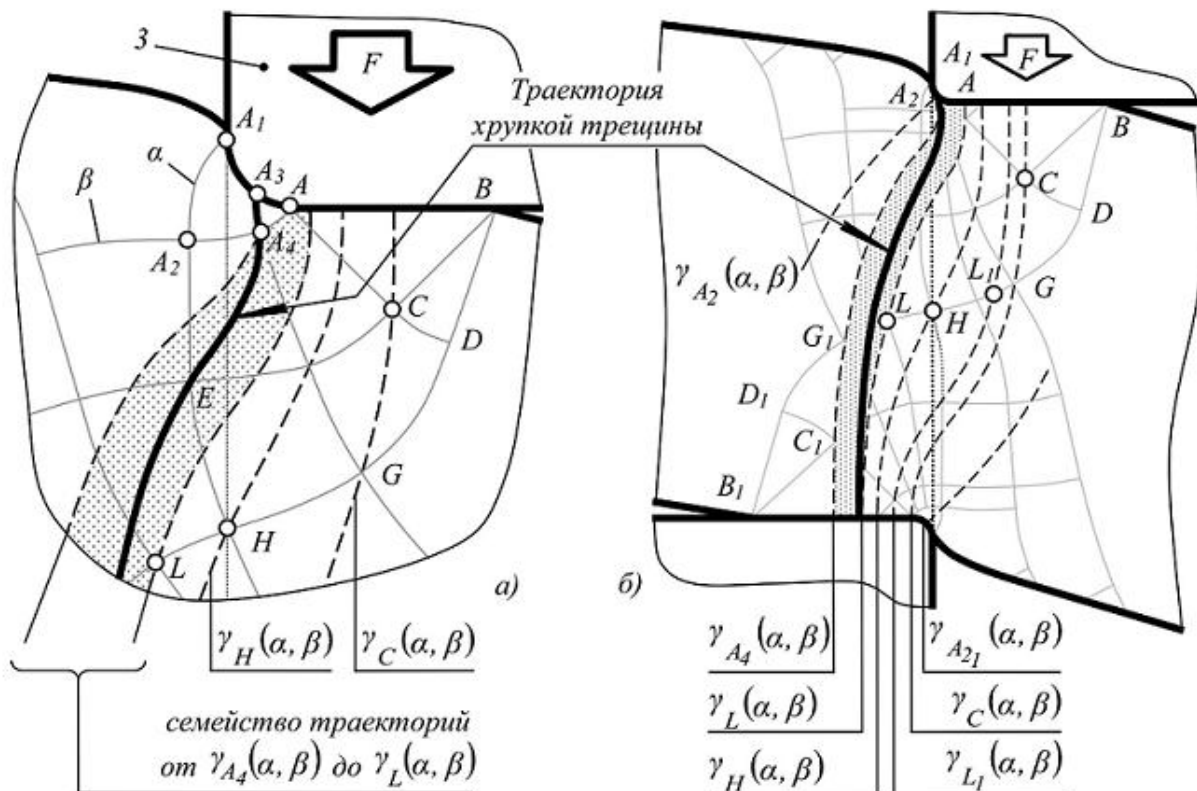


Рис. 6. Траектории главного напряжения σ_2 (пунктирные линии) и общая траектория сквозной трещины в зафиксированном поле линий скольжения: а) – положение семейства траекторий от $\gamma_{A_4}(\alpha, \beta)$ до $\gamma_L(\alpha, \beta)$ (выделено точечной заливкой) на начальных стадиях хрупкой трещины; б) – общая конфигурация семейства траекторий $[\gamma_{A_4}(\alpha, \beta); \gamma_L(\alpha, \beta)]$.

На одном из последующих шагов, например, на k -шаге, элементарные повороты трещины уменьшатся до нуля, и ее траектория совпадет с соответствующей текущей траекторией $\gamma_{A_k}(\alpha, \beta)$. В дальнейшем на линии A_2EH (рис. 6, а) расхождение соседних α -линий изменится на схождение, вогнутость β -линий изменится на выпуклость, соответственно постепенное элементарное приближение трещины к траектории главного напряжения σ_2 изменится на аналогичное постепенное удаление. Таким образом, трещина будет развиваться внутри узкой области, образованной некоторым семейством траекторий главного напряжения в диапазоне от $\gamma_{A_4}(\alpha, \beta)$ до $\gamma_L(\alpha, \beta)$, и будет в целом повторять траекторию этого диапазона. На рис. 6, а и б область развития трещины выделена точечной заливкой, на фоне которой трещина изображена основной линией.

Указанная область отклоняется от требуемой плоскости разделения почти на всей высоте поперечного сечения проката и вызывает аналогичные отклонения трещины. Причины отклонения связаны с присущими данной схеме нагружения особенностями траекторий главных напряжений, конфигурация которых формируется в результате общего пластического течения. Наиболее высокую геометрическую точность поверхности разделения обеспечивает семейство траекторий главных напряжений вблизи линии

$\gamma_H(\alpha, \beta)$. Однако при схеме резки с нулевым зазором этот вариант траектории не реализуется.

Аналогичным образом может быть установлена полная траектория трещины и в других разделительных процессах ОМД, в которых формирование поверхностей деталей связано с развитием хрупких трещин.

Предложенная модель хрупкого разрушения позволяет значительно упростить понимание закономерностей распространения трещины, поскольку все многообразие ее эволюций сводится к конечному числу основных локальных схем нагружения. Такой подход позволяет оценить направление локального подрастания трещины, элементы траектории на интересующих характерных участках или полную траекторию.

Данная методика может быть полезна в реальных производственных условиях при анализе причин образования дефектов, вызванных неблагоприятной траекторией трещины. Методика также может быть использована при разработке новых научно обоснованных технологических приемов воздействия на трещину и новых более совершенных процессов разделения.

Литература

1. Пластичность и разрушение / В.Л. Колмогоров [и др.]. –М.: Металлургия, 1977. 337с.
2. Богатов А.А., Мижирицкий О.И., Смирнов С.В. Ресурс пластичности металлов при обработке давлением. –М.: Металлургия, 1984. 144 с.
3. Богатов А.А. Механические свойства и модели разрушения металлов. – Екатеринбург: Изд-во УГТУ–УПИ, 2002. 329 с.
4. Кириловский В.В. Исследования характера пластического течения и разрушения в разделительных процесса обработки металлов давлением // Прогрессивные технологии пластической деформации. –М: ИМЦ МИСИС. 2009. С.379–390.
5. Матвиенко Ю.Г. Модели и критерии механики разрушения. –М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 328 с.
6. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упругопластического разрушения. –М.: Наука, 1985. –504 с.
7. Тимошенко В.А., Эрлих А.И., Пульбере А.И. Резка сортового проката и труб на заготовки. –Кишинев: Штиинца, 1986. – 112 с.
8. Томленов А. Д. Теория пластического деформирования металлов. –М.: Металлургия, 1977. – 408 с.
9. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. –М.: Наука, 1974. –420 с.

Поступила: 12.02.12.