

УДК 687.053

ОСОБЕННОСТИ КИНЕМАТИКИ ЧЕТЫРЕХЗВЕННОЙ ТРЕХПОВОДКОВОЙ СТРУКТУРНОЙ ГРУППЫ С ПОСТУПАТЕЛЬНЫМИ ПАРАМИ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗАДАЧАМ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ШВЕЙНЫХ МАШИН

© Алексей Владимирович Марковец, Павел Владимирович Колесников,
Валентина Марковна Кольцова

Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна,
Санкт-Петербург, Россия
mash-sutd@mail.ru, www.sutd.ru

***Аннотация.** Рассматривается задача анализа кинематики четырехзвенной структурной группы третьего класса с присоединением звеньев к базисному звену поступательными кинематическими парами. Задача рассматривается применительно к механизмам транспортирования материалов стачивающе-обметочных швейных машин. Проанализированы возможные варианты сборки рассматриваемой структурной группы и предложена методика выбора параметров, соответствующих заданной сборке при анализе и синтезе механизмов на ЭВМ.*

***Ключевые слова:** рычажный механизм, структурная группа третьего класса, кинематический анализ, вариант сборки.*

FEATURES OF FOUR LINKS GROUP CLASS 3 WITH THE TRANSLATIONAL PAIRS APPLIED TO THE PROBLEM DESIGN SEWING MACHINES

A. V. Markovec, P. V. Kolesnikov, V.M. Kolcova
Saint-Petersburg State University of Technology and Design

***Abstract.** We consider the problem of kinematic analysis of Assur group third-class with the accession to the basic link by the translational kinematic pairs. The problem is considered in relation to the feed mechanism of overlock sewing machines. The possible assemblies were analyzed and method for choice of parameters corresponding to the specified assembly in the analysis and synthesis of mechanisms with a computer was requested.*

***Keywords:** Leverage linkage, the structure group of the third class, kinematic analysis, a variant of the assembly*

В технологических машинах для осуществления требуемых законов движения рабочих органов часто применяются сложные многозвенные рычажные механизмы. Нередко в структуре таких механизмов могут быть выделены группы Ассура третьего и более высоких классов. Применение таких структурных групп позволяет осуществить сложные законы движения рабочих органов, обеспечить возможность дополнительных регулировок. В литературных источниках задачи исследования кинематики таких структурных групп занимают особое место. Это связано с определенными трудностями, возникающими при попытке аналитического решения задач о положении звеньев группы, определения вариантов сборок. Среди работ, посвященных анализу кинематики структурных групп высоких классов аналитическими методами, следует выделить труды Э. Е. Пейсаха. В работе [1] им для двух вариантов четырехзвенных структурных групп, содержащих только вращательные кинематические пары, были решены задачи о положении звеньев и исследована задача о сборках. Для

других вариантов четырехзвенных структурных групп, содержащих, например, поступательные кинематические пары, решения задач анализа кинематики в литературе отсутствует.

Задача анализа рычажных механизмов, содержащих структурные группы высоких классов является достаточно трудоемкой, причем наибольшую сложность представляет решение задачи о положении звеньев группы и о ее сборках [1]. В настоящей статье рассматривается задача кинематического анализа и определения вариантов сборки четырехзвенной трехповодковой структурной группы, входящей, например, в состав привода дополнительной зубчатой рейки дифференциального механизма транспортирования материалов швейной машины конструктивно-унифицированного ряда 51 класса [2]. Расчетная схема указанной группы Ассура представлена на рис. 1.

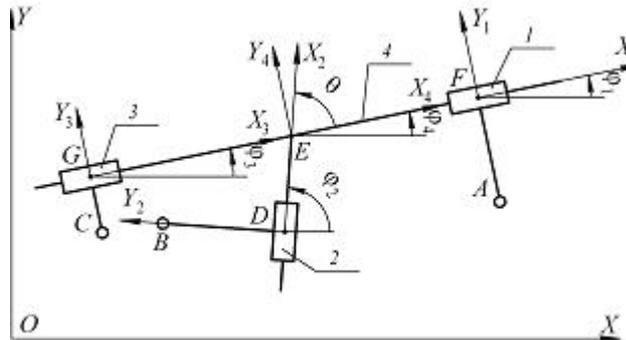


Рис. 1

Рассматриваемая структурная группа состоит из базисного звена 4, к которому посредством поступательных кинематических пар D, F и G присоединены звенья 1, 2, 3. Внешними кинематическими парами (поводками), с помощью которых группа может быть присоединена к другим звеньям, являются вращательные пары A, B и C .

Введем неподвижную систему координат OXY . Со звеньями 1–4 свяжем подвижные системы координат $FX_1Y_1, BX_2Y_2, GX_3Y_3, EX_4Y_4$. Будем считать заданными: координаты $X_A, Y_A, X_B, Y_B, X_C, Y_C$ шарниров A, B и C в системе координат OXY ; длины звеньев $L_1 = L_{AF}, L_2 = L_{BD}, L_3 = L_{CG}$; угол θ между осями EX_4 и DX_2 , отсчитываемый в направлении против часовой стрелки от оси EX_4 . При решении задачи о положении звеньев структурной группы следует определить: угловые координаты звеньев $\varphi_i, i = \overline{1,4}$; расстояния L_{GE}, L_{EF}, L_{DE} вдоль направляющих поступательных кинематических пар. При решении сформулированной задачи необходимо найти возможные варианты сборки данной структурной группы.

Для расчетной схемы, представленной на рис. 1, координаты шарниров A, B и C могут быть определены из выражений:

$$\begin{aligned} X_A &= X_F + X_{1A} \cos \varphi_1 - Y_{1A} \sin \varphi_1, & Y_A &= Y_F + X_{1A} \sin \varphi_1 + Y_{1A} \cos \varphi_1, \\ X_B &= X_D + X_{2B} \cos \varphi_2 - Y_{2B} \sin \varphi_2, & Y_B &= Y_D + X_{2B} \sin \varphi_2 + Y_{2B} \cos \varphi_2, \\ X_C &= X_G + X_{3C} \cos \varphi_3 - Y_{3C} \sin \varphi_3, & Y_C &= Y_G + X_{3C} \sin \varphi_3 + Y_{3C} \cos \varphi_3. \end{aligned} \quad (1)$$

где $X_{1A}, Y_{1A}, X_{2B}, Y_{2B}, X_{3C}, Y_{3C}$ – координаты шарниров A, B и C в подвижных системах координат FX_1Y_1, BX_2Y_2 и GX_3Y_3 соответственно. Как следует из рис. 1:

$$X_{1A} = 0, Y_{1A} = k_1 L_1, X_{2B} = 0, Y_{2B} = k_2 L_2, X_{3C} = 0, Y_{3C} = k_3 L_3, \quad (2)$$

где $k_i = \pm 1$, $i = \overline{1,3}$ – коэффициенты, определяющие положение шарниров A , B и C в положительной ($k_i = +1$) или отрицательной ($k_i = -1$) области осей FY_1 , BY_2 и GY_3 . Для схемы приведенной на рис. 1: $k_1 = -1$, $k_2 = +1$, $k_3 = -1$.

С учетом равенств (2) выражения (3) перепишем в виде:

$$\begin{aligned} X_F &= X_A + k_1 L_1 \sin \varphi_1, & Y_F &= Y_A - k_1 L_1 \cos \varphi_1, \\ X_D &= X_B + k_2 L_2 \sin \varphi_2, & Y_D &= Y_B - k_2 L_2 \cos \varphi_2, \\ X_G &= X_C + k_3 L_3 \sin \varphi_3, & Y_G &= Y_C - k_3 L_3 \cos \varphi_3. \end{aligned} \quad (3)$$

Найдем координаты точки E на базисном звене 4. Для этого можно воспользоваться следующими равенствами:

$$X_E = X_G + L_{GE} \cos \varphi_3, \quad Y_E = Y_G + L_{GE} \sin \varphi_3 \quad (4)$$

или

$$X_E = X_D + L_{DE} \cos \varphi_2, \quad Y_E = Y_D + L_{DE} \sin \varphi_2 \quad (5)$$

или

$$X_E = X_F - L_{EF} \cos \varphi_4, \quad Y_E = Y_F - L_{EF} \sin \varphi_4. \quad (6)$$

Приравнявая (4) и (6), (5) и (6), получим:

$$\begin{aligned} X_G + L_{GE} \cos \varphi_3 &= X_F - L_{EF} \cos \varphi_4, \\ Y_G + L_{GE} \sin \varphi_3 &= Y_F - L_{EF} \sin \varphi_4, \\ X_D + L_{DE} \cos \varphi_2 &= X_F - L_{EF} \cos \varphi_4, \\ Y_D + L_{DE} \sin \varphi_2 &= Y_F - L_{EF} \sin \varphi_4. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставим в (7) равенства (3):

$$\begin{aligned} X_C + k_3 L_3 \sin \varphi_3 + L_{GE} \cos \varphi_3 &= X_A + k_1 L_1 \sin \varphi_1 - L_{EF} \cos \varphi_4, \\ Y_C - k_3 L_3 \cos \varphi_3 + L_{GE} \sin \varphi_3 &= Y_A - k_1 L_1 \cos \varphi_1 - L_{EF} \sin \varphi_4, \\ X_B + k_2 L_2 \sin \varphi_2 + L_{DE} \cos \varphi_2 &= X_A + k_1 L_1 \sin \varphi_1 - L_{EF} \cos \varphi_4, \\ Y_B - k_2 L_2 \cos \varphi_2 + L_{DE} \sin \varphi_2 &= Y_A - k_1 L_1 \cos \varphi_1 - L_{EF} \sin \varphi_4. \end{aligned} \quad (8)$$

Для рассматриваемой группы (см. рис. 1) можем записать:

$$\varphi_1 = \varphi_3 = \varphi_4, \quad \varphi_2 = \varphi_4 + \theta. \quad (9)$$

После подстановки (9) в (8), получим

$$\begin{aligned} X_C + k_3 L_3 \sin \varphi_1 + L_{GE} \cos \varphi_1 &= X_A + k_1 L_1 \sin \varphi_1 - L_{EF} \cos \varphi_1, \\ Y_C - k_3 L_3 \cos \varphi_1 + L_{GE} \sin \varphi_1 &= Y_A - k_1 L_1 \cos \varphi_1 - L_{EF} \sin \varphi_1, \\ X_B + k_2 L_2 \sin(\varphi_1 + \theta) + L_{DE} \cos(\varphi_1 + \theta) &= X_A + k_1 L_1 \sin \varphi_1 - L_{EF} \cos \varphi_1, \\ Y_B - k_2 L_2 \cos(\varphi_1 + \theta) + L_{DE} \sin(\varphi_1 + \theta) &= Y_A - k_1 L_1 \cos \varphi_1 - L_{EF} \sin \varphi_1. \end{aligned} \quad (10)$$

Система четырех нелинейных уравнений (10) содержит четыре неизвестные: φ_1 , L_{GE} , L_{EF} , L_{DE} . Первые два уравнения описывают контур $CGEFA$, а последние два – $BDEFA$.

Рассмотрим сначала первые два уравнения в (10). Перепишем их в следующем виде:

$$\begin{aligned} (L_{GE} + L_{EF}) \cos \varphi_1 &= d_1 + (k_1 L_1 - k_3 L_3) \sin \varphi_1, \\ (L_{GE} + L_{EF}) \sin \varphi_1 &= d_2 - (k_1 L_1 - k_3 L_3) \cos \varphi_1, \end{aligned} \quad (11)$$

где $d_1 = X_A - X_C$, $d_2 = Y_A - Y_C$.

Из (11) можно получить, что

$$L_{GE} + L_{EF} = \frac{d_1 + (k_1 L_1 - k_3 L_3) \sin \varphi_1}{\cos \varphi_1} = \frac{d_2 - (k_1 L_1 - k_3 L_3) \cos \varphi_1}{\sin \varphi_1}$$

или после преобразований

$$-d_2 \cos \varphi_1 + d_1 \sin \varphi_1 + (k_1 L_1 - k_3 L_3) = 0. \quad (12)$$

Уравнение (12) содержит только одну неизвестную – угловую координату φ_1 . Нетрудно показать [3], что решение данного уравнения имеет вид:

$$\cos \varphi_1 = (-d_1 r_0 - k_4 d_2 r_2) / r_1^2, \quad \sin \varphi_1 = (d_2 r_0 - k_4 d_1 r_2) / r_1^2, \quad (13)$$

где $r_0 = k_1 L_1 - k_3 L_3$, $r_1^2 = d_1^2 + d_2^2$, $r_2^2 = r_1^2 - r_0^2$, $k_4 = \pm 1$.

Входящий в (13) коэффициент $k_4 = \pm 1$ соответствует двум возможным решениям системы уравнений (11), то есть двум вариантам сборки рассматриваемой структурной группы. Ранее нами были введены коэффициенты k_i , $i = \overline{1,3}$, которые так же, как и параметр k_4 , могут принимать лишь два значения, равные ± 1 . Таким образом, для рассматриваемой структурной группы при одних и тех же значениях ее параметров (длин звеньев L_i , $i = \overline{1,3}$, угла θ и координат внешних кинематических пар A , B и C) могут быть выявлены $2^4 = 16$ возможных вариантов конструктивного исполнения.

Следует отметить, что коэффициенты k_i , $i = \overline{1,3}$ задают лишь относительное расположение шарниров A , B и C в системах координат FX_1Y_1 , BX_2Y_2 , GX_3Y_3 . Указанные коэффициенты можно было и не вводить, если вместо длин L_i , $i = \overline{1,3}$ (которые мы всегда считаем положительными) использовать непосредственно координаты Y_{1A} , Y_{2B} , Y_{3C} с учетом их знака (см. (2) и рис. 1). При этом для каждого конкретного набора параметров Y_{1A} , Y_{2B} , Y_{3C} будем иметь лишь два способа сборки, обусловленных наличием коэффициента k_4 . Для того, чтобы в дальнейшем проанализировать возможные варианты сборок рассматриваемой структурной группы с учетом различий в знаках Y_{1A} , Y_{2B} , Y_{3C} удобно воспользоваться введенными выше коэффициентами k_i , $i = \overline{1,3}$.

Значение угла φ_1 может быть определено [3] с учетом знака $\cos \varphi_1$ и $\sin \varphi_1$ в интервале $\varphi_1 \in [0, 2\pi]$.

Для определения L_{DE} и L_{EF} перепишем последние два уравнения в (10) в следующем виде:

$$L_{DE} \cos(\varphi_1 + \theta) + L_{EF} \cos \varphi_1 = d_3 + k_1 L_1 \sin \varphi_1 - k_2 L_2 \sin(\varphi_1 + \theta), \quad (14)$$

$$L_{DE} \sin(\varphi_1 + \theta) + L_{EF} \sin \varphi_1 = d_4 - k_1 L_1 \cos \varphi_1 + k_2 L_2 \cos(\varphi_1 + \theta),$$

где $d_3 = X_A - X_B$, $d_4 = Y_A - Y_B$.

Система уравнений (14) является линейной относительно неизвестных L_{DE} , L_{EF} . Решая ее, найдем

$$L_{DE} = (-d_3 \sin \varphi_1 + d_4 \cos \varphi_1 - k_1 L_1 + k_2 L_2 \cos \theta) / \sin \theta, \quad (15)$$

$$L_{EF} = (-d_4 \cos(\varphi_1 + \theta) + d_3 \sin(\varphi_1 + \theta) - k_2 L_2 + k_1 L_1 \cos \theta) / \sin \theta.$$

Неизвестную величину L_{EF} найдем из уравнений (11)

$$L_{GE} = (d_1 + r_0 \sin \varphi_1) / \cos \varphi_1 - L_{EF} \quad \text{при} \quad \cos \varphi_1 \neq 0 \quad (16a)$$

или

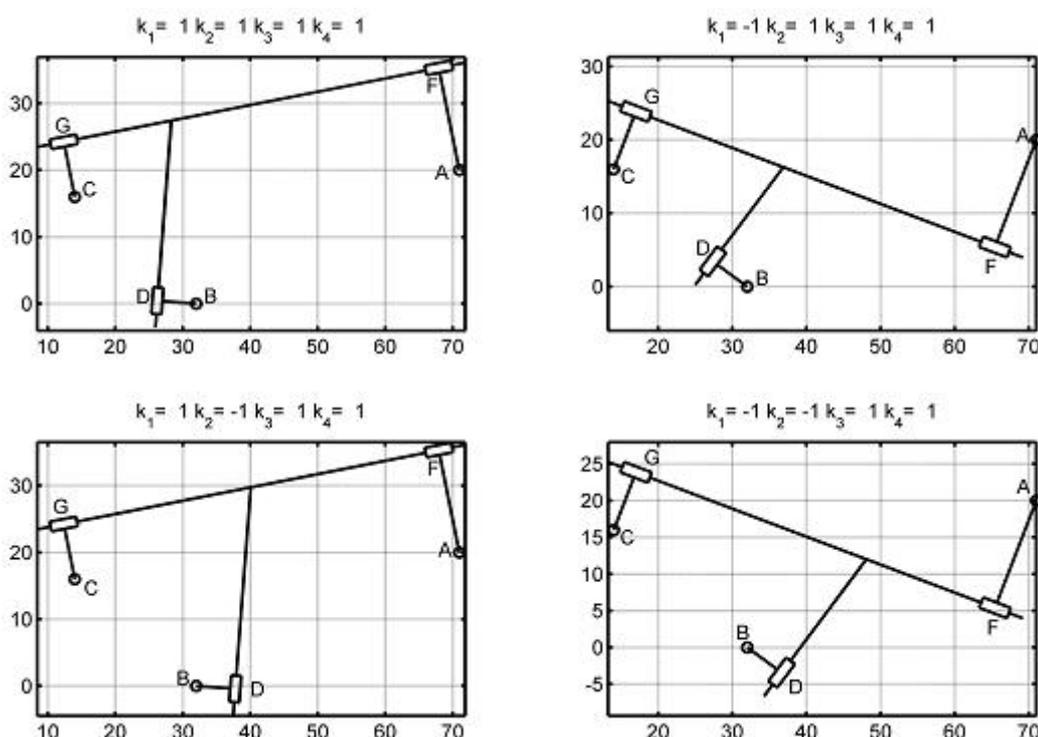
$$L_{GE} = (d_2 - r_0 \cos \varphi_1) / \sin \varphi_1 - L_{EF} \quad \text{при} \quad \sin \varphi_1 \neq 0 \quad (16b)$$

Как видно из выражений (15), при $\sin \theta = 0$, то есть при $\theta = 0 \pm k\pi$, $k = 0, 1, \dots$, решения нет. В этом случае направляющая кинематической пары D (см. рис. 1) совпадает с направляющей кинематических пар G и F . На основании (13) можно также отметить, что отсутст-

вие решений задачи о положении звеньев возможно при $r_1^2 = d_1^2 + d_2^2 = 0$, что соответствует совпадению шарниров A и C (см. рис. 1).

Итак, алгоритм решения задачи о положении звеньев рассматриваемой структурной группы можно записать в следующем виде. Сначала с помощью равенств (13) вычисляется угол φ_1 . Затем по формулам (15) определяются величины L_{DE} и L_{EF} . Далее с помощью выражений (16) вычисляется величина L_{GE} . Для определения указанных величин по полученным аналитическим зависимостям в среде MATLAB [4] была разработана программа. С использованием указанной программы были проанализированы возможные варианты сборок рассматриваемой структурной группы при различных сочетаниях значений коэффициентов k_i , $i = \overline{1,4}$. В качестве примера на рис. 2, 3 представлены полученные в результате вычислений все 16 вариантов сборок. Указанные сборки получены при следующих значениях параметров: $X_A = 71,00$ мм, $Y_A = 20,00$ мм, $X_B = 32,00$ мм, $Y_B = 0,00$ мм, $X_C = 14,00$ мм, $Y_C = 16,00$ мм, $L_1 = 15,63$ мм, $L_2 = 5,78$ мм, $L_3 = 8,42$ мм. Для получения всех 16 вариантов сборок рассматриваемой структурной группы параметры $k_i = \pm 1$, $i = \overline{1,4}$ варьировались согласно плана Бокса-Уилсона 2^4 .

Как видно из рис. 2 и 3 из 16 вариантов возможного конструктивного исполнения структурной группы, соответствующих всем возможным комбинациям параметров $k_i = \pm 1$, $i = \overline{1,4}$ неповторяющимися являются только 8 вариантов. Таким образом, рассматриваемая структурная группа может иметь до 8 вариантов сборки. При этом следует отметить, что с точки зрения расположения подвижных систем координат, связанных со звеньями $l-4$ все 16 вариантов, представленных на рис. 2 и 3 на самом деле разные. Например, варианты №1 (при $k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 1, k_4 = 1$, см. рис. 2) и №16 (при $k_1 = -1, k_2 = -1, k_3 = -1, k_4 = -1$, см. рис. 3) внешне выглядят одинаково, однако расположение подвижных систем координат имеют разное. Это показано на рис. 4. Из-за различий в подвижных системах координат значения угловых координат $\varphi_1 = \varphi_3 = \varphi_4$ на рис. 4, a и b отличаются.



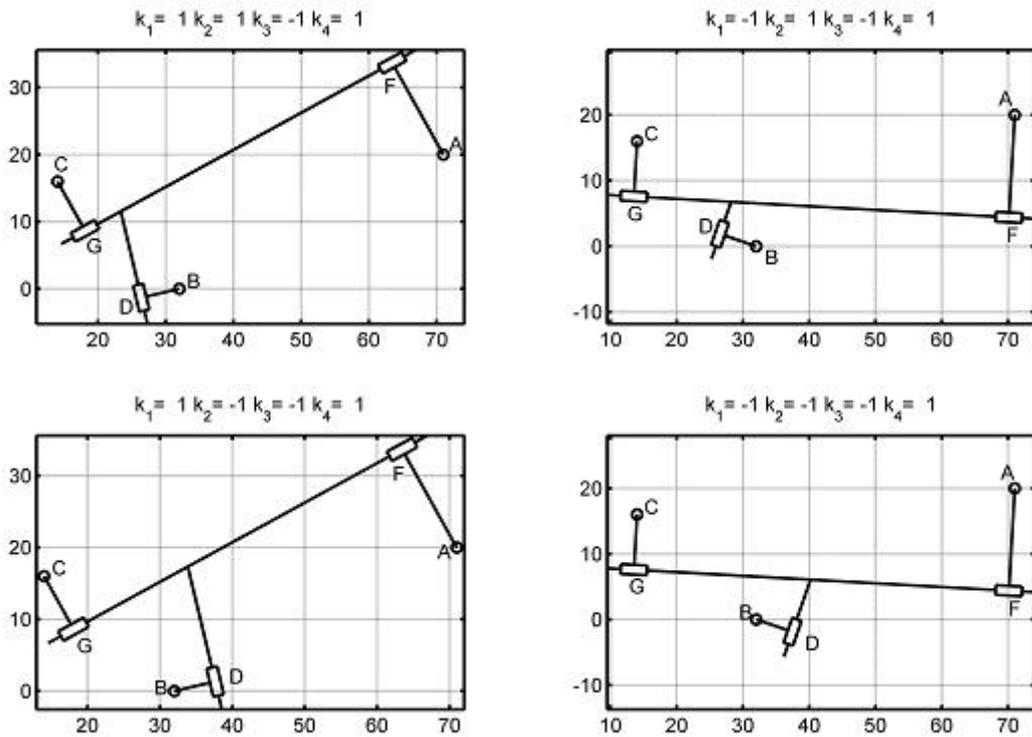
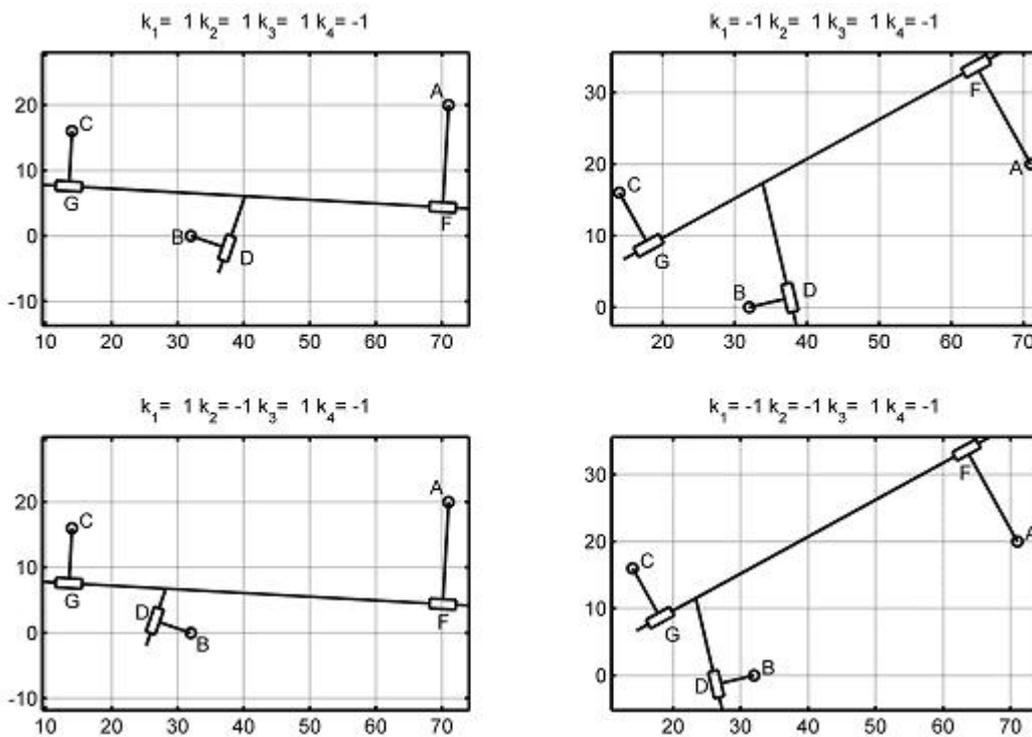


Рис. 2



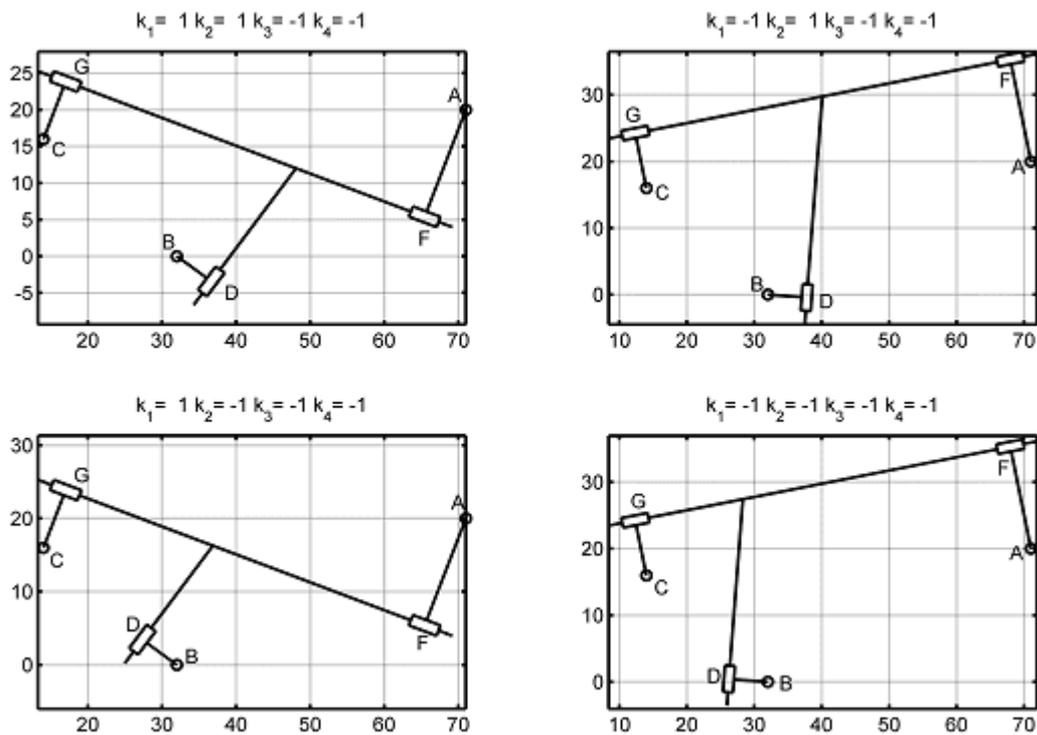


Рис. 3

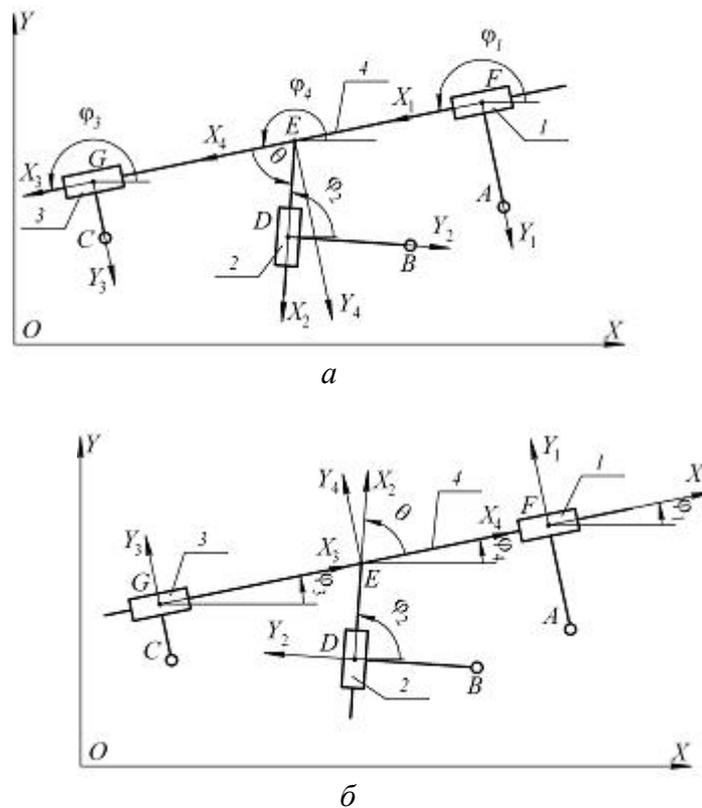


Рис. 4

На основании анализа полученных результатов предлагается следующая методика выбора значений параметров $k_i = \pm 1$, $i = \overline{1, 4}$.

1) На расчетной схеме структурной группы нумеруются звенья. Звеньям, образующим поступательные кинематические пары с базисным звеном и с совпадающими направляющими присваиваются номера 1 и 3, а базисному звену – номер 4. Оставшееся звено, образующее поступательную кинематическую пару с базисным звеном 4, направляющая которого повернута относительно направляющей остальных поступательных кинематических пар, получает номер 2.

2) С базисным звеном 4 связывается подвижная система координат EX_4Y_4 . Центр системы координат EX_4Y_4 следует поместить в точку на базисном звене, образованную пересечением направляющих поступательных кинематических пар звеньев 1, 3 и звена 2. Ось EX_4 должна быть направлена вдоль направляющих поступательных кинематических пар 1 и 3.

3) Со звеньями 1 и 3 связываются системы координат FX_1Y_1 и GX_3Y_3 . Оси FX_1 и GX_3 следует направить вдоль направляющих поступательных пар так, чтобы их направление совпадало с осью EX_4 (при этом будет выполнено условие $\varphi_1 = \varphi_3 = \varphi_4$), а центры F и G должны располагаться на направляющих базисного звена.

4) Связать со звеном 2 систему координат DX_2Y_2 так, чтобы центр D располагался на направляющей. Положительное направление оси DX_2 должно быть получено как результат поворота оси EX_4 вокруг точки E на угол θ .

5) После введения систем координат FX_1Y_1 , DX_2Y_2 , GX_3Y_3 значения коэффициентов $k_i = \pm 1$, $i = \overline{1, 3}$ определяется исходя из расчетной схемы знаком координат Y_{1A} , Y_{2B} , Y_{3C} шарниров A , B и C в соответствующих системах координат, то есть: $k_1 = \text{sign}(Y_{1A})$, $k_2 = \text{sign}(Y_{2B})$, $k_3 = \text{sign}(Y_{3C})$.

6) Значение параметра k_4 предлагается выбирать следующим образом. Если после ввода всех подвижных систем координат обход контура $AFEGC$ происходит в направлении совпадающим с направлением оси EX_4 , то $k_4 = +1$, в противном случае $k_4 = -1$.

Предлагаемая методика ввода подвижных систем координат на расчетной схеме рассматриваемой структурной группы и задания параметров $k_i = \pm 1$, $i = \overline{1, 4}$ описывает все 16 возможных вариантов, показанных на рис. 2 и 3 и позволяет решить задачу о положении звеньев группы. Следует отметить, что существенным для полученных решений задачи о положении рассматриваемой структурной группы является условие равенства углов φ_1 , φ_3 и φ_4 . Решение задачи определения первой и второй передаточной функций координат звеньев для данной структурной группы не вызывает трудностей, так как связано с решением систем линейных уравнений, полученных дифференцированием системы уравнений (10). Отдельного обсуждения заслуживает вопрос определения особых положений звеньев группы и анализа критерия качества передачи сил [1]. Из-за ограниченности объема статьи данный анализ не приводится.

В соответствии с полученными аналитическими зависимостями и изложенной методикой в среде MATLAB была разработана подпрограмма кинематического анализа рассматриваемой структурной группы. Указанная подпрограмма включена в состав пакета KINEMA [3] библиотеки подпрограмм кинематического анализа рычажных механизмов и может быть использована, например, для кинематического анализа и синтеза механизмов транспортирования материалов стачивающе-обметочных швейных машин.

Литература

1. Пейсах, Э. Е. Система проектирования плоских рычажных механизмов / Э. Е. Пейсах, В. А. Нестерова ; под ред. К. В. Фролова. – М. : Машиностроение, 1988. – 232 с.
2. Франц, В. Я. Оборудование швейного производства : учебник для студ. сред. проф. образования / В. Я. Франц. — 4-е изд., испр. — М.: Издательский центр «Академия», 2010. — 448 с.
3. Марковец, А. В. Кинематический анализ механизмов транспортирования материалов швейных машин : монография / А. В. Марковец, Л. С. Мазин. — СПб. : СПГУТД, 2006. — 312 с.
4. Потемкин, В. Г. Система инженерных и научных расчетов MATLAB 5.x – в 2-х т / В. Г. Потемкин. — М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 1999.

Поступила: 19.10.11.