

УДК 519.61

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ЦИКЛОВЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ МУЛЬТИМОДУЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ПРИ УЧЁТЕ ЗАЗОРОВ

© И.И. Вульфсон, М.В. Преображенская

Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна,
Россия, Санкт-Петербург

Аннотация. Колебательные процессы, возникающие в современных быстроходных машинах, являются существенным лимитирующим фактором, влияющим на производительность, качество продукции, долговечность и надежность оборудования, условия работы человека-оператора. Механизмы с нелинейной функцией положения (цикловые механизмы) как составная часть колебательной системы одновременно являются источником возбуждения и объектом виброзащиты, что при динамическом исследовании нередко требует создания специальных методов, алгоритмов и компьютерных программ.

В работе ставится задача динамического анализа и параметрического синтеза многосекционных приводов длинных рабочих органов при учёте зазоров в кинематических парах на базе разработанного алгоритма и пакета прикладных программ.

Ключевые слова: мультимодульная структура, динамический анализ, параметрический синтез, кинематические пары, прикладные программы.

Динамическая модель. Рассматривается динамическая модель привода (рис.1), состоящая из подсистем главного вала ($k = 1$) и исполнительного органа ($k = 2$), связанного с главным валом n цикловыми механизмами. Каждый из механизмов представлен в виде последовательного соединения элементов, учитывающих инерционные, упругодиссипативные и кинематические характеристики, а также приведенный зазор s_j в кинематических парах. Приняты следующие условные обозначения: $J_{j,k}$ – моменты инерции; $c_{j,k}$, c_j – коэффициенты жесткости; $\psi_{j,k}$, ψ_j – коэффициенты рассеяния (соответствующие обозначения на схеме опущены); $P(\varphi_{j,k})$ – функция положения. Предполагается, что динамические характеристики главного вала и исполнительного органа приведены к сечениям входных и выходных звеньев цикловых механизмов. Кроме того, угловая скорость ω на «входе» принята постоянной, что обычно в первом приближении соответствует реальным машинам при рациональном выборе характеристик электропривода и передаточных механизмов. Здесь и ниже анализ проводится в координатной системе вращающейся с угловой скоростью ω ; при этом обобщенные координаты соответствуют динамическим ошибкам, а «вход» – зацеплению (заделке).

Модель привода имеет блочно-кольцевую структуру. Первый блок состоит из инерционного и упругодиссипативного элементов (c_{11}, J_{11}), связанных с главным валом; второму блоку отвечают элементы J_{21}, c_{21} , т относящиеся к главному валу на «входе» в цикловой механизм схематизированного в виде последовательного соединения элементов

$\Pi - s_j - c_j - J_{j2}$, где s_j – зазор, Π – кинематический аналог механизма. Остальные блоки в основном идентичны второму и отличаются лишь тем, что между двумя смежными выходными элементами механизмов на валу $k = 2$ располагается упругодиссипативный элемент c_{j2} . Каждому блоку, кроме первого, при одностороннем приводе соответствуют две обобщенные координаты. Первая координата и все четные координаты соответствуют главному валу. Нечетные координаты (кроме первой) отвечают ведомому валу.

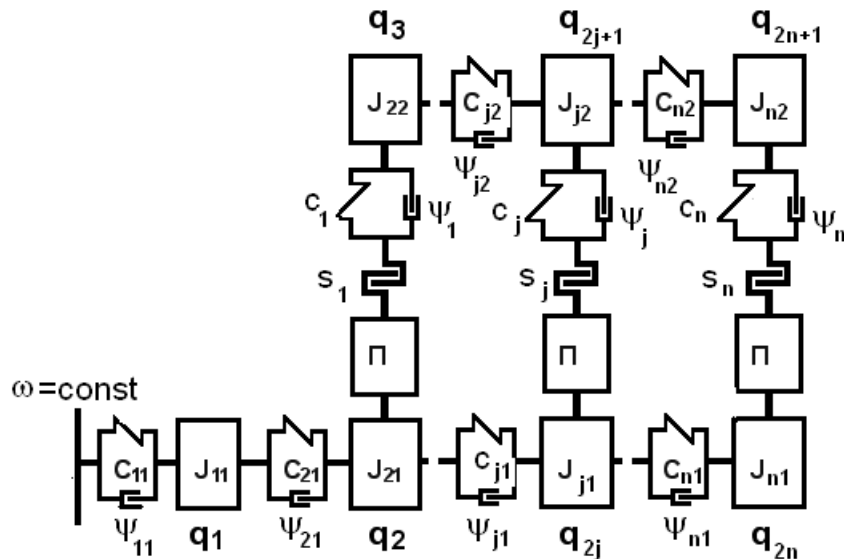


Рис.1

Математическая модель. После линеаризации функции положения в окрестности программного движения [1] рассматриваемой системе отвечает следующая система нелинейных дифференциальных уравнений с медленно меняющимися коэффициентами:

$$\begin{aligned}
 & q_1'' + 2p_{1,1}\delta_{1,1}q_1' + p_{1,1}^2q_1 - [2p_{2,1}\delta_{2,1}(q_{2,1}' - q_1') + p_{2,1}^2(q_2 - q_1)]\rho_{2,1} = w_1(\varphi_0); \\
 & q_{2(j-1)}'' + 2\delta_{j,1}p_{j,1}(q_{2(j-1)}' - q_{2(j-2)}') + p_{j,1}^2(q_{2(j-1)} - q_{2(j-2)}) - \\
 & - [2\delta_{j+1,1}p_{j+1,1}(q_{2,j}' - q_{2(j-1)}') + p_{j+1,1}^2(q_{2j} - q_{2(j-1)})]\rho_{j+1,1} - \\
 & - \rho_j\Lambda_j[2\delta_j p_j Z_j' + p_j^2 Z_j - 0,5s_j \text{sign} Z_j] = w_{2(j-1)}(\varphi_0); \\
 & q_{2j-1}'' + 2\delta_{j,2}p_{j,2}(q_{2j-1}' - q_{2j-3}') + p_{j,2}^2(q_{2j-1} - q_{2j-3}) - \\
 & - [2\delta_{j+1,2}p_{j+1,2}(q_{2j+1}' - q_{2j-1}') + p_{j+1,2}^2(q_{2j+1} - q_{2j-1})]\rho_{j+1,2} + \\
 & + \Lambda_j[2\delta_j p_j Z_j' + p_j^2 Z_j - 0,5s_j \text{sign} Z_j] = w_{2j-1}(\varphi_0).
 \end{aligned}$$

Здесь $p_{j,k}^2 = c_{j,k} / (J_{j,k} \omega^2)$; $p_j^2 = c_j / (J_{j,2} \omega^2)$; $\rho_{j+1,k} = J_{j+1,k} / J_{j,k}$; $\rho_j = J_{j,2} / J_{j,1}$ (при $j = 2$ следует принять $q_1 = q_1$, $q_1' = q_1'$, $p_{2,2} = 0$, а при $j = n + 1$ – $p_{n+2,1} = 0$, $p_{n+2,2} = 0$); $Z_j = q_{2j-1} - \Pi'(\varphi_0)q_{2(j-1)}$; $Z_j' = q_{2j-1}' - \Pi'(\varphi_0)q_{2(j-1)}'$; $\delta_i = \psi_i / (4\pi)$; $\Lambda_j = \Lambda_j(|Z_j| - 0,5s_j)$ – единичная функция ($\Lambda_j = 1$ при $|Z_j| > 0,5s_j$; $\Lambda_j = 0$ при $|Z_j| \leq 0,5s_j$). В целях устранения скользящих режимов при расчетах целесообразно вос-

пользоваться гладкой аппроксимацией единичной функции:
$$\Lambda_j \approx 0,5 \left\{ 1 + 2\pi^{-1} \arctg \left[\left(|Z_j| - 0,5s_j \right) L \right] \right\}, \text{ где } L \ll |Z_j|/s_j.$$

Разработка пакетов программ компьютерного моделирования приводов цикловых машин. В работе [6] приведено краткое описание целевого назначения компьютерных программ, созданных в последние годы на кафедре теоретической и прикладной механики Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна для анализа сложных колебательных систем машинных агрегатов. Большинство программ связано с проблемой снижения виброактивности цикловых машин текстильной и легкой промышленности, в которых программные движения рабочих органов реализуются посредством рычажных, кулачковых и других цикловых механизмов. Для колебательных систем приводов данного класса свойственны переменность параметров и наличие существенных нелинейностей.

Программы делятся на две группы. К первой группе отнесены программы, базирующиеся на аналитических методах. Здесь в основном использованы динамические модели машинного агрегата и его элементов, рассмотренные в монографиях [1,2], анализ которых опирается на методе условного осциллятора, предложенного И.И. Вульфсоном. Ко второй группе отнесены программы, в которых наряду с аналитическим подходом использованы приемы компьютерного моделирования, базирующиеся на численных методах.

Для исследования вынужденных колебаний привода на базе модели, показанной на рис.1, разработана программа на языке программирования С++ для операционной системы Windows (№ 2008610930 от 21.02.08). Программа позволяет рассчитывать вынужденные колебания (динамические ошибки и ускорения) при варьировании исходными данными. Программа интерактивна. Она управляется без остановки программы с помощью мыши и кнопок, расположенных в нижней части экрана. Управление производится следующими операциями: выбор файла данных, или загрузка новых данных; редактирование данных; выбор информации, выводимой на экран, а именно, – изображение динамической модели, вывод графиков вынужденных колебаний для ведущего и ведомого валов, вывод величины кинетостатической деформации валов экстремальных значений деформаций и ускорений. Кроме того, осуществляется выбор одностороннего или двухстороннего привода и сведения о результатах ряда критериальных оценок динамических характеристик исследуемых режимов и др.

При изменениях исходных параметров системы автоматически производится пересчет вынужденных колебаний всех координат для обеих подсистем корректирование соответствующих графиков.

Анализ результатов компьютерного моделирования. На базе системы уравнений (1) было проведено компьютерное моделирование исследуемого привода при варьировании числа идентичных механизмов n , величины зазора, а также кинематических, инерционных, упругих и диссипативных характеристик. При выборе исходных данных были использованы усредненные значения параметров петлеобразующих органов основовязальных трикотажных машин, которые в процессе исследования изменялись в следующих пределах:
 $c_{11} = (3,6 \div 6) \cdot 10^5$; $c_1 = (1 \div 4) \cdot 10^5$ $c_2 = (2 \div 10) \cdot 10^4$; $c = (2 \div 10) \cdot 10^4$ Нм; $J_{11} = 0,06$
; $J_1 = 0,03 \div 0,05$; $J_2 = (0,03 \div 0,04) \text{ кгм}^2$ $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$; $\delta_i = 0,03 \div 0,04$; $s = (0,002 \div 0,004) \text{ рад}$;
 $\Pi(\varphi_0) = r(1 - \cos \varphi_0)$ при $r = (0,1 \div 0,5) \text{ рад}$. (Здесь и ниже индекс j опущен.)

При компьютерном моделировании были выявлены два типовых случая возбуждения

колебаний при переключке в зазоре, которые проиллюстрированы на рис.2 графиками $q_i(\varphi_0)$, $q_i''(\varphi_0)$, полученными для установившихся режимов при $n = 4$, $c = 4 \cdot 10^4$ Нм, $s = 0,004$ рад (штриховыми линиями в принятом масштабе показаны границы зазора). При $r = 0,2$ (рис.2,а) практически реализуется форма колебаний, при которой исполнительный орган

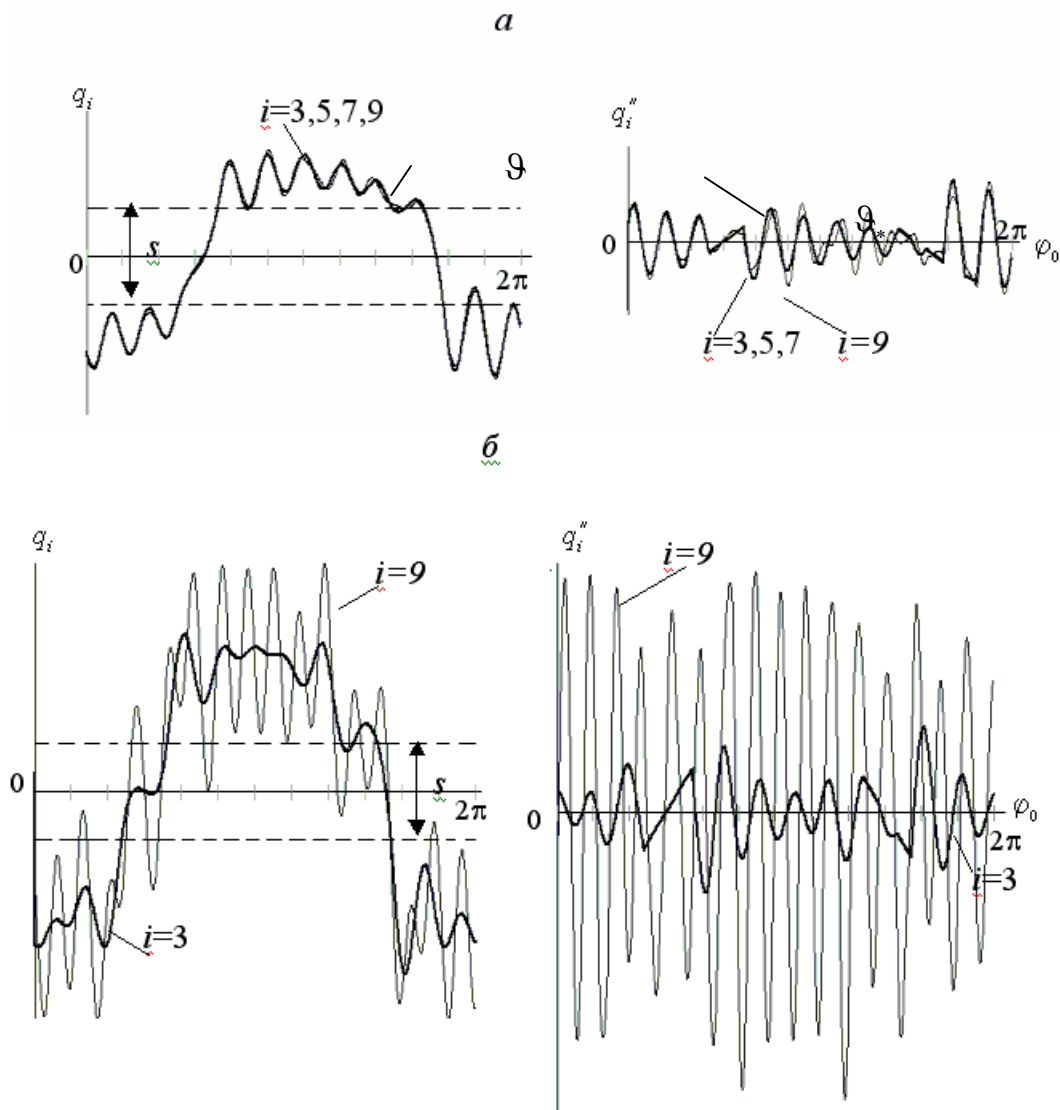


Рис.2

колеблется почти синхронно (режим типа 1), а влияние параметров подсистемы главного вала и коэффициента жесткости c_2 проявляется слабо. При $r = 0,5$ (рис.2,б) графики q_i , q_i'' для первых трех механизмов ($i = 3,5,7$) отличаются мало, однако наблюдается четко выраженные незатухающие колебания на координате q_9 , свойственные виброударным режимам (режим типа 2). При $0,15 \leq r \leq 0,3$ отсутствуют повторные соударения в зазоре; при этом на всех механизмах для фиксированного значения r $\xi_j \approx \text{const}$. При $r > 0,3$ на последнем механизме возникают виброударные режимы типа 2 (см. рис.2), что приводит к резкому повышению значения ξ_9 . С увеличением числа механизмов n возрастают нарушения синхронности колебаний исполнительного органа. При анализе модели с абсолютно жестким приводом

($c_1 \rightarrow \infty$) режимы, отнесенные к типу 2, не были выявлены, однако наблюдалась большая чувствительность устойчивости вычислительной процедуры к нарушению динамической симметрии.

Для сопоставления интенсивности возбуждаемых колебаний в качестве критерия выберем отношение максимальных виброускорений в рассматриваемом сечении исполнительного органа к максимуму ускорения в программном движении: $\xi_i = \max |q_i''/r|$. На рис.3 приведены графики ξ_3 (кривая 1) и ξ_9 (кривая 2), полученные компьютерным моделированием при $p = 10$, $\zeta_2 = c_2/c = 1,25$. При $0,15 \leq r \leq 0,3$ отсутствуют повторные соударения в зазоре; при этом на всех механизмах для фиксированного значения r $\xi_i \approx \text{const}$. При $r > 0,3$ на последнем механизме возникают вибро ударные режимы типа 2 (см. рис.2), что приводит к резкому повышению значения ξ_9 . С увеличением числа механизмов n возрастают нарушения синхронности колебаний исполнительного органа. Для колебательных режимов типа 1 безразмерная частота возбуждаемых колебаний близка случаю $c_1 \rightarrow \infty$ и описываются зависимостью [1,2,3]

$$p_m \approx p \sqrt{1 + 2\zeta_2 [1 - \cos((m-1)\pi/n)]} \quad (m = \overline{1, n}), \quad (2)$$

где $\zeta_2 = c_2/c$.

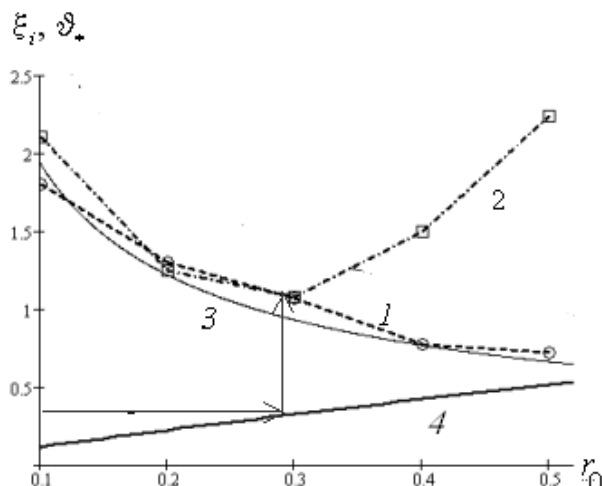


Рис.3

Синхронному перемещению исполнительного органа отвечает низшая частота p ($m = 1$). По существу, при этой форме упругий элемент c_2 не деформируется, поэтому уровень колебаний не зависит от значения c_2 . Как показано в работе [7], при одиночной перекладке в зазоре критерий $\xi_0 = q_{\max}'' / r$ определяется как

$$\xi_0 = p \sqrt[3]{4,5(s/r)^2} . \quad (3)$$

График $\xi_0(r)$, (см. рис.3, кривая 3) с достаточной точностью совпадает с кривой 1, полученной для данного типа режимов компьютерным моделированием.. Можно предположить, что сильное дополнительное возбуждение механизма n связано со специфическим воздействием подсистемы, образованной предыдущими механизмами, которая при синхронных колебаниях проявляет себя как массивный инерционный элемент. Оправданность этого предположения подтверждается результатом численного эксперимента при разрыве упругой связи на ис-

полнительном органе между механизмом n и предыдущим механизмом ($c_{n+1,2} = 0$). Как показывает анализ, в данном случае имеет место односторонняя корреляция, когда колебания подсистемы с синхронной формой существенно влияют на колебания механизма n , а обратное влияние достаточно мало. Далее воспользуемся энергетическим способом приближенной оценки возможности возникновения нарастающих колебаний, для исключения которых потребуем $\Delta E = \Delta E_+ - \Delta E_- < 0$, где ΔE_+ , ΔE_- – подводимая и отводимая энергия за один период колебаний. При учете того, что на начальной стадии нарушения синхронности колебаний имеет место достаточная близость значений p для всех модулей, примем $q_{2n-1} \approx A \sin(p\varphi_0 + \alpha)$. Тогда $\Delta E_+ \approx \pi c_2 \Delta A (A + \Delta A) \sin \gamma$, $\Delta E_- \approx \vartheta_* c_* (A + \Delta A)^2$, где γ – фазовый сдвиг колебаний механизмов n и $n-1$; $\vartheta_* = 2\pi\delta_*$ – приведенное значение логарифмического декремента, ΔA – отклонение от амплитуды A , c_* – приведенный коэффициент жесткости сечения n главного вала [4]. Отсюда следует

$$\Delta A / A < \vartheta_* / (\pi \zeta_{2*} \sin \gamma - \vartheta_*), \quad (4)$$

где $\zeta_{2*} = c_2 / c_*$.

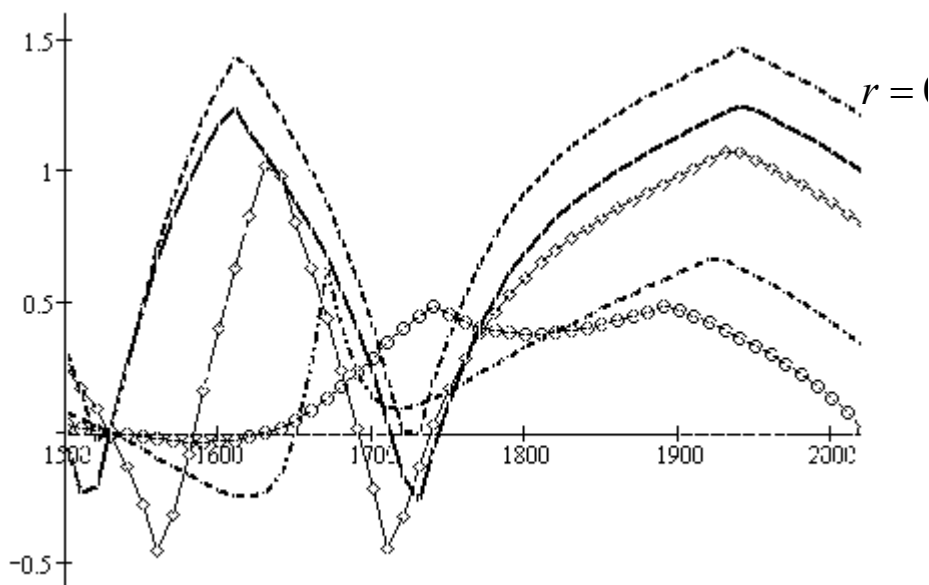


Рис.4

Обычно при $\Delta A / A > 0,1 \div 0,15$ условие (4) нарушается, причем, как показывает компьютерное моделирование, это происходит на определенных частотных диапазонах, соответствующих асинхронной форме колебаний, когда $\gamma \approx \pi/2$ (рис.4). Зависимость доминирующей частоты от амплитуды обычно связано с проявлением нелинейности, однако в данном случае определяющую роль играет нестационарность форм колебаний и эффект «внутреннего резонанса». Если принять функцию $\Delta A / A$ обратно пропорциональной отношению c/c_* , то при $\gamma = \pi/2$ на получаем следующее условие:

$$\vartheta < \vartheta_* = \pi \zeta_{2*} / (1 + \zeta_{1*} r^{-1}). \quad (5)$$

Таким образом, определено критическое значение логарифмического декремента, ниже которого возможно нарушение синфазных колебаний исполнительного органа, а следовательно и возникновение виброударных режимов. На рис.3 для принятых исходных дан-

ных приведён график $\vartheta_*(r)$ (кривая 4). В нашем случае $\vartheta \approx 0,25$; при этом согласно графику должно соблюдаться условие $r < 0,25 - 0,3$. Близкие результаты даёт использование условий динамической устойчивости на конечном отрезке времени, устраняющие эффект «отрицательного» демпфирования из-за переменности параметров [1,2,3]. Выявленный эффект можно также трактовать как проявление энергетической локализации в линейных цепочках [8].

Помимо критерия ξ_i для сопоставления колебательных режимов при учете зазоров, весьма информативным при оценке интенсивности возможных виброударных режимов, возбуждаемых за счёт зазоров, является K_s – число разрывов кинематической цепи за один период кинематического цикла. Для режимов, показанных на рис.2,б имеем $K_s = 5$ на первом механизме ($i = 3$) и $K_s = 9$ – на последнем ($i = 9$).

Как показано в работе [4], одним из эффективных способов понижения виброактивности приводов кольцевой структуры является разрыв некоторых упругих связей между соседними блоками исполнительного органа, т.е. переход к разветвлённо-кольцевой структуре системы. Так, например, устранение упругого элемента между блоками 3 и 4 ($c_{42} = 0$) приводит к уменьшению критерия ξ_9 от значения 2,52 до 0,63, а число разрывов K_s при этом сокращается с девяти до двух.

Работа выполнена при поддержке ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы».

Литература

1. Вульфсон И.И. Колебания машин с механизмами циклового действия.– Машиностроение: Ленинград, 1990. 306с.
2. Vulfson I. Vibroactivity of branched and ring structured mechanical drives. Hemisphere Publ. Corpor.: New York, Washington, London, 1988. 99 p.
3. Вульфсон И.И. К проблеме декомпозиции регулярных колебательных систем цикловых машин, включающих идентичные модули кольцевой структуры. –Проблемы машиностроения и надежности машин, № 4. С.15–22.
4. Вульфсон И.И., Преображенская М.В. Исследование колебательных режимов, возбуждаемых при переключении в зазорах цикловых механизмов, соединенных с общим исполнительным органом.//Проблемы машиностроения и надежности машин, №1. С.33–39
5. Вульфсон И.И. Динамическое исследование многосекционных технологических машин, образующих колебательные системы квазирегулярной структуры // Сб. докл. Международного симпозиума «Образование через науку».МГТУ им. Н.Е.Баумана: М.,2006. С.172–179.
6. Преображенская М.В. Разработка компьютерных программ для анализа приводов машин с цикловыми механизмами // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2007.№1С(300). С.188–190.
7. Вульфсон И.И. Оптимизация параметров колебательных систем цикловых механизмов с учетом зазоров. //Проблемы машиностроения и надежности машин, №3. С. 9–6.
8. Маневич Л.И., Михлин Ю.В.,Пилипчук В.Н. Метод нормальных колебаний для существенно нелинейных систем.–М.: Наука, 1989. 216с.

Поступила: 06.06.09.