УДК 621.01

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ БОЛЬШИХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Л.Б. Матусов

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

.

Аннотация. *При проектировании машин приходится иметь дело с большими математическими моделями Они зачастую содержат сотни степеней свободы, описываются системами уравнений высокого порядка, расчет одного варианта требует порой много часов времени на ЭВМ. Сказанное означает, что решить непосредственно задачу многокритериальной оптимизации далеко не всегда возможно. Поэтому необходимо расщепить (декомпозировать) систему на такие подсистемы, которые возможно оптимизировать, а затем собрать (агрегировать) результаты оптимизации с тем ,чтобы получить оптимальное решение для всей системы. Все это должно позволить определить такие требования к подсистемам, чтобы машина в целом была оптимальной.*

Ключевые слова: *многокритериальная оптимизация, иерархическая структура.*

Постановка задачи многокритериальной оптимизации. При изложении этого материала будем следовать [1 - 3].

Предположим, что имеется математическая модель. Пусть исследуемая система зависит от r варьируемых параметров $\alpha_1,...,\alpha_r$, которые будем считать точкой $\alpha = (\alpha_1,...,\alpha_r)$ в r-мерном пространстве.

В общем случае для того, чтобы правильно поставить задачу многокритериальной оптимизации, необходимо учесть три сорта ограничений - параметрические, функциональные и критериальные.

Параметрические ограничения имеют вид

$$\alpha_j^* \le \alpha_j \le \alpha_j^{**}, \quad j = 1,...,r \qquad (1)$$

В роли α_j в механических системах могут выступать жесткости, моменты инерции, массы, коэффициенты демпфирования, геометрические размеры и т.д.

Функциональные ограничения можно записать так:

$$c_l^* \le f(\alpha) \le c_l^{**}, \ \ l = 1,...,t \qquad (2)$$

Функциональные зависимости $f_l(\alpha)$ (и описываемые ниже локальные критерии)могут быть функционалами, зависящими от интегральных кривых дифференциальных уравнений, составляющих математическую модель объекта, или просто функциями от α; c_l^* и $-c_l^{**}$ ограничения нормативного вида.

Имеются локальные критерии качества $\Phi_\nu(\alpha), \nu = 1,2,...,k$, которые при прочих равных условиях всегда стремятся экстремизировать. Ограничения (1) выделяют в r-мерном пространстве параметров параллелепипед П.

Чтобы избежать ситуации, когда с точки зрения заказчика значения отдельных критериев оказываются недопустимо плохими, необходимо ввести критериальные ограничения:

$$\Phi_\nu(\alpha) \le \Phi_\nu^{**}, \quad \nu = 1,2,..k, \qquad (3)$$

где Φ_ν^{**} - это худшее значение критерия $\Phi_\nu(\alpha)$, на которое специалист может согласиться..

Разница между критериальными и жесткими функциональными ограничениями состоит в том, что значения Φ_ν^{**} назначаются в процессе решения задачи, причем зачастую многократно пересматриваются (ужесточаются или ослабляются). Перечисленные ограничения (1) - (3) выделяют допустимое множество *D,* т.е. множество вариантов решений (проекта) α^i, удовлетворяющих этим ограничениям.

Сформулируем теперь одну из основных задач многокритериальной оптимизации. Требуется найти такое множество $EP \subset D$, для которого

$$\Phi(EP) = \min_{\alpha \in D} \Phi(\alpha) \quad , \qquad (4)$$

где $\Phi(\alpha) = (\Phi_1(\alpha), ..., \Phi_k(\alpha))$ - вектор критериев; EP называется множеством Эджворта-Парето.

При этом следует иметь в виду, что вектор $\Phi(\alpha) < \Phi(\beta)$ в том и только в том . случае, если $\Phi_\nu(\alpha) \le \Phi_\nu(\beta)$, $\nu = 1,2,...,k$ и хотя бы для одного $\nu_0 \in \{1,k\}$ $\Phi_{\nu_0}(\alpha) < \Phi_{\nu_0}(\beta)$. После решения задачи определяется вектор $\alpha^0 \in EP$, являющийся наиболее предпочтительным из всех векторов этого множества.

Рассмотрим некоторые особенности инженерных задач оптимизации. Обычно мы привыкли, что человек (специалист) ставит задачу, а затем с помощью различных методов ее решает. Однако такая классическая (традиционная) схема для рассматриваемого класса задач неприемлема.

Действительно, как уже говорилось, в задачах с противоречивыми критериями специалист не может до решения задачи корректно сформулировать критериальные ограничения . Φ_ν^{**}. Это справедливо также и для нежестких функциональных ограничений, т.е. таких, где специалист должен по своему усмотрению назначать c_l^* и c_l^{**} Кроме того, во многих случаях большие трудности для специалиста представляет определение α_j^* и α_j^{**} - параметрических ограничений. Иными словами, при традиционном подходе специалист не может корректно поставить задачу оптимизации.

Для корректной постановки задачи оптимизации был создан метод исследования пространства параметров (ИПП) [1- 4]. Корректное определение параметрических, функциональных и критериальных ограничений осуществляется с помощью специального алгоритма. Он изложен в работах [1-5].

Построение иерархически согласованных решений. К решению данной проблемы возможен следующий подход. Он возникает при рассмотрении исследуемого объекта в виде иерархической структуры [2]. Нижний уровень этой структуры составляют подсистемы, верхний - система в целом. Во многих случаях оптимизация на нижнем уровне намного проще. Поэтому, если использовать результаты оптимизации , полученные на нижнем уровне и существенно сокращая при этом число рассматриваемых вариантов всей системы , то можно оптимизировать систему в приемлемое время. Подобный подход появился сравнительно недавно. В данном направлении сделаны лишь первые шаги [2] . В частности, это относится к предлагаемым здесь методам. Тем не менее, полученные результаты нашли применение для практической оптимизации больших систем. [2,5] Вследствие того, что излагаемый подход основывается на оптимизации всей системы путем оптимизации ее подсистем, кратко опишем как соотносятся ее критерии и критерии подсистем. Имеются три возможных варианта этого соотношения.

а. У подсистемы могут быть критерии, которые неявным образом влияют на критерии всей системы. Поэтому в списке критериев всей системы они могут отсутствовать.

б. У системы могут быть критерии, которые на уровне подсистем невозможно рассчитать.

с. Имеются критерии, которые могут быть рассчитаны как для системы в целом, так и для ее подсистем.

Учет первых двух вариантов достаточно прост. Третий – наиболее сложный.

Ниже приводятся три схемы - A, B и C - поиска иерархически согласованных решений в задачах проектирования машин. Первые две из них предназначены для решения задач оптимизации в сравнительно простых случаях. Третья – применима к более сложным системам. Эти схемы далеко не полностью охватывают все многообразие проектируемых машин. Вместе с тем в результате их комбинаций могут быть получены многие иные схемы. Выделим общие условия для рассматриваемых схем.

1. Предполагается, что имеются математические модель системы, которую не представляется возможным оптимизировать, т.е. например, для того, чтобы поставить и решить задачу (1) – (4), требуется очень много времени на ЭВМ. Однако можно выполнить небольшое количество расчетов значений критериев Φ_ν.

2 .Система «разбивается» на подсистемы. Связи, при помощи которых одна подсистема взаимодействует с другой, назовем внешними. Чтобы выделить подсистему в виде автономной системы, нужно рассмотреть взаимодействие на нее всех остальных подсистем, а также внешних возмущений со стороны окружающей среды. Так, например, в задачах динамики для нахождения внешних воздействий используют принцип Даламбера–Эйлера, уравнения Лагранжа.

3. Пусть выполняется третий из ранее сформулированных вариантов соотношения между критериями системы и ее подсистем. Предположим, что имеются один или несколько критериев $\Phi_\nu\left(\alpha^{(i)}\right)$ для i-й подсистемы (совокупности нескольких подсистем), обладающий свойством доминирования по отношению к соответствующим критериям других подсистем. Это означает, что уменьшение (увеличение) значений критерия $\Phi_\nu\left(\alpha^{(i)}\right)$ не менее, чем на некоторую величину ε_α,(т.е, например, $\Phi_\nu\left(\beta^{(i)}\right) > \Phi\left(\alpha^{(i)}\right) + \varepsilon_\alpha$)влечет уменьшение (увеличение) значения соответствующего критерия $\Phi_\nu(\beta)$ всей системы по сравнению с $\Phi_\nu(\alpha)$. Здесь α и β - векторы параметров системы, $\alpha^{(i)}$, $\beta^{(i)}$ - векторы параметров i-й подсистемы, соответствующие векторам α .и β

Данное условие означает, что в системе имеются одна или несколько подсистем, которые определяют качество системы по ν - у критерию.

4. Предполагается. что подсистемы можно оптимизировать.

5. Пусть t – суммарное время расчета $\Phi_\nu\left(\alpha^{(i)}\right), t = \overline{1,m}$, T – время расчета $\Phi_\nu(\alpha)$, α - вектор параметров системы, соответствующий всем $\alpha^{(i)}$. Предполагается, что для рассматриваемых систем выполняется $t \ll T$.

Идея оптимизации системы в целом состоит в том, что, оптимизируя каждую из подсистем, получаем для нее псевдодопустимое множество $\overline{D^i}$, которое, как правило, несколько больше, чем истинное допустимое множество. После этого определяем по векторам из этих множеств соответствующие векторы всей системы. На образованном множестве проверяем удовлетворяются ли критериальные и функциональные ограничения системы, и в итоге получаем допустимое множество D всей системы. Оптимальное решение ищется на множестве $EP \subset D$.

Будем говорить, что псевдодопустимая область i – й подсистемы $\overline{D^i}$ обладает свойством доминирования, если из того, что $\alpha^{(i)} \notin \overline{D^i}$, следует $\alpha \notin \mathrm{D}$. Нетрудно доказать следующее.

Утверждение 1. В системах, удовлетворяющих перечисленным условиям, имеются критерии подсистем $\Phi_\nu\left(\alpha^{(i)}\right)$ такие, что построенные по ним псевдодопустимые области $\overline{D^i}$ обладают свойством доминирования.

Это утверждение дает возможность, не прибегая к расчету всей системы, отбрасывать векторы ее параметров, при которых $\alpha^{(i)}$ не удовлетворяет ограничениям Φ_ν^{i**}. Иными словами, оптимизация системы в целом в значительной степени сводится к оптимизации ее подсистем.

На этом основаны приводимые ниже схемы. Они располагаются по степени усложнения. При этом рассматриваются различные соотношения между параметрами системы и ее подсистем, основные возможности упрощения исходной модели, способы определения внешних воздействий для подсистем и т.д.

Схема A. Пусть имеются математические модели подсистем, которые можно оптимизировать в приемлемое время. Предположим следующее. Каждая из компонент вектора варьируемых параметров всей системы $\alpha = (\alpha_1,...,\alpha_r)$ принадлежит одной или нескольким подсистемам одновременно. С другой стороны, любая компонента вектора $\alpha^{(i)}$ является одновременно одной из координат вектора α. Поэтому для каждой из подсистем α своими координатами однозначно определяет векторы $\alpha^{(i)}$.

Приняв это во внимание, производим оптимизацию всей системы. А именно, для каждой из подсистем определяем Φ_ν^{i**}, удовлетворяющие условию 3. По этим ограничениям строим псевдодопустимые множества $\overline{D^i}$. Для этого в параллелепипеде варьируемых параметров всей системы П генерируем N точек[2]. Для каждой из этих точек α^j, $j=\overline{1,N}$, рассчитаем значения $\Phi_\nu\left(\alpha^{j(i)}\right)$, $i=\overline{1,m}$. При этом $\Phi_\nu\left(\alpha^{j(i+1)}\right)$ рассчитывается только тогда, когда $\alpha^{j(i)} \in \overline{D}^i$ $(i \le m-1)$.

Если в результате для любого i и фиксированного j $\alpha^{j(i)} \in, \overline{D}^i$ то согласно условию 3 будем полагать, что и α^j принадлежит некоторому множеству $\overline{D}$, которое в дальнейшем служит для определения допустимого множества D, $\mathrm{D} \subset \overline{D}$. В противном случае $\alpha^i \notin \overline{D}$. И этот вектор в дальнейшем не рассматривается. Для всех $\alpha^j \in \overline{D}$ рассчитываем систему в целом, а также все $\Phi_\nu\left(\alpha^j\right)$. После этого определяются Φ_ν^{**}, $\nu=\overline{1,k}$, а значит и допустимое множество D. Если окажется, что после выполнения всех указанных операций $D=O$, то следует увеличить количество генерируемых N точек. После определения D строится множество Эджворта – Парето (EP).

Необходимо заметить, что если имеется возможность аппроксимировать множества $\overline{D}^i$, то таким образом можно получить аппроксимацию допустимого множества всей системы. Следует однако сказать, что схема A эффективна в достаточно простых случаях, относящихся к не сложным объектам. В более сложных обстоятельствах, в схемах B и C, не выполняется предположение о соотношении векторов варьируемых параметров всей системы α и соответствующих векторов подсистем $\alpha^{(i)}$. Здесь возможны варианты, когда среди компонент вектора параметров системы есть такие, которых нет на уровне подсистем. Это бывает, например, если при расчете подсистемы нельзя правильно учесть некоторые внешние связи. Поэтому их отбрасывают. И наоборот, среди параметров подсистем могут быть такие, которые слабо или вообще не влияют на оптимизируемые критерии системы. Они, как правило, не включаются в список параметров, по которым оптимизируется система.

Для рассматриваемых в схеме А систем возможны и другие пути получения оптимальных решений. Например, имеются группы критериев, которые существенно отличаются друг от друга временем, необходимым для их расчета $[2]$.

“Разобьем“ множество всех критериев системы на n частей так, чтобы время расчета значений критериев из какой-либо части, существенно отличалось от аналогичного времени из любой другой. Упорядочим эти части по мере по мере возрастания указанного времени. Оптимизируем систему по первой части критериев,т.е. построим псевдодопустимое множество $\overline{D_1}$. Теперь на $\overline{D_1}$ рассчитаем критерии из второй части. Определим критериальные (функциональные) ограничения и построим множество $\overline{D_2}$. И так далее пока не построим $\overline{D_n} = D$. Понятно, что время оптимизации всей системы будет снижено по сравнению с оптимизацией по всей совокупности критериев одновременно

Подобный прием оптимизации использовался при проектировании механизма газораспределения автомобильного двигателя$[2]$.

Схема B. В отличие от предыдущей схемы предполагаем, что исходная математическая модель системы упрощается таким образом, чтобы ее можно было оптимизировать. При этом внешние связи между подсистемами остаются такими же, как и в исходной системе. Упрощение осуществляется за счет агрегирования решений подсистем, либо – агрегирования их внутренних параметров. Например, если вместо перемещения подсистемы рассматривается перемещение ее центра масс, или если в подсистеме имеются массы $m_1,\ldots,m_n$, то они могут быть заменены массой $M = \sum_{i=1}^{p} m_i$, p$\leq n$. В этом случае число параметров подсистемы сокращается, а критерии, как правило, видоизменяются.

Пусть оптимизация упрощенной системы проведена и определено в соответствии с (1)-(4) ее допустимое множество $\overline{\overline{D}}$. Рассмотрим i-ю подсистему $i = \overline{1,m}$. Рассмотрим некоторый вектор $\gamma \in \overline{\overline{D}}$. Выделим из γ те параметры, которые входят в расчет внешних воздействий i – й подсистемы.. Эти параметры образуют вектор внешних связей данной подсистемы $\widetilde{\gamma}$. Зная внешние воздействия, рассчитываем критерии качества $\Phi_\nu\left(\alpha^{(i)}\right)$ и для каждой из подсистем определяем Φ_ν^{i**} и псевдодопустимые множества $\overline{D}^i$. Отметим, что при оптимизации i-й подсистемы ее внутренние параметры уже не агрегируются, а представляются в том виде, в каком они входят в исходную модель системы.

В силу условия 3 векторы α, для которых $\alpha^{(i)} \notin \overline{D}^i$, в дальнейшем не рассматриваются. Полученные множества $\overline{D}^i$ объединяются в одно множество.

Для простоты изложения предположим имеются всего две подсистемы. Возьмем упомянутый вектор связей $\widetilde{\gamma}$. Выделим все такие векторы α из $\overline{D}^1$ и β из $\overline{D}^2$, которые были получены при оптимизации рассматриваемых подсистем с учетом вектора $\widetilde{\gamma}$.Образуем векторы ($\alpha\widetilde{\gamma}\beta$). Повторим эту операцию со всеми другими векторами внешних связей, аналогичными $\widetilde{\gamma}$. Назовем данную операцию стыковкой подсистем. Если имеются более двух подсистем, то стыковка производится аналогично. В результате получим множество векторов всей системы $\widetilde{D}$. Теперь необходимо проверить, удовлетворяют ли полученные векторы всем критериальным и функциональным ограничениям, которые были сформулированы при оптимизации критериев упрощенной модели. В результате множество $\widetilde{D}$, вообще говоря, сократится. Получим множество $\overline{D} \subset \widetilde{D}$, для которого рассчитываются критерии исходной системы и в соответствии с методом исследования пространства параметров определяется допустимое множество D. Заметим, однако, что D может оказаться пустым. Это возможно в том случае, если при оптимизации i-й подсистемы $i = \overline{1,m}$, нельзя построить с приемлемой точностью все ее допустимое множество. Если D окажется пустым, необходимо вернуться к этапу оптимизации подсистемы, получить некоторое количество векторов $\alpha^{(i)} \in \overline{D}^i$ и проверить непустоту D. И так до тех пор пока окажется, что $D = 0$. Однако, если на уровне подсистем удается построить аппроксимации множеств $\overline{D}^i$, $i = \overline{1,m}$, то можно не только гарантировать непустоту D, но и то, что $\overline{D} \supset D$. Имеет место следующее.

Утверждение 2. Множество $\overline{D}$ является аппроксимацией допустимого множества D. При этом $\overline{D} \supset D$.

Отметим, что попытка упростить исходную модель путем агрегирования внутренних параметров подсистем при сохранении внешних связей является довольно распространенным приемом в практике проектирования.

Метод, аналогичный изложенному в схеме В был применен в задаче минимизации деформаций бампера и задней панели автомобиля при боковом ударе[5].

Схема С. Допустим теперь, что упрощения исходной модели по схеме В не дают возможности в приемлемое время оптимизировать подсистемы.

Предположим . что выполняется следующее условие: в системе должно существовать достаточное число параметров , влияющих на критерии подсистемы , в которую они входят, и не влияющих на критерии других подсистем.

Достаточность понимается в том смысле , что при выполнении данного условия

каждая из подсистем может быть оптимизирована. Указанное условие является необходимым , так как если окажется , что критерии какой-либо из подсистем

зависят от всех или почти всех параметров системы ,то оптимизировать ее будет

также трудно , как и всю систему. Выполнение этого условия дает возможность оптимизировать подсистемы одним из следующих способов..

1. Предполагается, что при фиксированных значениях параметров, не влияющих на i-ю подсистему, упрощенную систему можно оптимизировать. Иными словами в приемлемое время можно оптимизировать упрощенную систему, фиксируя при этом те параметры системы, которые не влияют на критерии рассматриваемой подсистемы.

Внешние воздействия для подсистемы определяются с помощью соответствующих расчетов упрощенной модели

2. Если предположение, сформулированное в пункте 1, не выполняется, то упрошенная модель не рассматривается. Для каждой из подсистем рассматриваются достаточно простые модели. При этом упрощение модели подсистемы считается приемлемым даже в том случае, когда из множества ее критериев достоверно можно рассчитать хотя бы один, ограничение по которому удаляет из рассмотрения достаточно много векторов параметров всей системы. Если рассматривать каждую подсистему отдельно, то такие модели не имеют практической ценности. Однако, при наличии модели всей системы и выполнении ранее определенных условий, они дают возможность проводить оптимизацию системы в целом. Внешние воздействия для подсистем определяются посредством этих моделей, а не из расчета всей системы, как это имело место ранее.

Как в первом, так и во втором случае , оптимизация подсистемы отличается от предыдущих схем. Здесь вектор параметров внешних связей подсистемы не фиксирован, а варьируется вместе с параметрами других подсистем, влияющих на рассматриваемую. Таким образом предположим , что оптимизация подсистем произведена и для каждой подсистемы получено псевдодопустимое множество $\overline{D}^i, i=\overline{1,m}$, в соответствии с $[2]$.

Определим операцию стыковки множеств $\overline{D}^j$. Пусть $\overline{D}_{1,2}$ - множество векторов $\alpha=\left(\alpha^{(1)},\alpha^{(2)}\right)$, $\alpha^{(1)}\in\overline{D}^1$, $\alpha^{(2)}\in\overline{D}^2$. Причем $\alpha\in\overline{D}_{1,2}$ в том и только в том случае , когда общие ,т.е. влияющие на первую и на вторую подсистемы параметры, входящие в $\alpha^{(1)}$ и $\alpha^{(2)}$, имеют одинаковые значения.. Результат последовательного применения этой операции обозначим через $\overline{D}_{1,\dots,m}=\widetilde{D}$ и будем называть надстройкой над множествами $\overline{D}^1,\dots,\overline{D}^m$.

Данное определение позволяет агрегировать разные подсистемы в целую систему путем стыковки их векторов параметров. Пусть для $i=\overline{1,m}$, определено $\overline{D}^j$. Множество $\overline{D}$ векторов параметров всей системы , для которых $\alpha^{(I)}$, принадлежит $\overline{D}^i$, будем называть ее псевдодопустимым множеством.

Изложим идею алгоритма построения допустимого множества D. Выделим после разбиения системы две подсистемы, Допустим, что у них имеются n общих параметров , влияющих на критерии как первой так и второй подсистем, Будем считать, что это $\alpha_1^{(j)},\dots,\alpha_n^{(j)}$, $j=1{,}2$. Возьмем произвольный вектор $\alpha^{(1)}\in\overline{D}^1$. Фиксируем значения его параметров $\alpha_1^{(1)},\dots,\alpha_n^{(1)}$. Будем полагать , что при зондировании пространств параметров каждой из подсистем используются точки π_τ - сеток$[2]$. Тогда, поскольку параметры $\alpha_1^{(j)},\dots,\alpha_n^{(j)}$ являются первыми в каждой из подсистем, они будут иметь одни и те же значения для каждой из точек этих сеток с одинаковыми номерами$[2]$. В $\overline{D}^2$ находим векторы $\alpha^{(2)}$, у которых значения первых n параметров (с заданной точностью) такие же как у $\alpha^{(1)}$. После этого производим их стыковку. В результате получаем векторы $\alpha=\left(\alpha^{(1)},\alpha^{(2)}\right)\in\overline{D}_{1,2}$.

Если в $\overline{D}^2$ не найдется ни одного вектора $\alpha^{(2)}$, пригодного для стыковки с данным $\alpha^{(1)}$, то $\alpha^{(1)}$ удаляется из дальнейшего рассмотрения. Проделав эту операцию со всеми векторами из $\overline{D}^1$, получаем надстройку $\overline{D}_{1,2}$ Если имеется m подсистем, то процесс получения надстройки $\widetilde{D}$ в общем аналогичен. Здесь нужно лишь позаботиться о выполнении условия стыковки. Теперь система в целом рассчитывается только в точках $\widetilde{D}$. Таким образом, исходная модель всей системы рассчитывается неоднократно. Однако это делается только на $\widetilde{D}$. При условии, что $\widetilde{D}$ содержит относительно небольшое число элементов, это оказывается достаточным для оптимизации всей системы. После введения ограничений Φ_ν^{**} получаем допустимое множество D. Как и в схеме B отметим, что возможен случай, когда D оказывается пустым. В этом случае необходимо повторить все операции до тех пор, пока D= 0. Однако, D не может быть пустым, если удается аппроксимировать множества $\overline{D}^i, i=\overline{1,m}$. Обозначим эти множества через $\overline{\overline{D}}^i$ При этом можно доказать следующее.

Утверждение 3. Множество $\widetilde{D}$, являющееся некоторой надстройкой над множествами $\overline{\overline{D}}^i$, $i=\overline{1,m}$ является также аппроксимацией с заданной точностью псевдодопустимого множества параметров системы в целом $\overline{D}$.

Следствие. Псевдодопустимое множество $\overline{D}$ содержит аппроксимацию допустимого множества параметров всей системы D.

Действительно рассчитаем всю систему в точках множества $\overline{D}$. Определим ограничения Φ_ν^{**}. Как теперь нетрудно видеть, точки из $\overline{D}$, удовлетворяющие $\Phi_\nu^{**}, \nu = \overline{1,k}$ будут искомой аппроксимацией допустимого множества параметров всей системы. Что и требовалось доказать.

Литература

1. *Statnikov R.B.* Multicriteria Design. Optimization and Identificatin. Dordrecht /Boston / London, Kluwer Academic Publishers, 1999. 203 p.

2. *Statnikov R.B., Matusov J.B.* Multicriteria Optimization and Engineering. N.Y.:Chapman and Hall, 1995. 236 p.

3. *Statnikov R.B., Matusov J.B*. Use of P-nets for the approximation of the Edgeworth - Pareto set in multicriteria optimization //Journal of Opimization Theory and Application. 1996. Vol.91. # 3. P 543-560.

4. *Соболь И.М, Статников Р.Б.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. М, Наука, 1981. 110 с.

5. *Бондаренко М.И, Наземкин А.Ю., Пожалостин А.А., Статников Р.Б., Шенфельд В.С.* Построение согласованных решений в многокритериальных задачах оптимизации больших систем //ДАН. 1994. Т. 335. # 6. С. 719-724.

Поступила: 14.08.09.