

УДК 534

ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ФРЕЗЕРНОГО СТАНКА С НЕЛИНЕЙНЫМ ЭЛЕМЕНТОМ

Ю.И. Городецкий, С.Н.Стребуляев, Ю.Е. Майорова

*Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского,
институт прикладной математики и кибернетики ННГУ им.Н.И.Лобачевского,
Россия, Нижний Новгород*

***Аннотация.** В работе исследуются автоколебания консольных вертикально-фрезерных станков с нелинейностью типа «зазор». Математическая модель учитывает колебания несущей системы в плоскости его симметрии и динамические силы резания.*

***Ключевые слова:** динамики станков, теории колебаний, системы дифференциальных уравнений в частных производных с запаздыванием.*

Из всех видов фрезерных станков наиболее сильно подвержены вибрациям консольные вертикально – фрезерные станки, что связано со спецификой конструкций их несущих систем, привода главного движения и процесса фрезерования. Вибрации при фрезеровании [1] в зависимости от условий обработки могут относиться к принципиально различным по своей природе видам колебаний: вынужденным и автоколебаниям.

Исследования колебаний консольных вертикально – фрезерных станков (КВФС) имеют большое значение для поиска путей их совершенствования, повышение производительности и улучшения других технико-экономических показателей. Автоколебания обычно возникают при интенсификации эксплуатационных режимов станков. Изучение устойчивости фрезерных станков связано с решением наиболее сложных вопросов динамики станков и теории колебаний, так как сводится к исследованию систем дифференциальных уравнений в частных производных с запаздыванием.

В работе исследуют автоколебания КВФС с нелинейностью типа «зазор». Математическая модель учитывает колебания несущей системы в плоскости его симметрии и динамические силы резания.

При построении математической модели и идентификации ее параметров использованы результаты теоретических и экспериментальных исследований, которые проводились профессором Городецким Ю.И. и его учениками в течение ряда лет.

Динамическую модель станка можно представить с помощью блок-схемы, изображенной на Рис.1, имеющей линейную часть $W(p)$ и эквивалентную передаточную функцию нелинейного звена $R(A)$. Станок, обладающий упругими свойствами, характеризуется передаточной функцией $W(p)$ (Рис.2).

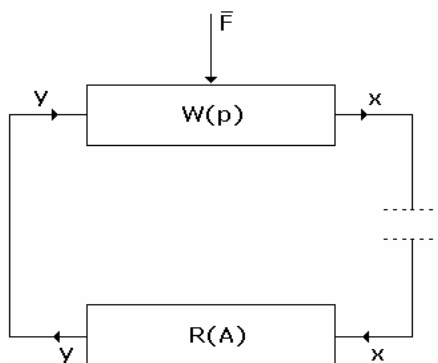


Рис. 1

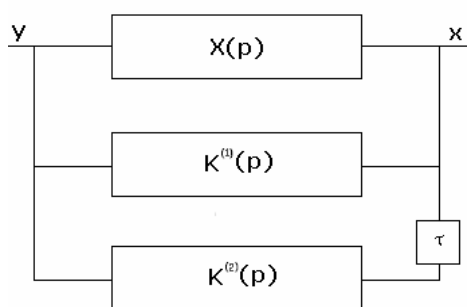


Рис.2

Процесс фрезерования, зависящий от различных технологических параметров, представляется с помощью обратных связей с передаточными функциями $K^{(1)}(p)$ и $K^{(2)}(p)$. $K^{(1)}(p)$ - динамическая характеристика резания (ДХР) 1-го рода, которая определяется динамическими процессами фрезерования при относительных колебаниях резца и детали. Действие следа предыдущих вибраций на поверхности детали (возникших от предыдущего зуба фрезы) учитывает $K^{(2)}(p)$ - динамическая характеристика резания 2-го рода. Внешняя периодическая сила имеет две составляющие, одна из которых описывает динамику процесса фрезерования, а другая – внешнее периодическое воздействие на систему $F_{пер} = F_0 + \tilde{F}_{внеш.}$.

При вращении фрезы каждый ее зуб снимает с детали определенную часть металла. В результате возникает сила, действующая на деталь спустя промежуток времени $\tau = \frac{1}{nz}$ (запаздывание), равный времени поворота зуба на угол $\frac{2\pi}{z}$, где

n – число оборотов фрезы в минуту,

z – число всех зубьев фрезы.

Наличие запаздывания в динамических системах часто является причиной возникновения их неустойчивых режимов работы.

Рассматривается система, не подверженная внешним периодическим воздействиям. Построение математической модели осуществлено согласно расчетной схеме, изображенной на Рис.3.

Ставилась задача построения адекватной математической модели станка, разработка алгоритма нахождения частот и амплитуд автоколебаний, анализа этих характеристик в зависимости от заданных параметров системы.

На первом этапе рассмотрена математическая модель линейной части системы. При построении модели учитывается специфика конструкции указанного типа станков и процесса механической обработки.

В связи с тем, что базовые элементы несущей системы станка (консоль, салазки, станина и др.) имеют сложный профиль (Рис.3) поперечных сечений и содержат большое многообразие окон и ребер жесткости, будем считать, что консоль, салазки и деталь, центры масс которых сосредоточены в точках 8, 10, 9, выделены в виде абсолютно твердых тел. Станина представлена набором пластинчатых элементов прямоугольного типа. Такая аппроксимация связана со спецификой геометрической формы станины.

В расчетной схеме (Рис. 3) учтены жесткости и демпфирования механизмов подъема консоли, подачи салазок, стыка «консоль – станина», затянутого стыка «станина-основание». Эффективные жесткости и демпфирования полагались сосредоточенными в центрах симметрии стыков (точки 1, 4, 7).

Параметры замкнутой математической модели станка взяты из его паспортных данных, научной и методической литературы, а также из экспериментальных данных [2].

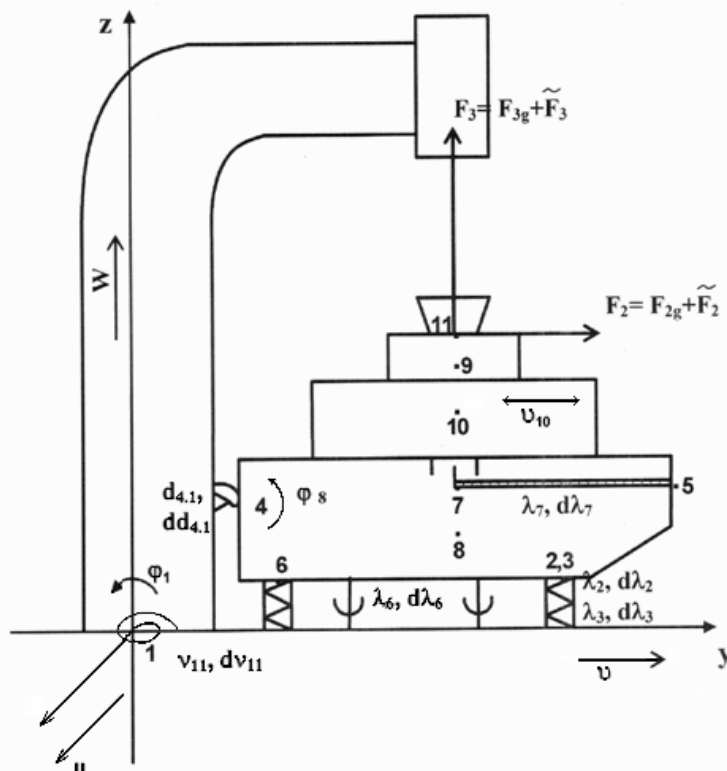


Рис.3

В соответствии с принятой идеализацией и расчетной схемой, с использованием уравнения Лагранжа, получена математическая модель в виде системы дифференциальных уравнений восьмого порядка.

$$[M][\ddot{q}] + [D][\dot{q}] + [C][q] = [F] \quad (1)$$

где $[q] = [\varphi_1, \varphi_8, v_{10}, v_7]$ - вектор обобщённых координат,

φ_1 - поворот относительно точки 1,

φ_8 - поворот относительно точки 4,

v_{10} - смещение салазок по оси ОУ,

v_7 - смещение фиктивной точки 7 по оси ОУ,

$[\bar{F}] = [M_{\varphi_1}, M_{\varphi_8}, -F_2, 0]$ - вектор внешних сил и моментов, действующих на систему;

$[M], [D], [C]$ - матрицы инерционных, диссипативных и жесткостных параметров.

С учетом выражений для инерционных, диссипативных и жесткостных параметров система (1) приводится к виду:

$$\begin{cases} m_{11}\ddot{\varphi}_1 + m_{12}\ddot{\varphi}_8 + h_{11}\dot{\varphi}_1 + h_{12}\dot{\varphi}_8 + c_{11}\varphi_1 + c_{12}\varphi_8 = M_{\varphi_1} \\ m_{21}\ddot{\varphi}_1 + m_{22}\ddot{\varphi}_8 + h_{21}\dot{\varphi}_1 + h_{22}\dot{\varphi}_8 + h_{23}\dot{v}_{10} + c_{21}\varphi_1 + c_{22}\varphi_8 + c_{23}v_{10} = M_{\varphi_8} \\ m_{33}\ddot{v}_{10} + \Delta f(v_7, v_{10}) = -\Delta F_2 \\ m_{44}\ddot{v}_7 + h_{42}\dot{\varphi}_8 + h_{44}\dot{v}_7 + c_{42}\varphi_8 + c_{44}v_7 - \Delta f(v_7, v_{10}) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

При колебаниях станка происходит взаимодействие упругой системы станка с динамическими процессами в зоне резания. Динамическая характеристика фрезерования [2] является одним из элементов в замкнутой динамической системе КВФС и поэтому не случайно в математической модели (1), описывающей его колебания присутствует вектор $[\bar{F}]$, который определяется динамическими силами фрезерования. ДХР вводится для равномерного фрезерования, так как динамические силы фрезерования определяются путем суперпозиции динамических сил косоугольного резания, действующих на режущие зубья фрезы.

Динамика процесса фрезерования описывается матрицей $K^{(i)}(p)$, элементами которой являются передаточные функции - динамические характеристики резания:

$$K^{(i)}(p) = \begin{bmatrix} k_{11}^{(i)}(p) & k_{12}^{(i)}(p) & k_{13}^{(i)}(p) \\ k_{21}^{(i)}(p) & k_{22}^{(i)}(p) & k_{23}^{(i)}(p) \\ k_{31}^{(i)}(p) & k_{32}^{(i)}(p) & k_{33}^{(i)}(p) \end{bmatrix}, \quad i=1,2. \quad (3)$$

Под динамической характеристикой фрезерования будем понимать передаточную функцию динамических процессов резания, связывающих приращения сил резания с относительными колебаниями резца и детали в зоне резания. Эта матрица связывает приращения проекций сил резания с проекциями вектора относительных колебаний резца и детали.

В соответствии с принятой идеализацией связь динамических характеристик и сил фрезерования имеет вид:

$$\begin{bmatrix} F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = \frac{\tilde{z}}{n} \begin{bmatrix} \frac{\pi}{z} k_{11}^{(2)} & 2k_{31}^{(2)} \\ 0 & \pi k_{22}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{11} \\ \Delta z_{11} \end{bmatrix} \quad (4)$$

где $\tilde{z} = \frac{z}{2}$ - число одновременно режущих зубьев фрезы.

Приращение вектора относительных колебаний фрезы и детали при срезании следа:

$$\begin{cases} \Delta z_{11} = (y_{11} - y_1)\varphi_1 - (y_{11} - y_4)\varphi_8 \\ \Delta y_{11} = v_{10} + (z_{11} - z_1)\varphi_1 \end{cases} \quad (5)$$

Моменты сил фрезерования M_{φ_1} и M_{φ_8} имеют вид:

$$\begin{cases} M_{\varphi_1} = \Delta F_3(y_{11} - y_1) - \Delta F_2(z_{11} - z_1) \\ M_{\varphi_8} = \Delta F_3(y_{11} - y_8) - \Delta F_2(z_{11} - z_8) \end{cases} \quad (6)$$

где приращение сил фрезерования:

$$\begin{cases} \Delta F_2 = -(F_2(t) - F_2(t - \tau)) \\ \Delta F_3 = -(F_3(t) - F_3(t - \tau)) \end{cases} \quad (7)$$

В классе изображений математическая модель фрезерного станка, замкнутая на процесс резания, примет вид:

$$\begin{cases} M_{\varphi_1} \div M_{\varphi_1}^* = x_{11}\varphi_1^* + x_{12}\varphi_8^* + x_{13}v_{10}^* \\ M_{\varphi_8} \div M_{\varphi_8}^* = x_{21}\varphi_1^* + x_{22}\varphi_8^* + x_{23}v_{10}^* \\ -\Delta F_2 \div -\Delta F_2^* = x_{31}\varphi_1^* + x_{32}\varphi_8^* + x_{33}v_{10}^* \end{cases} \quad (8)$$

Используя обозначения:

$$a_{ij} = m_{ij}p^2 + d_{ij}p + (c_{ij} - x_{ij}) \quad (9)$$

получим замкнутую математическую модель:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1^* \\ \varphi_8^* \\ v_{10}^* \\ v_7^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Delta f^* \\ \Delta f^* \end{bmatrix} \quad (10)$$

Коэффициент передачи линейной части системы можно записать в виде:

$$W(p) = \frac{U^{(1)}}{U^{(2)}} \quad (11)$$

где

$$U^{(1)} = \frac{\Delta f^* (-a_{31}a_{13}a_{22} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{11}a_{42}a_{23} + a_{21}a_{13}a_{32} + a_{11}a_{33}a_{22} + a_{21}a_{42}a_{13} - a_{33}a_{21}a_{12} + a_{23}a_{31}a_{12})}{(-a_{11}a_{33}a_{42}a_{24} + a_{21}a_{13}a_{32}a_{44} + a_{11}a_{33}a_{22}a_{44} - a_{33}a_{21}a_{21}a_{44} + a_{31}a_{13}a_{42}a_{24} - a_{31}a_{13}a_{22}a_{44} - a_{11}a_{23}a_{32}a_{44} + a_{23}a_{31}a_{12}a_{44})}$$

$$U^{(2)} = -\frac{\Delta f^* (-a_{11}a_{42}a_{24} + a_{11}a_{22}a_{44} - a_{11}a_{32}a_{24} - a_{21}a_{12}a_{44} + a_{31}a_{12}a_{24})}{(-a_{11}a_{33}a_{42}a_{24} + a_{21}a_{13}a_{32}a_{44} + a_{11}a_{33}a_{22}a_{44} - a_{33}a_{21}a_{21}a_{44} + a_{31}a_{13}a_{42}a_{24} - a_{31}a_{13}a_{22}a_{44} - a_{11}a_{23}a_{32}a_{44} + a_{23}a_{31}a_{12}a_{44})}$$

На втором этапе определялись параметры эквивалентной передаточной функции нелинейного звена. Рассматривалась нелинейность типа «зазор» в подвижном соединении «консоль-салазки» (Рис.4).

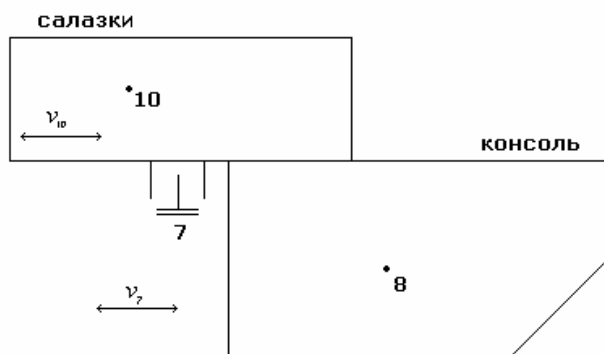


Рис.4

Уравнение нелинейного звена с «зазором», согласно [3], имеет вид:

$$\begin{cases} \beta_1 = \beta - b, & \dot{\beta}_1 > 0; \\ \beta_1 = \beta + b, & \dot{\beta}_1 < 0; \\ \beta_1 = const, & |\beta_1 - \beta| < b. \end{cases} \quad (12)$$

Согласно методу гармонического баланса и формулам для подсчета коэффициентов ряда Фурье приведенная передаточная функция нелинейного элемента будет иметь вид:

$$R(A) = q(A) + iq'(A) \quad (13)$$

Таким образом, для гармонической линейризации нелинейности типа «зазор» необходимо определить коэффициенты гармонической линейризации $q(A)$ и $q'(A)$. В соответствии с [3], если входная величина β изменяется по гармоническому закону $\beta = \beta_0 \sin \psi$, то и выходная величина β_1 будет функцией амплитуды A и аргумента ψ , то $\beta_1 = F(A \sin \psi)$ (Рис.5). Для вычисления $q(A)$ используем формулу:

$$q(A) = \frac{2}{\pi A} \int_{\pi/2}^{3\pi/2} F(A \sin \psi) \sin \psi \, d\psi. \quad (14)$$

Выполняя преобразования, получаем (при $A \geq b$):

$$q(A) = \frac{k}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{A-2b}{A} + 2 \left(1 - \frac{2b}{A} \right) \sqrt{\frac{b}{A} \left(1 - \frac{b}{A} \right)} \right]. \quad (15)$$

Для вычисления $q'(A)$ используем известную формулу:

$$q'(A) = \frac{2}{\pi A} \int_{\pi/2}^{3\pi/2} F(A \sin \psi) \cos \psi \, d\psi. \quad (16)$$

Выполняя преобразования, получаем:

$$q'(A) = -\frac{4kb}{\pi A} \left(1 - \frac{b}{A} \right) \text{ при } A \geq b. \quad (17)$$

На практике использование метода Гольдфарба (метода гармонического баланса) связано с определенными трудностями. Для нахождения точек пересечения годографов $W(i\omega)$ и

$\frac{1}{R(A)}$ нужно решить систему нелинейных уравнений, пользуясь приближенными методами. Это означает, что частота и амплитуда автоколебаний найдены с погрешностью.

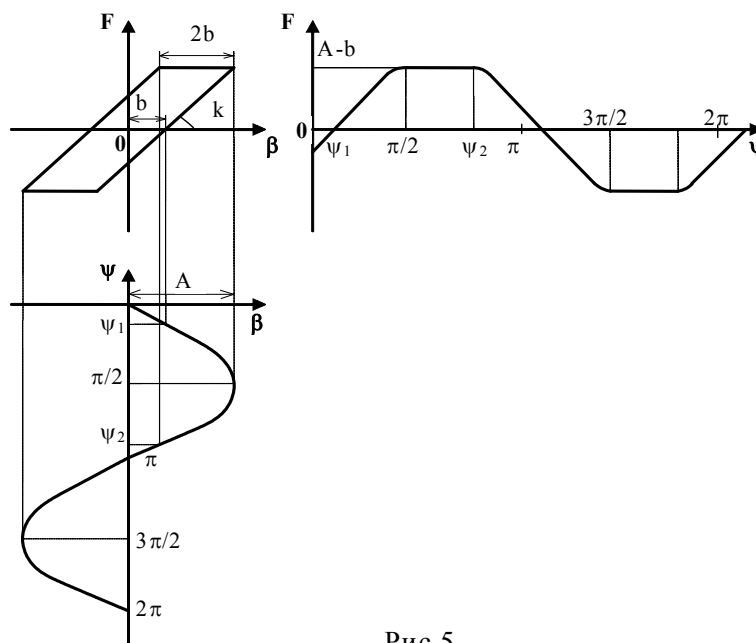


Рис.5

Для автоматизации поиска точек пересечения этих двух годографов было разработано программное обеспечение с использованием пакета компьютерной алгебры Maple11. Получение значений амплитуды и частоты автоколебаний производилось в режиме мультипликации (Рис.6).

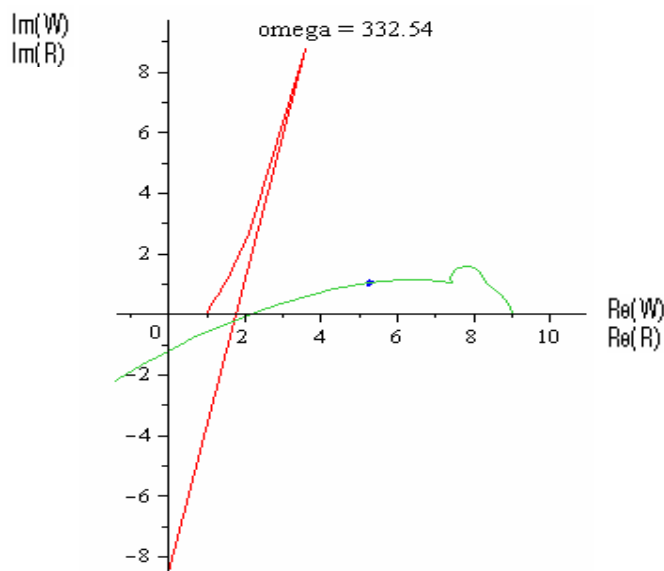


Рис.6

С использованием разработанного программного обеспечения проводился многофакторный вычислительный эксперимент на ЭВМ. Цель указанного эксперимента – определить

параметры замкнутой динамической системы фрезерного станка, оказывающие наибольшее влияние на изменение амплитуд и частот автоколебаний.

Анализ полученных результатов, показывает, например, что увеличение жесткости соединения «консоль-станина» на 30% приводит к уменьшению амплитуды автоколебаний на 11%. Уменьшение жесткости соединения «салазки-консоль» приводит к уменьшению амплитуды на 33%. Увеличение демпфирования в соединениях «консоль-станина» и «салазки-консоль» приводит к уменьшению амплитуды автоколебаний на 18% и 33% соответственно.

Полученные результаты и программное обеспечение могут быть использованы при проектировании новых конструкций станков и в составе систем их автоматизированного проектирования.

Литература

1. Городецкий Ю.И. Фундаментальные проблемы нелинейной динамики станков. Динамика технологических систем: Сб.тр.VII Междунар. Н.-т. Конф. – Саратов: СГТУ, 2004.
2. Городецкий Ю.И., Стребуляев С.Н. Информационная система для исследования динамических характеристик резания металлов. Тезисы доклада V конференции по нелинейным колебаниям механических систем, Н.Новгород, с.78-79, 1999.
3. Хлыпало Е.И. «Нелинейные системы автоматического регулирования», издательство «Энергия», 1967г.

Поступила: 24.06.09.