

УДК 534.2:539.3

ВЛИЯНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭФФЕКТОВ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ КВАЗИЛЭМБОВСКИХ ВОЛН

В.И.Ерофеев, Н.В.Клюева, И.Н.Солдатов

Нижегородский филиал Института машиноведения РАН

В работе рассматривается влияние тонкого поверхностного слоя на дисперсионные характеристики волн Лэмба. Приведены выражения для отношения спектров тангенциальных и нормальных смещений на поверхности.

Как известно, у тела со свободной поверхностью всегда имеется приповерхностный неоднородный слой, отличающийся по своим физическим свойствам от основного объема. Образование этого слоя невозможно предотвратить никакими технологическими ухищрениями – верхние поверхностные атомы, в любом случае, находятся в условиях, отличных от тех, в которых находятся атомы в объеме среды. В идеальном случае, толщина приповерхностного слоя имеет порядок межатомного расстояния в кристаллической решетке. На практике приходится иметь дело со слоями значительно больших размеров, возникающих результате технологической обработки поверхности, электролитическом нанесении тонкого слоя хрома, кадмия, цинка и т.д., покрытия лаками, красками, полимерными пленками. Например, при самой тщательной полировке формируется нарушенный приповерхностный слой толщиной 40—100 Å, богатый дефектами и характеризующийся наличием остаточных напряжений [2].

Представляется интересным выяснение возможностей оценки параметров приповерхностных слоев акустическими методами. Исследование особенностей распространения акустических волн в упругих телах с учетом поверхностных эффектов актуально для акустоэлектроники, где наличие нарушенного в результате обработки приповерхностного слоя сказывается на работе высокоточных приборов. Действительно, при существующей тенденции к использованию в акустоэлектронных устройствах акустических волн все более и более высоких частот [1] (выше 3 ГГц в устройствах для телефонии и телекоммуникаций, навигации (системы GPS), контрольно-измерительной и ракетно-космической техники), возникают трудности с применением поверхностных волн рэлеевского типа из-за сильного поглощения в поверхностных слоях. Те волны, которые проникают в кристалл глубже рэлеевских и меньше “чувствуют” особенности поверхности (неровности и т.д.), возникающие при обработке, приобретают преимущество перед волнами Рэлея.

Колебания изотропного упругого слоя описываются уравнениями

$$-\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + (c_p^2 - c_s^2) \text{grad div } \mathbf{u} + c_s^2 \Delta \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} \sigma_{vn} - \lambda^s u_{jj,v} - 2\mu^s u_{vj,j} + \rho^s \ddot{u}_v &= 0 \\ \sigma_{nn} - \gamma u_{n,jj} - 2\mu^s u_{vj,j} + \rho^s \ddot{u}_n &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mathbf{u} = (u_r, u_z)$ – вектор перемещений, $c_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, $c_s = \sqrt{\mu/\rho}$ – скорости продольных и сдвиговых волн, соответственно; λ, μ – модули упругости Ламе; ρ – плотность, ρ^s – поверхностная плотность, μ^s, λ^s – поверхностные модули упругости, σ – поверхностное натяжение. Ограничимся рассмотрением влияния поверхностного натяжения σ . Граничные условия вне области действия нагрузки принимают вид

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \lambda \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) - \gamma \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) = 0 \quad \text{при } z = \pm h/2, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} = 0 \quad \text{при } z = \pm h/2,$$

Используем безразмерные переменные $\lambda' = \lambda/\mu$, $\gamma' = \gamma/(\mu h)$, $z' = z/h$, $r' = r/h$, $t' = tc_s/h$, $u'_r = u_r/h$, $u'_z = u_z/h$. Ниже штрихи опускаем.

Перемещения могут быть представлены в следующем виде

$$u_r = -e^{-i\Omega t} \int_0^\infty (kC_1 \operatorname{sh} \eta z + kC_2 \operatorname{ch} \eta z + \zeta D_1 \operatorname{ch} \zeta z + \zeta D_2 \operatorname{sh} \zeta z) k J_1(kr) dk$$

$$u_z = e^{-i\Omega t} \int_0^\infty (\eta C_1 \operatorname{ch} \eta z + \eta C_2 \operatorname{sh} \eta z + kD_1 \operatorname{sh} \zeta z + kD_2 \operatorname{ch} \zeta z) k J_0(kr) dk$$

где $\eta = \sqrt{k^2 - \Omega^2 c_s^2 c_p^{-2}}$, $\zeta = \sqrt{k^2 - \Omega^2}$, $\operatorname{Re} \eta > 0$, $\operatorname{Re} \zeta > 0$; Ω, k – безразмерные циклическая частота и волновое число, связанные с циклической частотой ω и волновым числом k следующим образом $\Omega = \omega h / c_s$, $k = kh$.

Из (3) и (4) следует, что

$$\mathbf{AC} = 0 \quad (5)$$

где

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} (2k^2 - \Omega^2) \operatorname{sh} \bar{\eta} + \frac{\gamma \eta \Omega^2}{\lambda + 2} \operatorname{ch} \bar{\eta} & (2k^2 - \Omega^2) \operatorname{ch} \bar{\eta} + \frac{\gamma \eta \Omega^2}{\lambda + 2} \operatorname{sh} \bar{\eta} & 2k\zeta \operatorname{ch} \bar{\zeta} + \gamma k \Omega^2 \operatorname{sh} \bar{\zeta} & 2k\zeta \operatorname{sh} \bar{\zeta} + \gamma k \Omega^2 \operatorname{ch} \bar{\zeta} \\ -(2k^2 - \Omega^2) \operatorname{sh} \bar{\eta} + \frac{\gamma \eta \Omega^2}{\lambda + 2} \operatorname{ch} \bar{\eta} & (2k^2 - \Omega^2) \operatorname{ch} \bar{\eta} - \frac{\gamma \eta \Omega^2}{\lambda + 2} \operatorname{sh} \bar{\eta} & 2k\zeta \operatorname{ch} \bar{\zeta} - \gamma k \Omega^2 \operatorname{sh} \bar{\zeta} & -2k\zeta \operatorname{sh} \bar{\zeta} + \gamma k \Omega^2 \operatorname{ch} \bar{\zeta} \\ 2k\eta \operatorname{ch} \bar{\eta} & 2k\eta \operatorname{sh} \bar{\eta} & (2k^2 - \Omega^2) \operatorname{sh} \bar{\zeta} & (2k^2 - \Omega^2) \operatorname{ch} \bar{\zeta} \\ -2k\eta \operatorname{ch} \bar{\eta} & 2k\eta \operatorname{sh} \bar{\eta} & (2k^2 - \Omega^2) \operatorname{sh} \bar{\zeta} & -(2k^2 - \Omega^2) \operatorname{ch} \bar{\zeta} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C} = (C_1, C_2, D_1, D_2)^T, \bar{\zeta} = \zeta/2, \bar{\eta} = \eta/2.$$

Опуская промежуточные выкладки, запишем дисперсионное уравнение

$$AS - \gamma^2 \Omega^4 \eta^2 \frac{(2k^2(\lambda + 1) + \Omega^2)^2}{(\lambda + 2)^2} \operatorname{ch} \bar{\eta} \operatorname{sh} \bar{\eta} \operatorname{ch} \bar{\zeta} \operatorname{sh} \bar{\zeta} = 0,$$

где

$S = (\Omega^2 - 2k^2)^2 \operatorname{sh} \bar{\zeta} \operatorname{ch} \bar{\eta} - 4k^2 \zeta \eta \operatorname{ch} \bar{\zeta} \operatorname{sh} \bar{\eta}$, $A = (\Omega^2 - 2k^2)^2 \operatorname{ch} \bar{\zeta} \operatorname{sh} \bar{\eta} - 4k^2 \zeta \eta \operatorname{sh} \bar{\zeta} \operatorname{ch} \bar{\eta}$. Равенства $S = 0$, $A = 0$ определяют дисперсионные уравнения для симметричных и антисимметричных классических волн Лэмба в слое соответственно [3].

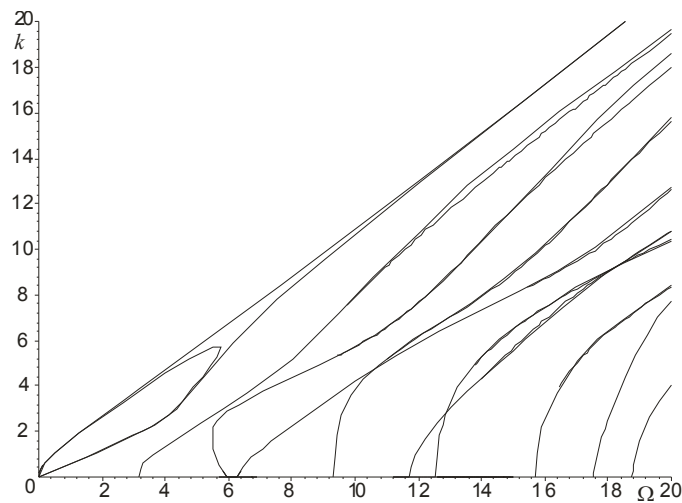


Рис. 1.

На рис.1 представлено несколько первых ветвей дисперсионной кривой при коэффициенте Пуассона $\nu=0.3$, $\gamma=0.05$. Пунктиром даны дисперсионные ветви при $\gamma=0$. Для того, чтобы на графике проявление поверхностных эффектов было вполне отчетливым, значение γ взято исключительно большим. В литературе отсутствуют достоверные экспериментальные данные о значении γ . Теоретическая оценка [4] параметра для кристалла NaCl при 0°C – 438 дин/см. В отличие от классического случая, при учете поверхностных эффектов, строго говоря, нельзя нормальные моды разделить на симметричные и антисимметричные, поскольку симметричные и антисимметричные движения оказываются слабосвязанными. При значении $\gamma=0.05$ и меньше существуют интервалы частот, на которых фазовая скорость “симметричных” (т.е. мод преобразующихся в симметричные моды Лэмба при $\gamma \rightarrow 0$) ненулевых мод несколько возрастает в сравнении со случаем $\gamma=0$. Фазовая скорость всех ненулевых мод уменьшается в пределе высоких частот в сравнении со скоростями классических волн Лэмба. Заметим, при больших значениях γ , превышающих определенное критическое значение γ_* , фазовые скорости всех мод при высоких частотах выше скоростей соответствующих мод Лэмба.

Выражения для отношений амплитуд тангенциального и нормального смещений имеют вид

$$\left| \frac{u_r}{u_z} \right| = \frac{k \operatorname{sh} \bar{\eta} + k \iota_1 \operatorname{ch} \bar{\eta} + \zeta \iota_2 \operatorname{ch} \bar{\zeta} + \zeta \iota_3 \operatorname{sh} \bar{\zeta}}{\eta \operatorname{ch} \bar{\eta} + \eta \iota_1 \operatorname{sh} \bar{\eta} + k \iota_2 \operatorname{sh} \bar{\zeta} + k \iota_3 \operatorname{ch} \bar{\zeta}}$$

где

$$\iota_1 = -2 \left[A \zeta - \gamma^2 k \Omega^4 \eta \frac{2k^2(\lambda+1) + \Omega^2}{2k(\lambda+2)} \operatorname{ch} \bar{\eta} \operatorname{sh} \bar{\zeta} \right] B,$$

$$\iota_2 = \left[\gamma^2 \Omega^4 \eta^2 \frac{(2k^2(\lambda+1) + \Omega^2)}{(\lambda+2)^2} \operatorname{sh} \bar{\eta} \operatorname{ch} \bar{\zeta} + A(2k^2 - \Omega^2) \right] B \operatorname{ch} \bar{\eta}, \quad \iota_3 = -\frac{2k\eta \operatorname{ch} \bar{\eta}}{(2k^2 - \Omega^2) \operatorname{ch} \bar{\zeta}},$$

$$B = \left\{ \gamma(2k^2 - \Omega^2) \Omega^2 \left[\frac{2\eta\zeta}{\lambda+2} \operatorname{sh} \bar{\eta} \operatorname{ch} \bar{\zeta} - (2k^2 - \Omega^2) \operatorname{ch} \bar{\eta} \operatorname{sh} \bar{\zeta} \right] \right\}^{-1}$$

В заключение отметим, что изменение скоростей волн Лэмба, обусловленное поверхностными эффектами (поверхностным натяжением), в том числе самых сильно реагирующих нулевых мод, незначительное, что, по-видимому, делает проблематичным их использование в неразрушающем контроле, но увеличивает интерес к ним с точки зрения приложений к акустоэлектронике.

Работа выполнялась при финансовой поддержке РФФИ (грант № 09-08-00892; грант № 09-01-00356).

Л и т е р а т у р а

1. Гуляев Ю.В. Акустоэлектроника (исторический обзор) // Успехи физических наук. 2005. Т. 175. №8. С. 887-895.
2. Бирюков С.В., Гуляев Ю.В., Крылов В.В., Плесский В.П. Поверхностные акустические волны в неоднородных средах. -М.: Наука, 1991. 416с.
3. Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. - Киев, Наукова думка, 1981. 283с.
4. Tiersten H.F. Elastic surface waves guided by thin films //J. Appl. Phys. 1969. V. 40. P. 770–789.
5. Бенсон Г., Юн К. в кн. Межфазовая граница газ — твердое тело /Под ред. Э. Флада.— М.: Мир, 1970. – С. 172.

Поступила: 23.06.09.