

УДК 531.8

К АНАЛИЗУ НЕКОТОРЫХ ЭФФЕКТОВ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С СУЩЕСТВЕННО НЕИДЕАЛЬНЫМИ СВЯЗЯМИ

Е. З. Шнеерсон

*Российский государственный гидрометеорологический университет,
Россия, Санкт-Петербург*

Проблема Пэнлеве и самотормозящиеся системы. Проблемы динамики механических систем с существенно неидеальными связями уже более 100 лет привлекают внимание ученых-механиков. Особое место в этом смысле занимают задачи, связанные с так называемым парадоксом Пэнлеве [1-4]. Французский ученый обнаружил, что в некоторых системах закон трения Кулона оказывается несовместимым с принципом механического детерминизма. В результате движение при определенных начальных условиях становится невозможным (другой вариант парадокса – множественность возможных движений – здесь не рассматривается). Является ли этот эффект «изящной теоретической абстракцией», легко устраняемой введением контактной податливости между соприкасающимися телами, или достоверно описывает динамическое поведение некоторых систем с трением? На этот счет до сих пор существуют разные мнения. К обсуждению данного вопроса мы еще вернемся.

Значительный интерес в этой связи представляют теоретические и экспериментальные исследования динамики *самотормозящихся* систем (СТС), широко используемых в различных областях техники [5]. Применительно к обсуждаемой теме следует выделить нетривиальное явление *динамического заклинивания*, заключающееся в невозможности совместного движения звеньев самотормозящейся пары при определенном соотношении ее инерционных, геометрических и энергетических параметров. Можно без преувеличения утверждать, что этот эффект наиболее рельефно отображает специфические свойства систем с существенно неидеальными связями, обусловленные доминирующим влиянием сил трения на характер движения. Игнорирование эффекта динамического заклинивания на стадии проектирования технологических машин, приводы которых включают СТС, может привести на практике к перенапряжению и даже разрушению механизма, о чем пойдет речь ниже. Вместе с тем, первые попытки построения теоретической модели указанного явления были весьма наивны. Достаточно указать, что в свое время высказывалась даже гипотеза об... «отрицательной инерционности» фрикционных систем в экстремальных режимах [6].

Неоценима роль, которую сыграли в развитии динамической теории СТС идеи и труды недавно ушедшего от нас замечательного ученого и педагога – профессора **Владимира Львовича Вейца**. В списке литературы по понятным причинам приведена лишь малая часть монографий и статей по этой тематике, написанных им вместе с учениками и соратниками [5, 7-13]. В указанных работах, посвященных многим аспектам нелинейной динамики систем с трением, значительное место уделено анализу динамического заклинивания. При этом рассматриваются две основные модели, первую из которых можно условно назвать «моделью мгновенной остановки», а вторую – «бесконечноударной моделью».

Первая модель динамического заклинивания. В первом случае режим динамического заклинивания трактуется как самоблокирование СТС при переключении движения из тягового режима в режим оттормаживания. В качестве пояснения заметим,

что в тяговом режиме относительное скольжение соприкасающихся звеньев самотормозящегося (необратимого) механизма осуществляется по одной из пар контактирующих поверхностей, а в режиме оттормаживания – по другой. При этом в тяговом режиме влияние сил трения на характер движения не является определяющим, а в режиме оттормаживания, наоборот, неидеальность связи становится доминирующим фактором. Из вышеизложенного понятно, что при выполнении условия динамического заклинивания, наложенного на параметры, движение в режиме оттормаживания оказывается невозможным.

Итак, в рассматриваемой ситуации, согласно терминологии П.Пэнлеве, происходит «соударение без удара», поскольку предполагается, что зазор между звеньями отсутствует [1]. Скорости обоих звеньев испытывают «скачок», и единственный логически приемлемый результат – мгновенная остановка механизма. При этом, заметим, двусторонняя связь, наложенная на элементы самотормозящейся пары, сохраняется. Преимущество рассмотренной схемы одиночного «жесткого» удара – в ее простоте, а недостаток – в отсутствии информации об ударных импульсах и «подробностях» ударного взаимодействия.

Вторая модель динамического заклинивания. В этом смысле более достоверной представляется модель, предложенная в работе [10]. Самотормозящаяся пара схематизирована в виде двустороннего беззазорного клинового механизма с одной степенью свободы (рис.1). Относительная система отсчета y_n Oy_n жестко связана со звеном 2. При ведущем звене 1 (контакт по верхним граням) касательная проекция относительной скорости звеньев $\dot{y}_t > 0$. Контакт по нижним граням соответствует тяговому режиму, по верхним – режиму оттормаживания (или динамического заклинивания, который реализуется в рассматриваемом случае).

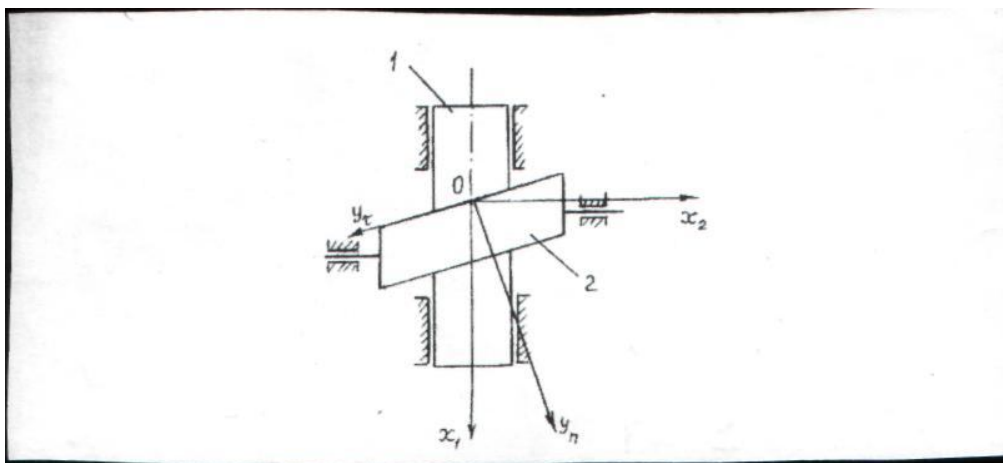


Рис.1.

Исследование осуществляется на основе стереомеханической концепции стесненного удара с трением [8]. «Стесненность» обусловлена наличием, кроме основной неидеальной связи, дополнительных удерживающих связей (опор, ограничивающих перемещение звеньев). При этом учитывается взаимосвязь между изменениями нормальной и касательной проекций относительной скорости звеньев в процессе соударения. В результате ударное взаимодействие разбивается на ряд интервалов, характеризующихся различным направлением относительного скольжения звеньев или его отсутствием.

Нетривиальность рассматриваемой модели соударения состоит в том, что при переходе в режим динамического заклинивания (контакт по верхним граням на рис.1)

нормальная составляющая \dot{y}_n относительной скорости звеньев из-за отсутствия зазора равна нулю. Это, казалось бы, несовместимо с самим определением ударного взаимодействия. Однако построенная ранее теория стесненного удара с трением в СТС *при наличии зазора* свидетельствует, что при соударении по типу динамического заклинивания на первом интервале нормальная относительная скорость не убывает, как при тривиальном ударе, а, наоборот, *нарастает* [8]. Следовательно, и в безззорном случае происходит как бы «внедрение» звена 1 в звено 2 и инициируются ударные импульсы. Вводя динамический коэффициент восстановления R и соотношение Рауса между нормальным и касательным импульсами, можно вычислить эти импульсы, а также послеударные скорости [11].

При $R \neq 0$ первое контактное взаимодействие завершается прекращением относительного скольжения и «отскоком» [10]. Практически мгновенно (ввиду отсутствия зазора) начинается второе взаимодействие по другой паре поверхностей, отличающееся несколько иными динамическими закономерностями. Далее осуществляется третье взаимодействие и тому подобное. Очевидно, что последовательным контактными взаимодействиями, поочередно происходящим по верхним и нижним граням клиньев, начиная со второго, присущи следующие особенности: отсутствие скольжения и монотонное убывание нормальной проекции относительной скорости звеньев. Таким образом, динамическое заклинивание в безззорных СТС следует отнести к классу скользящих движений (не следует, разумеется, отождествлять это понятие с проявлением относительного скольжения звеньев в момент соударения), представляющих собой *затухающий бесконечноударный процесс* [14].

Полученный эффект, как и при рассмотрении первой модели, основан на гипотезе о мгновенном изменении скоростей звеньев. Однако схема бесконечноударного процесса в большей степени соответствует реально происходящим явлениям, чем представление о «мгновенной остановке» при заклинивании. Указанное позволяет, в частности, проанализировать условия, при которых возникают нежелательные дополнительные движения в системах точного позиционирования машин и приборов (например, в грузоподъемных устройствах). В случае пластического удара (при $R = 0$) оба модельных подхода приводят к одинаковому результату («однократный скачок» с остановкой).

Динамическое заклинивание при дополнительной степени свободы. Выше рассмотрена клиновая модель самотормозящейся пары, имеющей при совместном движении одну степень свободы (наиболее распространенный реальный прототип – червячная передача). Однако такое допущение сужает класс существующих СТС. Известно, что червяк, кроме вращательной степени свободы, может иметь подвижность в осевом направлении – либо вследствие деформаций опор и корпуса, либо из-за конструктивных решений (запорные устройства трубопроводной арматуры, электромеханические зажимы в станках, системы активной выборки зазоров и другое) [13, 15]. Соответствующая модифицированная клиновая модель представлена на рис.2. Клин 1 выполнен как тело с двумя степенями свободы, что обеспечивается ортогональными крестообразными направляющими. Звену 1 разрешено поступательное движение в двух ортогональных направлениях – по осям Ox_1 и $O'z_1$, а звену 2 – только по оси Ox_2 . Таким образом, при совместном движении система имеет две степени свободы, а в зазоре (если он есть) – три. Орты \mathbf{n} и $\mathbf{\tau}$ определяют направления нормали и касательной к поверхности контакта.

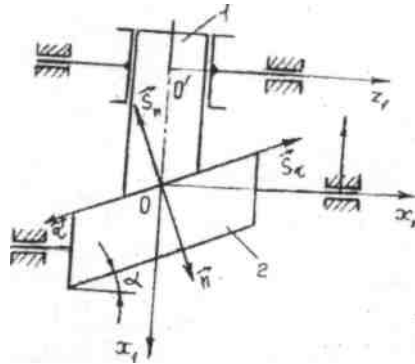


Рис.2.

Запишем уравнения импульсивного движения для рассматриваемой системы относительно обобщенных скоростей $\dot{y}_n, \dot{y}_\tau, \dot{z}_1$

$$\begin{aligned} m_1 m_2 (\dot{y}_n^+ - \dot{y}_n^-) &= S_n \{ i_{12}^2 m_1 (1+q) + m_2 + \\ &+ f_{12} [m_2 - m_1 (1+q)] \text{Sign } \dot{y}_\tau \} \text{Cos}^2 \alpha ; \\ m_1 m_2 (\dot{y}_\tau^+ - \dot{y}_\tau^-) &= S_n \{ i_{12} [m_2 - m_1 (1+q)] + \\ &+ f [m_1 (1+q) + i_{12}^2 m_2] \text{Sign } \dot{y}_\tau \} \text{Cos}^2 \alpha ; \\ m (\dot{z}_1^+ - \dot{z}_1^-) &= S_n (i_{12} - f \text{Sign } \dot{y}_\tau) \text{Cos} \alpha, \end{aligned} \quad (1)$$

где $i_{12} = \text{tg} \alpha$ – кинематическое передаточное отношение при совместном движении звеньев в случае фиксации звена 1 в направлении $O'z_1$; S_n – нормальный ударный импульс, действующий на звено 1 (с учетом знака); f – коэффициент трения; \dot{y}_n и \dot{y}_τ – нормальная и касательная проекции относительной скорости звена 1 по отношению к звену 2, \dot{z}_1 – горизонтальная скорость звена 1, причем индексы «-» и «+» соответствуют началу и концу соответствующего этапа соударения; α – угол скоса клиньев.

Кроме того, учтено соотношение Рауса, связывающее нормальный и касательный ударные импульсы (S_n и S_τ) по типу сухого трения. Вектор P_2 на рис.2 отображает импульс реакции удерживающей связи (опоры звена 2). Это звено характеризуется массой m_2 , а звено 1 – двумя «массами», поскольку клиновая модель отображает инерционные свойства червяка и во вращательном (для модели – в вертикальном), и в поступательном (для модели – в горизонтальном) движении. Соответствующие «массы» (m_1 и m), вообще говоря, различны; безразмерный параметр $q = m_2/m$.

Далее будем полагать, что для параметров системы выполняется неравенство

$$L \geq 0, \quad (2)$$

где $L = (1 + q) \mu_{12} m_1 - i_{21}^2 m_2$; $i_{21} = i_{12}^{-1}$; $\mu_{12} = \text{tg}(\rho - \alpha) / \text{tg} \alpha$ – коэффициент механической эффективности для режима оттормаживания; ρ – угол трения, причем $\rho > \alpha$ (условие самоторможения).

Можно показать, что применительно к реальной конструкции СТС условие (2) выражает невозможность совместного вращательного движения звеньев с подвижным в осевом направлении червяком в режиме оттормаживания (при ведущем звене 1). При этом поступательное (осевое) движение червяка совместно с вращением червячного колеса по схеме зубчато-реечного механизма не исключается. Применительно к клиновому аналогу можно говорить о невозможности совместного движения с относитель-

ным проскальзыванием звеньев 1 и 2. Поэтому естественно трактовать неравенство (2) как *обобщенное условие динамического заклинивания* при ведущем звене 1, так как при $q = 0$ ($m \rightarrow \infty$) оно трансформируется в типовое условие динамического заклинивания, свойственное СТС, не обладающей «осевой» степенью свободы [7, 8].

Переходя к рассмотрению ударного взаимодействия (пока в предположении наличия зазора между звеньями), нетрудно установить, что основные закономерности соударения по типу динамического заклинивания в СТС с «осевой» степенью свободы и без нее совпадают [11]. Так, сохраняется аналогичная структура разбиения на интервалы (наличие относительного проскальзывания на первом интервале фазы сближения звеньев и его отсутствие на втором интервале этой фазы и на всей фазе восстановления), сходные выражения для ударных импульсов и тому подобное. Однако специфика рассматриваемого случая во многом определяется поведением в процессе удара «осевой» скорости \dot{z}_1 .

Опуская промежуточные выкладки, запишем выражения для трех *обобщенных послепударных скоростей*

$$\begin{aligned} \dot{y}_n^+ &= -R [\dot{y}_n^- - i_{12} (D/N) \dot{y}_\tau^-]; \dot{y}_\tau^+ = 0; \\ \dot{z}_1^+ &= \dot{z}_1^- + q [- (R + 1) i_{12} \dot{y}_n^- + (1 + R i_{12}^2 D/N) \dot{y}_\tau^-] \times \\ &\quad \times \text{Cos}\alpha / (1+q), \end{aligned} \quad (3)$$

где $R = S_n^{\text{II}} / S_n^{\text{I}}$ – динамический коэффициент восстановления; S_n^{I} , S_n^{II} – нормальные ударные импульсы, действующие в первой и второй фазах удара; $D = m_2 - (1 + q) m_1$; $N = (1 + q) m_1 + i_{12}^2 m_2$.

Возвращаясь к интересующему нас здесь случаю «соударения без удара», которое реализуется при отсутствии зазора, положим в формулах (3) $\dot{y}_n^- = 0$ и получим следующие *послеударные скорости*:

$$\begin{aligned} \dot{y}_n^+ &= R i_{12} (D/N) \dot{y}_\tau^-; \dot{y}_\tau^+ = 0; \\ \dot{z}_1^+ &= \dot{z}_1^- + q \text{Cos}\alpha (1 + R i_{12}^2 D/N) \dot{y}_\tau^- / (1+q). \end{aligned} \quad (4)$$

Поскольку в момент соударения ведущим является звено 1, то $\dot{y}_\tau^- > 0$. Тогда из соотношений (2) и (3) следует $\dot{y}_n^+ < 0$. Это означает, что после прекращения взаимодействия по одной паре контактных поверхностей начинается второе взаимодействие по другой паре поверхностей (она не показана на рис.2, где изображена схема клинового механизма с односторонним контактом), причем практически мгновенно ввиду отсутствия зазора. Очевидно, что в результате реализуется *бесконечноударный затухающий процесс* (как и в случае СТС без осевой подвижности), причем после его окончания $\dot{y}_n^+ = \dot{y}_\tau^+ = 0$. Однако в данном случае эти равенства не означают полной остановки механизма, так как «осевая» послепударная скорость \dot{z}_1^+ отлична от нуля. Таким образом, процесс динамического заклинивания завершается совместным движением в режиме реечной передачи без относительного скольжения звеньев. При пластическом ударе ($R = 0$), очевидно, переход к движению типа реечной передачи происходит посредством «однократного соударения».

В динамических исследованиях важное значение имеет так называемая *сводимость модели*. Переход к модели более высокого уровня (например, учет дополнительной степени свободы) не должен приводить к исчезновению эффектов, полученных при анализе упрощенной модели. Так, при $q = 0$, $\dot{z}_1^- = 0$ и $R = 0$ формулы (4) дают нулевые значения для всех послепударных скоростей. Это означает полную остановку механизма

в результате «однократного соударения», что согласуется с ранее сформулированной концепцией пластического удара в СТС без дополнительной степени свободы.

В этой же связи отметим, что модель с дополнительной степенью свободы позволяет, сохраняя ранее обнаруженные закономерности, существенно уточнить условия реализации взаимодействия по типу динамического заклинивания. Пусть для параметров конкретной *безазорной* СТС условие (2) соблюдается в общем виде, а в предположении $q = 0$ оно нарушается. Это означает, что при переходе в режим оттормаживания (звено 1 – ведущее) динамическое заклинивание проявляется только в рамках усложненной модели, а при неучтенной осевой подвижности червяка заменяется «гладким» совместным движением без ударных взаимодействий. Если в конструкции червяк действительно закреплен, то реализуется второй вариант; в противном случае механизм следует отнести к классу заклинивающихся. Вводя безразмерные величины $\zeta_{12} = i_{12}^2 \mu_{12}$ и $\chi = m_2/m_1$, можно на плоскости параметров выделить области динамического заклинивания при ведущем звене 1 для двух вариантов моделей (рис.3).

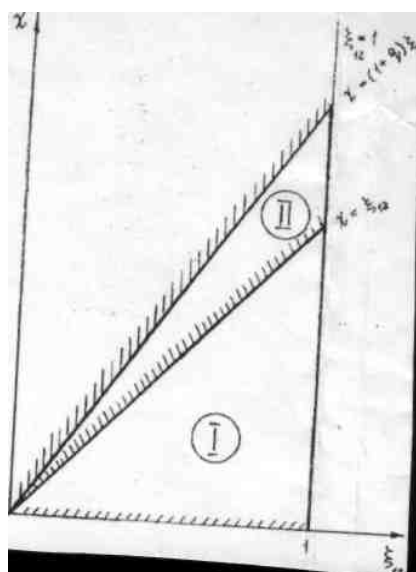


Рис.3

Область I соответствует механизмам, в которых заклинивание проявляется при рассмотрении *любой* из двух моделей. Она ограничена осью ζ_{12} и прямой $\chi = \zeta_{12}$. Область II, верхней границей которой служит прямая $\chi = (1 + q) \zeta_{12}$, соответствует *расширению* множества СТС, характеризующихся соударением по типу заклинивания, за счет учета «осевой» подвижности звена 1. Вертикальная прямая $\zeta_{12} = 1$ ограничивает область обычного самоторможения при ведущем звене 1 и является естественной границей областей I и II.

Отметим еще один аспект рассматриваемой проблемы, представляющий интерес для практики динамических расчетов. При рассмотрении динамического заклинивания в случае ведущего червячного колеса, то есть звена 2 в клиновой модели, оказывается, что переход от упрощенной модели к усложненной приводит, наоборот, к *сужению* класса заклинивающихся СТС. В безударном режиме работы в «исключенных» из этого класса механизмах заклинивание не проявляется даже при совместном движении со

скольжением звеньев, хотя условие динамического заклинивания без учета «поступательной» инерционности соблюдается.

Заключение. В некоторых исследованиях существование режима «соударения без удара» подвергается сомнению [16]. Высказывается мнение, что обнаруженные в системах с трением парадоксальные явления могут быть обусловлены неадекватностью моделей, так как они не подтверждены экспериментальными данными. В противовес этому утверждению, *эффект динамического заклинивания* в СТС и вызванные им аварии и разрушения вполне реальны и многократно наблюдались в практике машиностроения [5, 17, 18]. Представленные выше теоретические построения объясняют это явление, по крайней мере, на качественном уровне. Стереомеханическая концепция не позволяет, естественно, достоверно оценить значительные и даже опасные ударные нагрузки. Однако при этом – пусть и в неявной форме – учитывается деформируемость контактных поверхностей. Вместе с тем, схемы «мгновенной остановки» или, в уточненном варианте, затухающего бесконечноударного режима адекватно моделируют кратковременность реального процесса динамического заклинивания.

Отметим, что, в отличие от классических представлений, в рассматриваемых беззатормозных системах при реализации экстремальных режимов *двусторонняя связь не релаксирует* и допускает ударные взаимодействия.

Наконец, учет дополнительной степени свободы («осевой» подвижности одного из звеньев) позволяет расширить представление о динамическом заклинивании. В этом случае «соударение без удара» может завершаться совместным движением звеньев по типу реечной передачи, а не полной остановкой механизма.

Один из важнейших результатов выполненных исследований – возможность устранения режима заклинивания (если он нежелателен) соответствующим подбором параметров системы.

Литература

1. Пэнлеве П. Лекции о трении. М.: Гостехиздат, 1954. 316 с.
2. Болотов Е.А. Об ударе двух тел при действии трения // Изв. Моск.инж.училища. 1908. Ч.2. Вып.2. С.43-45.
3. Ле Суан Ань. Динамика систем с кулоновым трением (теория и эксперимент). СПб.: Нестор, 1999. 300 с.
4. Неймарк Ю.И. Еще раз о парадоксах Пэнлеве // Изв.АН СССР. МТТ. 1995. № 1. С.17-21.
5. Вейц В.Л. Динамика машинных агрегатов. Л.: Машиностроение, 1969. 370 с.
6. Песен Д., Рогозинский И. Улучшение переходных характеристик следящей системы при помощи фрикционного механизма с «отрицательной» инерцией // Тр.амер.общ-ва инж.-мех. 1971. № 1. С.34-39.
7. Нелинейные задачи динамики и прочности машин / Н.Н.Агаркова, В.Л.Вейц, Е.З.Шнеерсон и др. / Под ред. В.Л.Вейца. Л.: ЛГУ, 1983. 336 с.
8. Вейц В.Л., Шнеерсон Е.З. О стесненном ударе звеньев клинового самотормозящегося механизма // Машиноведение. 1975. № 5. С.31-37.
9. Вейц В.Л., Шнеерсон Е.З. О виброударных автоколебаниях в самотормозящихся системах // Машиноведение. 1977. № 4. С.11-17.
10. Вейц В.Л., Шнеерсон Е.З. О новой трактовке явления динамического заклинивания в самотормозящихся системах // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1999. № 4. С.40-48.
11. Вейц В.Л., Васильков Д.В, Гидаспов И.А., Шнеерсон Е.З. Динамика приводов технологических машин с самотормозящимися механизмами. Ч.4. Явление

- ния удара в самотормозящихся механизмах. Теория кусочно-линейных систем. СПб.: ИМАШ, 2003. 164 с.
12. Veitz V.L., Martynenko A.M., Shneyerson E.Z. Frequency Characteristics of a Machine Assembly with a Self-Locking Mechanisms // Mechanism and Machine Theory. Pergamon Press. 1973. V.8. P.33-53.
 13. Вейц В.Л., Фридман Л.И. Электромеханические зажимные устройства станков и станочных линий. Расчет и конструирование. Л.: Машиностроение, 1973. 264 с.
 14. Фейгин М.И. Вынужденные колебания систем с разрывными нелинейностями. М.: Наука, 1994. 288 с.
 15. Трубопроводная арматура с автоматическим управлением: Справочник под ред. С.И.Косых. Л.: Машиностроение, 1982. 320 с.
 16. Иванов А.П. Динамика систем с механическими соударениями. М.: Межд. программа образования, 1997. 336 с.
 17. Теория следящих систем / Х.Джеймс, Н.Никольс, Р.Филлипс / Пер. с англ. М.: ИЛ, 1953. 463 с.
 18. Fügen P. Untersuchungen das Auftreten des Ratterns bei selbsthemmenden Schneckengetrieben und Seine Verhütung // Westdeutscher Verlag. 1954. V.60. S.22.

Поступила: 12.05.09.