

УДК 532.5

ХАРАКТЕРИСТИКИ УПРУГОГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО КОНТАКТА ПРОФИЛИРОВАННЫХ РОЛИКОВ С УЧЕТОМ ПЕРЕКОСА ИХ ОСЕЙ

М.Я. Пановко

1. Введение. Задачи об упругогидродинамической (УГД) смазке возникают при анализе процессов в зоне контакта смазанных упругих тел, образующих различные узлы трения. Подшипники качения (роликовые, шариковые) и зубчатые передачи являются типичными примерами узлов трения со смазанными сосредоточенными контактами, работающими, весьма часто, в условиях УГД смазки. К настоящему времени наибольшее число результатов получено применительно к УГД смазке линейных, неограниченных по длине, и точечных контактов [1]. Вместе с тем значительный практический интерес представляют процессы смазки в линейном контакте конечной длины. Для расчетного анализа таких контактов формулируется модельная задача о качении смазанного упругого короткого ролика по упругому полупространству. При этом особое внимание уделяется явлениям в концевой зоне, где имеет место концентрация напряжений. Профилирование является эффективным приемом, позволяющим значительно ослабить или совсем исключить возрастание напряжения на торце. Применительно к условиям сухого контакта, это иллюстрируют результаты ряда численных исследований (см., например, [2]).

В отличие от упомянутых выше сосредоточенных контактов расчетам УГД смазки коротких цилиндрических роликов с торцевым скруглением посвящено весьма малое число работ [3, 4]. Это связано, главным образом, с трудностями осуществления устойчивого вычислительного процесса, особенно в случае тяжелого нагружения. Дополнительные осложнения в расчетах возникают из-за угла перекоса (если его необходимо учесть) между осью ролика и поверхностью качения. Влияние угла перекоса на УГД смазку таких роликов, насколько известно автору, ранее не рассматривалось.

Цель настоящей работы состояла в исследовании численным методом влияния угла перекоса на распределения давления и толщины смазочного слоя в зоне контакта профилированного ролика.

2. Постановка задачи. Рассматривается стационарная изотермическая задача об УГД контакте короткого ролика бочкообразной формы. Полагается, что

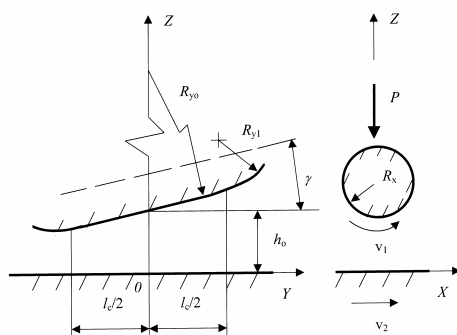


Рис. 1

контактирующие тела разделены слоем смазки со свойствами несжимаемой вязкой жидкости и находятся под воздействием внешней силы. На рис. 1 схематично показан ролик, поверхность которого в зоне контакта описывается следующей функцией

$$z = F(x, y) = h_0 + f(y) + x^2 / 2R_x(y) + u_z(x, y) - u_z(0, 0) + \gamma y$$

где x, y – декартовы координаты, h_0 – расстояние между смазанными поверхностями в начале координат, $f(y)$ – уравнение образующей, $R_x(y)$ –

радиус кривизны ролика в сечении $y=const$, $u_z(x,y)$ – упругая деформация, γ – угол перекося. Далее полагается, что $R_x(y) \cong R_{x0}$, $R_{x0} = R_x(0)$. Образующая, составленная из дуг двух окружностей с радиусами R_{y0} , R_{y1} , сопрягаемых гладким образом в сечении $|y|=l_c/2$, описывается функциями следующего вида

$$f(y) = \begin{cases} y^2 / 2R_{y0}, & |y| \leq l_c / 2 \\ y^2 / 2R_{y0} + (|y| - l_c / 2)^2 (1/R_{y1} - 1/R_{y0}) / 2, & |y| > l_c / 2 \end{cases}$$

В задаче используются типичные допущения УГД теории смазки [5]. Введем безразмерные переменные

$$(x', y') = \frac{(x, y)}{a_H}, \quad l'_c = \frac{l_c}{a_H}, \quad p' = \frac{p}{p_H}, \quad h' = \frac{h}{h_0}, \quad \mu' = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad H_0 = \frac{2R_{x0}h_0}{a_H^2}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{R_{x0}}{R_{y0}}, \quad \varepsilon_1 = \frac{R_{x0}}{R_{y1}}, \quad \gamma' = \frac{2R_{x0}}{a_H} \gamma, \quad V = \frac{24\mu_0 |\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2| R_{x0}^2}{p_H a_H^3}, \quad P' = \frac{P}{p_H a_H^2}, \quad \mathbf{v} = \frac{\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2}{|\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2|}$$

Уравнения УГД задачи в безразмерных переменных имеют вид (далее штрихи опущены)

$$L(p) = \nabla \cdot \left(H_0^2 \frac{h^3}{\mu} \nabla p - V \mathbf{v} h \right) = 0 \quad (1)$$

$$h(x, y) = 1 + \frac{x^2 + \varepsilon_0 y^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \theta(|y|) (|y| - l_c / 2)^2}{H_0} + \frac{y\gamma}{H_0} + \frac{1}{\pi H_0} \iint_{\Omega} G(x, y, \xi, \eta) p(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (2)$$

$$M(p) = \frac{\pi}{2} l_c - \iint_{\Omega} p(\xi, \eta) d\xi d\eta = 0 \quad (3)$$

$$p|_C = \frac{\partial p}{\partial n} \Big|_{C_e} = 0 \quad (4)$$

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right), \quad \mathbf{v} = (v_x, v_y), \quad G(x, y, \xi, \eta) = \frac{1}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}} - \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}$$

$$\mu = \mu_0 \exp(Q_0 p), \quad \theta(|y|) = \begin{cases} 1 & \text{при } |y| \geq l_c / 2 \\ 0 & \text{при } |y| < l_c / 2 \end{cases}$$

здесь $\varepsilon_0, \varepsilon_1$ – параметры скругления в осевом направлении; $p(x,y)$ – давление в смазочной пленке; a_H – полуширина герцевского линейного контакта; p_H – максимальное герцевское напряжение в линейном контакте; P – внешняя нагрузка; $h(x,y)$ – толщина смазочной пленки (зазор); μ – вязкость смазки; μ_0 – вязкость смазки при давлении окружающей среды; $\mathbf{v}_1(v_{1x}, v_{1y}), \mathbf{v}_2(v_{2x}, v_{2y})$ – векторы и компоненты скоростей контактирующих поверхностей; H_0 – безразмерная толщина пленки в начале координат; V – нагрузочно-скоростной параметр; l_c – продольная координата точки сопряжения двух дуг; Q_0 – пьезокоэффициент вязкости.

Решение системы (1)-(4) должно удовлетворять граничным условиям для давления, различным для входной C_i и выходной C_e частей границы $C = C_i \cup C_e$ области контакта Ω . Предполагается, что входная часть границы C_i задана, а выходная C_e заранее неизвестна и определяется в процессе решения задачи.

Местоположение выходной (свободной) границы, отделяющей зону смазки от зоны кавитации, определяется из условий дополненности [6], согласно которым

$$L(p) = 0, \quad p > 0 \text{ в зоне смазки ;} \quad L(p) < 0, \quad p = 0 \text{ в зоне кавитации} \quad (5)$$

Решением системы являются распределения давления $p(x,y)$, толщины смазочной пленки $h(x,y)$, выходная граница $x_e(y)$ и безразмерная толщина слоя смазки в начале координат H_0 .

3. Численный метод решения. Расчетная область контакта (x,y) задается в виде прямоугольника $\{x, y : x_1 \leq x \leq x_2, y_1 \leq y \leq y_2\}$ и покрывается неравномерной разнесенной декартовой сеткой с системой узлов $(x_i, y_j), (x_{i-1/2}, y_{j-1/2})$. Давление определяется в узлах (x_i, y_j) , толщина смазочной пленки – в узлах $(x_{i-1/2}, y_{j-1/2})$. После интегрирования уравнения (1) по области $\Delta\Omega_{ij}$, занимаемой расчетной ячейкой (i,j) внутри контура (l) , получаем

$$L_1(p) = \int_{(l)} \left[H_0^2 \frac{h^3}{\mu} (\nabla p \cdot \mathbf{n}) - V(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})h \right] dl = 0 \quad (6)$$

В условиях дополненности (5) оператор $L(p)$ заменяется на $L_1(p)$.

Решение УГД системы уравнений проводится методом Ньютона. Уравнения (3), (4), (6), линеаризованные около решения $(p(x,y), H_0)_k$, где k - номер итерации, используются для построения конечноразностной схемы. Система разностных уравнений имеет следующую структуру

$$\begin{pmatrix} (a_{qr})_{nn} & (b_q)_n \\ (c_r)_n^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\Delta p_r)_n \\ \Delta H_0 \end{pmatrix} \Big|_{k+1} = - \begin{pmatrix} (L_1(p_r))_n \\ M(p_r) \end{pmatrix} \Big|_k$$

где элементами матрицы Якоби порядка $(n+1)$ являются полная квадратная матрица $(a_{qr})_{nn}$ порядка n , вектор-столбец $(b_q)_n$ и вектор-строка $(c_r)_n^T$ ($q, r = 1, \dots, n$). Значение n равно числу узлов сетки, в которых определяется давление, и зависит от местоположения выходной границы.

Один шаг итерационного процесса состоит в решении разностных уравнений относительно $\Delta H_{0,k+1}$, $\Delta p_{k+1}(x_i, y_j)$ методом гауссова исключения с частичным выбором ведущего элемента, вычислении $H_{0,k+1} = H_{0,k} + \omega \Delta H_{0,k+1}$, $p_{k+1} = p_k + \omega \Delta p_{k+1}$ с учетом коэффициента релаксации ω ($0.05 < \omega < 1$), вычислении $h_{k+1}(x_{i-1/2}, y_{j-1/2})$ по соотношению (2) и определении выходной границы $x_{e,k}(y_j)$. Интеграл в выражении (2) вычислялся по кубатурной формуле для сингулярных интегралов [7].

Итерационный процесс продолжался до достижения требуемой относительной точности решения δ , т.е. $\max \left(\left| H_{0,k+1}/H_{0,k} - 1 \right|, \left| p_{k+1}/p_k - 1 \right|, \left| h_{k+1}/h_k - 1 \right|, \left| x_{e,k+1}/x_{e,k} - 1 \right| \right) < \delta$.

4. Результаты расчетов. Изложенный выше вычислительный алгоритм был применен для расчета УГД контакта бочкообразного ролика как без учета, так и с

учетом угла перекоса при следующих параметрах: $V=0.1$, $Q_0=3$, $l_c=20$, $v_x=1, v_y=0, \varepsilon_0=0, \varepsilon_1=0.2, \gamma=0 \div 0.21, 2R_{x0}/a_H=100$ на сетке с числом узлов 22×102 .

Распределения $p(x,y)$ и $h(x,y)$ в УГД контакте при $\varepsilon_0=0$ и $\varepsilon_1=0.2$ для $\gamma=0$ и 0.2 представлены на рис. 2 и 3 соответственно и демонстрируют заметное отличие распределений давления и зазора при $\gamma \neq 0$ от случая, когда $\gamma=0$.

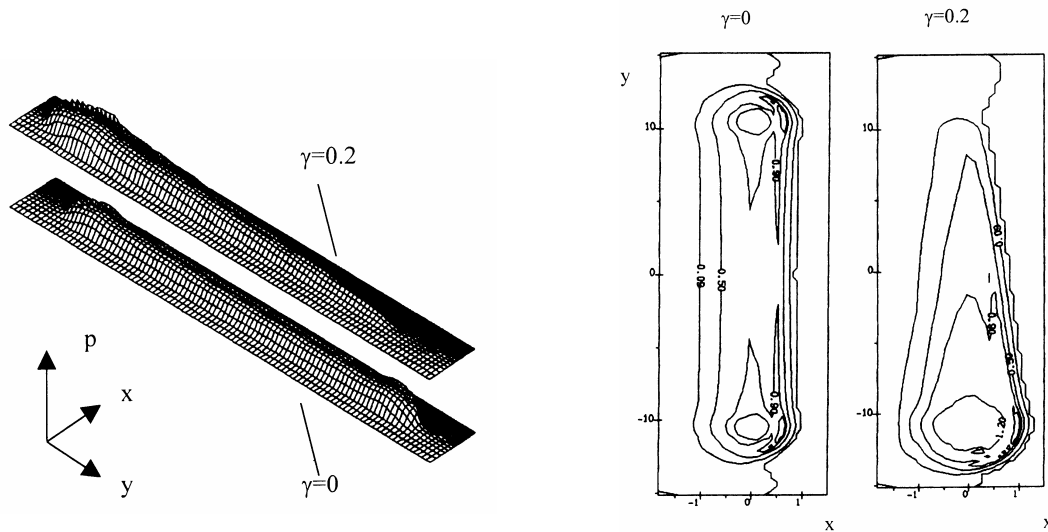


Рис. 2. Распределение давления (а) и изобары (б)

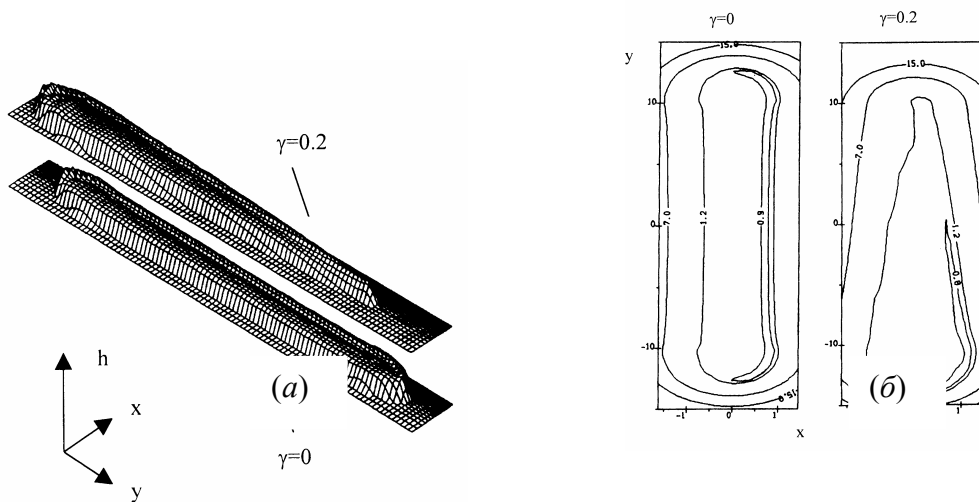


Рис. 3. Распределение толщины смазочной пленки (а) и изолинии (б)

Распределения становятся при перекосе существенно асимметричными – одна часть ролика более нагружена по сравнению с другой. Наблюдаемая тенденция нарастает по мере увеличения угла перекоса. Расчеты показали, что значения H_0 практически не изменяются с ростом γ , при этом значения h_{\min} и p_{\max} изменяются значительно: h_{\min} уменьшается, а p_{\max} возрастает с ростом γ (см. рис.4).

5. Выводы. Описан вычислительный алгоритм решения задач об УГД смазке профилированного ролика. Результаты численного моделирования демонстрируют значительное влияние угла перекоса на распределения давления и толщины смазочной пленки в УГД контакте. Численные результаты могут быть использованы в дальнейшем для анализа трения в УГД контакте и тензора напряжений в подповерхностном слое.

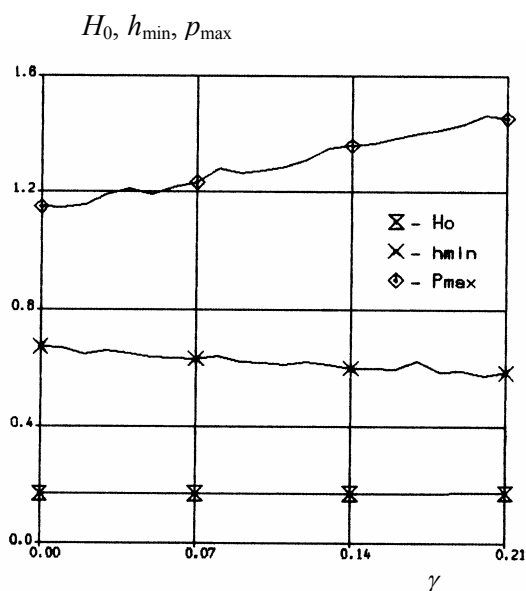


Рис.4

Литература

1. Dowson D., Ehret P. Past, present and future studies in elastohydrodynamics // Proc. Instn. Mech. Engrs. Part J. J. Engineering Tribol. 1999. V. 213. № J5. P. 317-333.
2. Natsumeda S. Application of multi-level multi-integration to contact problems. Part 1: non-Hertzian contact in rolling bearings // Proc. Instn Mech. Engrs. Part J. J. Engineering Tribol. 1999. V. 213. № J1. P. 63-80.
3. Mostofi A., Gohar R. Elastohydrodynamic lubrication of finite line contacts // Trans. ASME. J. Lubric. Technol. 1983. V.105. № 4. P. 82-88.
4. Park T.J., Kim K.W. Elastohydrodynamic lubrication of a finite line contact // Wear. 1998. V. 223. № 1. P. 102-109.
5. Галахов М.А., Гусятников П.В., Новиков А.П. Математические модели контактной гидродинамики. М.: Наука, 1985. 296 с.

6. Oh K.P. The numerical solution of dynamically loaded elasto-hydrodynamic contact as a nonlinear complementarity problem // Trans. ASME. J. Tribol. 1984. 106. № 1. P. 88-95.
7. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях и их применение в аэродинамике, теории упругости, электродинамике. М.: Наука, 1985. 253 с.

Институт машиноведения РАН, Россия, Москва

Поступила: 04.03.09.