

УДК 534

## О НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКЕ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И СИСТЕМ

**В.К. АСТАШЕВ**

Рабочий процесс ультразвуковой технологической машины [1-3] осуществляется рабочим органом, которому кроме формообразующего движения подачи относительно обрабатываемого изделия сообщаются высокочастотные (ультразвуковые) колебания определенного направления, частоты и интенсивности. Ультразвуковые технологические машины относятся к общему классу вибрационных машин, однако они выделяются в отдельную группу по следующим основным причинам.

Первая определяется выявленными многочисленными экспериментами принципиальными особенностями поведения материалов и сред в ультразвуковом поле. Эти особенности проявляются в радикальном изменении наблюдаемых в эксперименте их упругопластических характеристик и реологических свойств. Так, например, сухое трение в зоне контакта двух поверхностей под влиянием ультразвуковой вибрации преобразуется в вязкое. При точении деталей резцом, которому сообщаются ультразвуковые колебания, происходит существенное уменьшение силы резания [2,4,5]. При прессовании, штамповке, волочении проволоки и труб [3,6] наложение ультразвуковой вибрации приводит к существенному уменьшению статических сил

Вторая причина обусловлена спецификой конструкции основных элементов машины, которые представляют собой стержневые колебательные системы, составленные, как правило, из неоднородных участков и работающие в режиме волноводов. По этой причине при описании колебаний отдельные элементы моделируются системами с распределенными параметрами и описываются дифференциальными уравнениями с частными производными. Поскольку такие колебательные системы обладают высокой добротностью, ультразвуковые машины могут эффективно работать только в резонансных режимах, позволяющих получить достаточные для проведения технологического процесса амплитуды колебаний рабочего органа.

При работе ультразвуковой технологической машины имеют места два вида нелинейных эффектов. Первый связан с упомянутым выше наблюдаемым изменением характеристик материала в ультразвуковом поле. Эти нелинейные эффекты получили объяснение [7,8] с помощью нелинейных динамических характеристик рассматриваемых технологических процессов. Второй вид нелинейных эффектов связан с обратным влиянием технологического процесса на динамические

характеристики колебательной системы. Эти эффекты выявляются в результате рассмотрения динамики системы, работающей на нелинейную технологическую нагрузку. В результате основные параметры процесса, включая среднюю скорость его протекания, характеризующую производительность машины, ее КПД и эффективность удается связать с основными параметрами машины.

На рис.1 показаны две обобщенные схемы ультразвуковых технологических машин. Здесь 1 – некоторая ультразвуковая колебательная система, рабочий орган 2 которой взаимодействует с технологической нагрузкой 3, моделирующей рабочий процесс. Схемы отличаются способом подачи системы. В схеме на рис.1,а подача производится с постоянной скоростью  $v$  от привода подачи. Такую подачу будем называть кинематической. В схеме на рис.1,б подача производится постоянной силой  $P$ . Такую подачу будем называть силовой. В конечном итоге способы отличаются тем, что в первом случае создаваемая приводом сила  $P$  подачи, а во втором – средняя скорость процесса  $v$  зависят от параметров колебаний и динамической характеристики процесса.

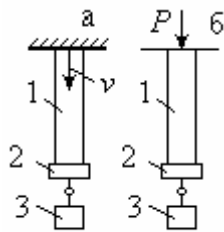


Рис. 1

Колебательная система считается линейной с известными динамическими характеристиками. Технологическая нагрузка создается вследствие взаимодействия рабочего органа с обрабатываемым изделием. Силу взаимодействия представим в виде силовой динамической характеристики  $f = f(u, \dot{u})$  рабочего процесса, связывающей действующую на изделие силу  $f$  с перемещением  $u$  и скоростью  $\dot{u}$  рабочего органа. Рассматривая движения рабочего органа вида

$$u(t) \approx vt + u^0(t) = vt + \hat{a} \exp(j\omega t), \quad (1)$$

где  $v$  – средняя скорость;  $u^0(t)$  – периодическая составляющие процесса,  $\hat{a}_l$  – комплексная амплитуда колебаний рабочего органа, проведем гармоническую линеаризацию нелинейной характеристики

$$f_l(u_l, \dot{u}_l) \approx P_l(v, a_l) + [k(v, a_l) + j\omega b(v, a_l)]u^0.$$

Здесь  $P(v, a)$  – постоянная составляющая силы взаимодействия инструмента с изделием. Коэффициенты  $k(v, a)$  и  $b(v, a)$  характеризуют эквивалентные упругую и диссипативную составляющие нелинейной нагрузки и определяют влияние технологического процесса на динамику колебательной системы.

Коэффициенты линеаризации вычисляются по формулам

$$P(v, a) = \frac{1}{T} \int_0^T f[u(t), \dot{u}(t)] dt, \quad (2)$$

$$k(v, a) = \frac{2}{T a_0} \int_0^T f[u(t), \dot{u}(t)] \cos \omega t dt, \quad b(v, a) = -\frac{2}{T \omega a_0} \int_0^T f[u(t), \dot{u}(t)] \sin \omega t dt. \quad (3)$$

Формула (2) дает связь постоянной составляющей силы  $P$  взаимодействия и скорости  $v$  процесса в зависимости от параметров колебаний.

Влияние ультразвука на процессы пластического деформирования и течения материалов исследовано в [7,8]. На рис 2 для примера показана динамическая характеристика процесса ультразвукового резания, которую можно представить в виде суммы двух составляющих  $f(u, \dot{u}) = f_1(u, \dot{u}) + f_2(u, \dot{u})$ , первая из которых (тонкие линии 1) зависит от упругопластических свойств обрабатываемого материала, а вторая  $f_2(u, \dot{u}) = \vartheta f_1(u, \dot{u}) \operatorname{sgn} \dot{u}$  пропорциональна первой (тонкие линии 2). Суммарная характеристика  $f(u, \dot{u}) = f_1(u, \dot{u})(1 + \vartheta \operatorname{sgn} \dot{u})$  показана жирной линией. К такому же виду приводится процесса ультразвукового волочения [9], по отношению к которому справедливы приведенные ниже результаты.

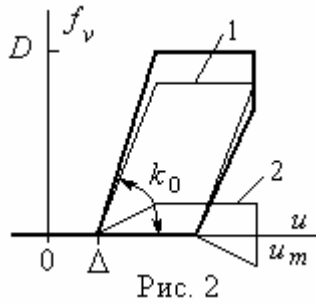


Рис. 2

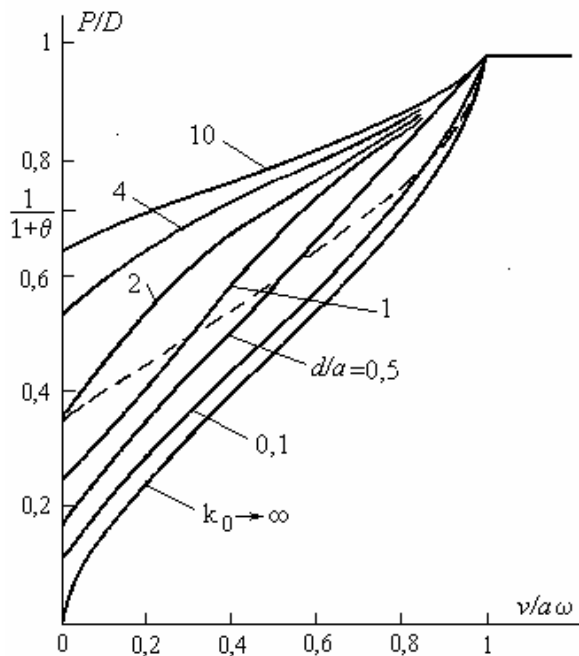


Рис. 3

На рис.3 показаны зависимости (2), дающие однозначную связь силы и скорости резания при различных значениях величины  $d/a = D_0 / a k_0$ , где  $D_0 = D / (1 + \vartheta)$ ,  $D$  – сила резания в отсутствии вибрации. Если амплитуда  $a$  и частота  $\omega$  колебаний рабочего органа известны, приведенные зависимости позволяют при кинематической подаче по заданной скорости  $v$  найти статическую силу  $P$ , а при силовой подаче по заданной силе  $P$  найти реализуемую скорость  $v$  процесса. Штриховая линия разделяет области непрерывного

(верхняя область) и виброударного (нижняя область) режимов колебаний, причем виброударные процессы являются более эффективными. Из рисунка видно, что при любом способе подачи эффект влияния ультразвука достигается при значениях скорости подачи  $v < a\omega$  и силы подачи  $P < D$ . Эти результаты согласуются с данными экспериментов. Наибольший эффект снижения статической силы резания достигается при

обработке жесткопластического материала  $k_0 \rightarrow \infty$ .

Рассмотрим теперь динамику ультразвуковой технологической машины. Пусть колебания рабочего органа машины при отсутствии технологической нагрузки известны  $u^*(t) = \hat{a}^*(\omega) \exp(j\omega t)$ , где  $\hat{a}^*(\omega)$  - комплексная амплитуда колебаний на холостом ходу. Тогда колебания в рабочем режиме опишем следующим уравнением

$$u(t) = u^*(t) - L(p)f(u, \dot{u}), \quad (p = \partial/\partial t) \quad (4)$$

где  $L(p)$  - оператор динамической податливости системы в точке действия нагрузки;

Учитывая характер рассматриваемых движений (1), проводя гармоническую линеаризацию (3) и полагая  $p = j\omega$ , для комплексной амплитуды колебаний рабочего органа под нагрузкой получим

$$\hat{a} = \frac{\hat{F}(\omega)}{W(j\omega) + k(v, a) + j\omega b(v, a)}, \quad (5)$$

где  $W(j\omega) = L^{-1}(j\omega)$  - известная динамическая жесткость;  $\hat{F}(\omega) = a^*(\omega)W(j\omega)$  - приведенная к рабочему органу сила возбуждения системы.

В [10] показано, что величины коэффициенты  $k$  и  $b$  можно представить в виде:

$$k(v, a) = \frac{D\omega}{\pi v} K\left(\frac{v}{a\omega}\right), \quad b(v, a) = \frac{D}{\pi v} B\left(\frac{v}{a\omega}\right) \quad (6)$$

Графики функций  $K(v/a\omega)$  и  $B(v/a\omega)$ , показаны на рис.4. Как видно, обе составляющие технологической нагрузки являются немонотонными функциями, которые обращаются в нуль при  $v/a\omega = 0$  и  $v/a\omega \geq 1$  и  $a\omega \rightarrow \infty$  и достигают своего максимума при  $v/a\omega = 0,5$  и  $v/a\omega = 0,8$  соответственно.

Эти особенности технологической нагрузки определяют специфику поведения ультразвукового технологического устройства, зависящую от способа подачи. В любом случае уравнение для нахождения амплитуды колебаний рабочего органа удобно представить в виде

$$a\omega = \left| \frac{\omega \cdot F(\omega)}{U(\omega) + k(v, a\omega) + j[V(\omega) + \omega b(v, a\omega)]} \right|, \quad (7)$$

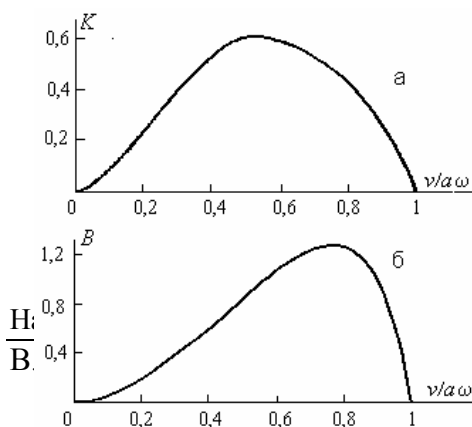


Рис. 4

где  $U(\omega) = \text{Re}W(j\omega)$ ,  $V(\omega) = \text{Im}W(j\omega)$ .

Для построения амплитудно-частотных характеристик в случае кинематической подачи воспользуемся следующим графическим приемом. Полагая в (12) величину  $k$  независимой переменной,

для фиксированных значений частоты  $\omega$  строятся графики зависимости  $a\omega$  от  $k$  (кривые 1, 2, 3 на рис.5,а), причем каждому значению  $k$  сопоставляется соответствующее значение  $b$  согласно зависимостям на рис.4. Точки пересечения этих кривых с графиком 4 обратной функции  $\omega a(k)$ , построенным с помощью рис.4, дают искомые решения. Описанная процедура позволяет построить амплитудно-частотную характеристику, как это показано жирной линией на рис.5,б.

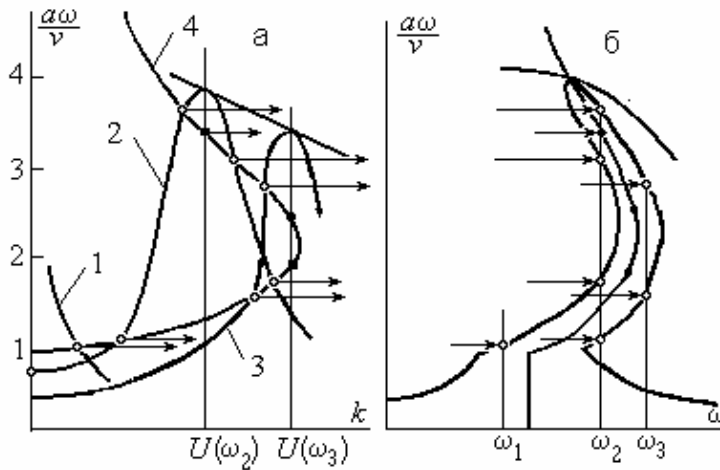


Рис. 5

Из рис.5 видно, что исследуемая система уравнений при различных частотах и определенных сочетаниях параметров может иметь одно, три или пять решений. Если вибрационная скорость рабочего органа  $a\omega \leq v$ , реализуются участки резонансной кривой линейной системы.

Максимум резонансной

кривой совпадает с точкой пересечения скелетной кривой и линии предельных амплитуд, уравнения которых имеют вид

$$2U(\omega) + k(v, a\omega) = 0, \quad a\omega = \frac{\omega F(\omega)}{V(\omega) + \omega b(v, a\omega)}.$$

Построение скелетной кривой показано на рис.5 затемненными точками. Сложность собственных свойств колебательной системы с нелинейной нагрузкой определяет разнообразие возможных конфигураций резонансных кривых, конкретный вид которых зависит от скорости резания, соотношения между упругими и диссипативными параметрами колебательной системы и технологической нагрузки, уровня внешнего возбуждения. Некоторые из возможных конфигураций резонансных кривых ультразвуковой технологической системы с кинематической подачей показаны на рис.6.

В ультразвуковых системах с силовой подачей средняя скорость процесса априори не известна, но она связана с заданной силой  $P$  подачи соотношением 2. Для жесткопластической характеристики график этого соотношения показан на рис. 3 кривой, отмеченной индексом  $k_0 \rightarrow \infty$ .

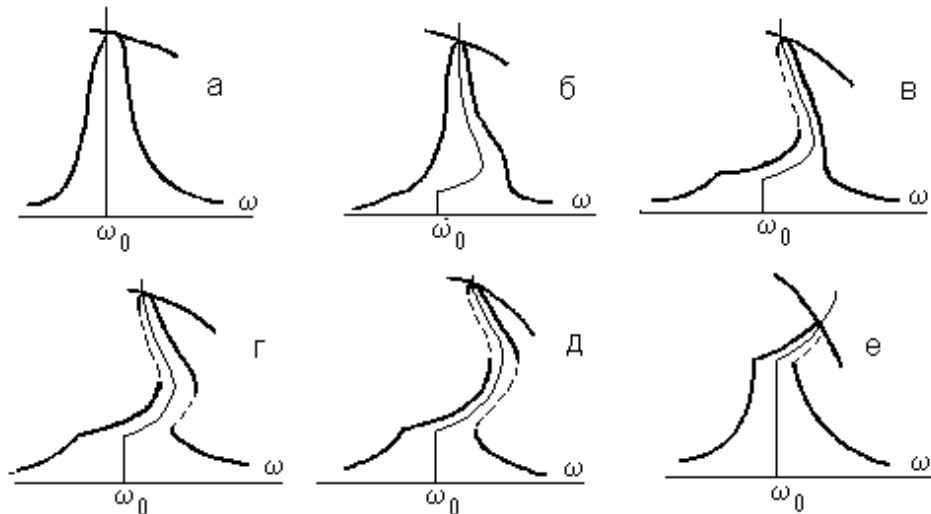


Рис. 6

По заданной силе  $P$  находится соответствующее значение величины  $(v/a\omega) = C_p$ , которая с помощью графиков на рис.4 дает соответствующие значения величин  $K = K_p$  и  $B = B_p$ . Теперь формулы (6) для коэффициентов линеаризации принимают вид

$$k(a) = \frac{D}{C_p \pi a} K_p, \quad b(a) = \frac{D}{C_p \pi a \omega} B_p, \quad (8)$$

а уравнение (7) для амплитуды колебаний рабочего органа

$$a = \left| \frac{F(\omega)}{U(\omega) + k(a) + j[V(\omega) + \omega b(a)]} \right| \quad (9)$$

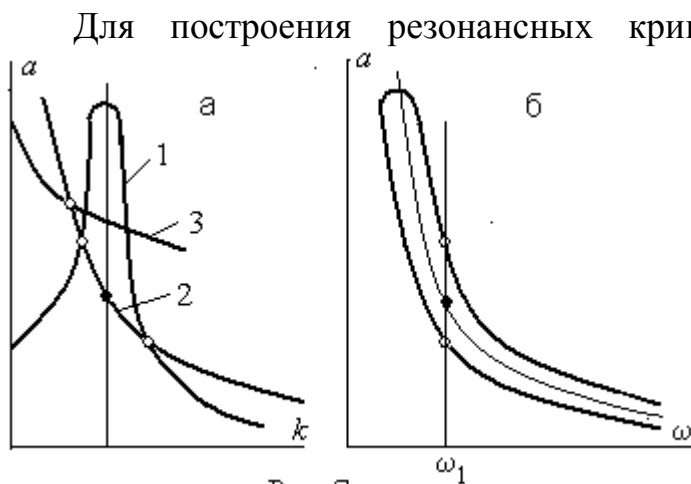


Рис. 7

Для построения резонансных кривых в этом случае ложно использовать тот же, что и выше, графический прием. Пример построения показан на рис 7,а. Полагая в (9) величину  $k$  независимой переменной, для фиксированных значений частоты  $\omega$  строятся графики зависимости  $a$  от  $k$  (кривые 1, 2). Точки пересечения этих кривых с

графиком функции

$$a = \frac{D}{C_p \pi k} K_p,$$

полученной из (8), (кривая 3) дают искомые решения. Таким образом строится амплитудно-частотная характеристика, как это показано жирной линией на рис.7,б. Тонкой линией показана скелетная кривая. Из рис.7



следует, что в случае силовой подачи в системе возможно существование либо одного, либо двух режимов, один из которых неустойчив.

На рис. 8 показаны возможные конфигурации резонансных кривых ультразвуковой технологической системы с силовой подачей при изменении силы подачи. При  $P = 0$ , т.е. на холостом ходу, имеем обычную амплитудно-частотную характеристику линейной колебательной системы. При увеличении силы подачи до некоторого критического значения  $P_{кр}$  характер резонансной кривой не меняется, а резонансная частота смещается в область более высоких частот. При превышении критического значения силы подачи происходит резкое изменение вида резонансной

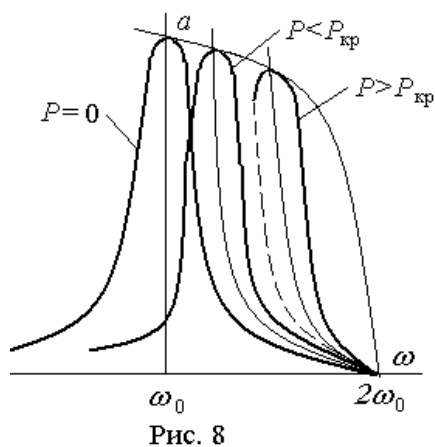


Рис. 8

кривой. Появляется неустойчивая ветвь, показанная штрихпунктирной линией. При этом выход на резонансный режим может быть осуществлен либо затягиванием колебаний из области более высоких частот, либо жестким запуском, сообщая системе дополнительную энергию. Тонкими сплошными линиями показаны скелетные кривые и огибающая резонансных амплитуд.

Отметим, что в данном случае картина подобна той, которая наблюдается в виброуларной системе с абсолютно жестким ограничителем при силовом прижатии системы [11].

Из приведенной общей картины изменения амплитудно-частотных характеристик очевидны те трудности, которые необходимо преодолеть при возбуждении резонансных режимов внешним вынуждающим воздействием. Именно эти трудности и непонимание физической картины происходящих процессов и являются основным препятствием широкого практического использования ультразвуковых технологических машин.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ультразвук. Маленькая энциклопедия. / Под ред. И.П. Голяминой. - М.: Советская энциклопедия, 1979. - 400 с.
2. Марков А.И. Ультразвуковая обработка материалов. – М.: Машиностроение, 1980. - 237 с.
3. Харитонович М.В., Эскин Г.И. Ультразвук в процессах пластической деформации металлов и сплавов. Обзор отечественной и зарубежной литературы 1955-1969 гг. – М.: ВИЛС, 1970. - 112 с.
4. Исаев А.И., Анохин В.С. Применение ультразвуковых колебаний инструмента при резании металлов – Вестник машиностроения, 1961, № 5, с.56– 62
5. Кумабэ Д. Вибрационное резание. – М.: Машиностроение, 1985. - 424 с.
6. Северденко В.П., Клубович В.В., Степаненко А.В. Ультразвук и пластичность.- Минск: Наука и техника, 1976. 446 с.
7. Асташев В.К. О влиянии ультразвука на процессы пластического деформирования. – Машиноведение, 1983, № 2, с. 3 – 12.
8. Асташев В.К. Влияние ультразвуковых колебаний резца на процесс резания. – Проблемы машиностроения и надежности машин, 1992, №3, с.81-86
9. Асташев В.К., Семенова Е.Б. Динамика устройства для ультразвукового волочения - Динамика виброударных (сильно нелинейных) систем. XIV Симпозиум. Сборник трудов. М.: ИМАШ. 2003. С.12-15
10. Astashhev V.K., Babitsky V.I. Ultrasonic cutting as a nonlinear (vibro-impact) process – Ultrasonics, 1998, №6, p. 89 – 96.
11. Асташев В.К., Бабицкий В.И. Резонансные колебания вязкоупругого стержня с ограничителем. – Известия АН СССР, МТТ, 1972, № 4, с. 176 – 182.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда  
Фундаментальных Исследований (Проект 05-08-50183).

Институт машиноведения РАН

Москва, Малый Харитоньевский пер., 4

Тел.: 924-58-74. Факс: 924-35-91. E-mail: [v\\_astashev@mail.ru](mailto:v_astashev@mail.ru)

*Поступила: 23 мая 2007 г.*