

УДК 534.1

## СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ АВТОРЕЗОНАНСНЫХ МАШИН

М.Е.Герц, М.М.Герц

Сформулирован метод синтеза, обобщающий результаты теоретических и экспериментальных исследований динамики и выбора параметров авторезонансных машин с различными типами приводов (вибровозбудителей). Приведен пример синтеза авторезонансной машины с электромагнитным вибровозбудителем. Предложена классификация авторезонансных машин по соотношению частот управляющего возбуждения на входе вибровозбудителя и колебаний рабочего органа. Метод синтеза может быть распространен также на станки автоматы, резонансные роботы и другие машины с циклическим режимом работы.

Метод основан на свойстве автоколебательных систем при изменении параметров (например, собственной частоты) менять частоту автоколебаний в пределах (часто не малых), значительно превышающих резонансные зоны вынужденных колебаний при фиксированной частоте возбуждения.

1. На первом этапе по заданным частоте  $\omega^*$ , амплитуде  $a^*$  колебаний рабочего органа массы  $M$  и диапазону рабочих частот  $\Delta\omega, \omega^* \in [\Delta\omega]$  предварительно определяются *параметры вибровозбудителя и колебательной системы машины* (с присоединенной механической частью вибровозбудителя). Тип вибровозбудителя считается заданным. При определении минимальной амплитуды силы  $F$ , необходимой для выбора конкретного вибровозбудителя, используется решение задачи о стационарных режимах вынужденных колебаний механической системы с известными числом степеней свободы и параметрами рабочего процесса. В общем случае задача состоит в определении минимума  $F$  при  $\omega^* = const$ ,  $a^* = const$ , как функции многих переменных (параметров механической системы).

В линейных “системах с малой диссипацией” минимумы с точностью до величин первого порядка малости совпадают с собственными частотами механической системы [1]. При эквивалентной линеаризации нелинейностей этот минимум будет соответствовать нахождению точки  $a^*, \omega^*$  на одной из скелетных кривых системы. Примером точного решения задачи является линейный осциллятор с вязким демпфированием. Минимум амплитуды  $F$  достигается при точном равенстве частот: собственной  $\omega_0$  и гармонического возбуждения  $\omega$ , ( $\omega_0 = \omega$ ). Этот минимум существует и при большом коэффициенте сопротивления  $B > 2\omega_0 M$ .

2. На втором этапе по ограничениям на параметры определяются *предельные характеристики машины*. Этот этап связан с тем, что приводы (вибровозбудители, двигатели, усилители мощности и т.д.) выбираются, как правило, из серийных моделей, которые имеют ограничения на входные и выходные параметры. Ограничения могут также относиться к механической системе (прочность) и качеству машины (экономичность).

Для каждого из ограничений по динамической модели привода с колебательной системой (с рабочим процессом) аналогично п.1 определяются параметры, обеспечивающие минимальную величину ограничения. Предельной характеристикой считается совокупность значений максимально достижимых амплитуд колебаний  $a$

рабочего органа при каждом ограничении и соответствующем выборе параметров механической системы в диапазоне  $\Delta\omega$ . По минимальным амплитудам (минимум из нескольких значений) предельных характеристик для всех ограничений предварительно определяются параметры машины.

В пределах частотного диапазона эти минимумы могут относиться к разным ограничениям (отрезкам разных характеристик). В системах с малой диссипацией минимумы при разных ограничениях могут соответствовать разным резонансам системы в целом или её частей. Для следующих ограничений ранее были получены некоторые из предельных характеристик для машин с приводами п.п. 3,4.

а) Ограничение на амплитуду электрического тока или амплитуду давления в пневматических и гидравлических приводах соответствует и пропорционально ограничению амплитуды обобщенной силы, действующей на механическую часть машины. В электроприводах это связано с допустимой температурой нагрева обмоток или с усилителем на входе вибровозбудителя, в пневмо- и гидроприводах - с заданным давлением в магистрали.

Предельная характеристика определяется при действии гармонической силы с постоянной амплитудой, соответствующей величине ограничения. Здесь и в дальнейшем ограничение принимается равным амплитуде первой гармоники периодического воздействия. В примере п.1 при рациональных параметрах  $\omega_0 = \omega$  предельной характеристикой является линия предельных амплитуд  $a = F / \omega_0 B$ .

в) Ограничение амплитуды управляющего возбуждения соответствует ограничению электрического напряжения на входе вибровозбудителя и связано с возможным пробоем изоляции обмоток, а также со свойствами усилителя и сети. В пневмо и гидроприводах - это ограничение расхода, определяемого регулируемым сечением дросселя на входе.

Можно изменить предельные характеристики машины введением парциальной частоты электрической части (конденсатора), согласование парциальных частот и предельные характеристики для примера п.3 получены в [2], Характеристику по п.2а можно улучшить с выбором парциальной частоты вибровозбудителя равной заданной в п.1. В этом случае существенным будет также следующий подпункт.

в) Ограничение на амплитуду относительных колебаний между механической частью вибровозбудителя и колебательной системой или между другими массами [3].

г) Ограничения на среднюю мощность и КПД машины [4].

При точном определении характеристик они являются достаточными, но не необходимыми, условиями соблюдения ограничений.

В данном пункте целесообразно сравнить резонансную и нерезонансную машины, например, с помощью коэффициента эффективности, равного отношению амплитуд колебаний в обоих случаях. Известен пример, в котором при ограничении б) в системе с двумя степенями свободы возможен больший коэффициент у нерезонансной машины [4].

В некоторых случаях для получения предельных характеристик после соответствующего пересчета могут использоваться известные решения оптимальных задач с ограничениями [5-7].

Следует отметить отличие результатов синтеза и настройки частоты вынужденных колебаний машины на максимальную амплитуду колебаний. Если в примере п.1 при синтезе  $\omega_0 = \omega$ , то при настройке максимум амплитуды существует только при малом демпфировании  $B \ll 2\omega_0 M$  и  $\omega^2 = \omega_0^2 - B^2 / 2M^2$ . При настройке достижение заданных  $a^*, \omega^*$  требует большей амплитуды силы возбуждения  $F$ .

Предложенная в п.п. 1,2 методика позволила также выбрать рациональные параметры вращательных пневмоприводов [8], она применима к проектированию вибротехники без обратных связей.

3. Заключительным пунктом является *структурный синтез по первому приближению машины с обратной связью*, раскрываемый на следующем примере.

Динамическая модель вибротехники (рис.1) включает электромагнит с магнитопроводом 1 и якорем 2 массы  $M$ , связанным с основанием плоскими пружинами 3 общей жесткостью  $K$  и вязким демпфером с коэффициентом сопротивления  $B$ . К обмотке электромагнита с индуктивностью  $L(x)$ , в функции координаты якоря  $x$ , и сопротивлением  $R$  через конденсатор емкости  $C$  с зарядом  $q$  на нем (координата привода) приложено напряжение  $E$ , формируемое обратной связью по параметрам движения привода и колебательной системы.

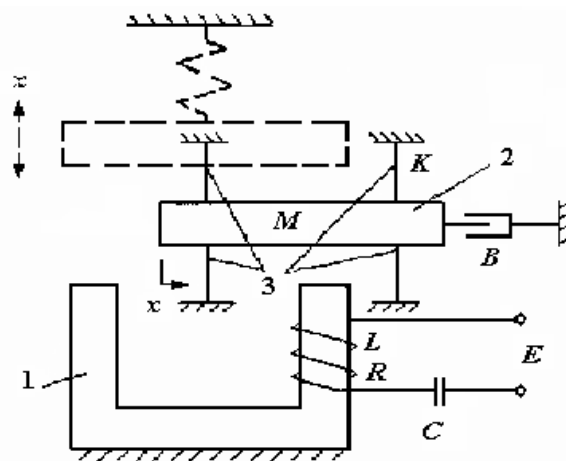


Рис. 1

Необходимо определить функцию

$E(q, \dot{q}, x, \dot{x}, \ddot{x})$  при  $\omega = \omega^*$ ,  $A = A^*$  и нескольких ограничениях п.2. В функцию  $E$  входят только переменные, доступные непосредственному измерению с помощью информационно-измерительных преобразователей (датчиков). Решением является функция  $E(q, \dot{q}, x, \dot{x}, \ddot{x})$ , введение которой вместо гармонического возбуждения не изменило бы параметров стационарных режимов вынужденных колебаний.

а) Уравнения первого приближения в стандартной форме для вынужденных колебаний  $E = E_0 \cos \omega t$ ,  $\omega$  - частота, получены в [2] после осреднения уравнений Лагранжа – Максвелла.

Последние с учетом принятых допущений в исходных переменных имеют вид :

$$M\ddot{x} + B\dot{x} + Kx = -H\dot{q}^2 / 2, \quad (1)$$

$$L_0\ddot{q} + R\dot{q} - H(x\dot{q})' + C^{-1}q = E,$$

где  $L(x) = L(0) - \alpha x_0^{-1} L(0)x$ ,  $\alpha \ll 1$  - безразмерная величина,  $L_0 = L(0)$ ,

$H = \alpha L_0 / x_0$ ,  $x_0 = \text{const} > 0$ . Уравнения (1) справедливы и для машин с изменением зазора и колебаниями якоря в направлении, перпендикулярном рассмотренному (пунктир на рис.1).

б) Система уравнений, которой должно отвечать решение, получается после введения потокосцепления  $\Psi = L(x)\dot{q}$ , и  $\Psi_0 = \text{const} > 0$ ,  $\omega_x = \text{const} > 0$ , приведения (1) к стандартной форме заменой переменных

$$z = A \cos \chi, z' = -\zeta A \sin \chi, \quad u = \eta D \cos v, u' = -D \sin v, \quad (2)$$

осреднения и обеспечения равенств амплитуд и частот автоколебаний соответствующим параметрам стационарных режимов вынужденных колебаний при  $\omega = \omega^*$ ,  $A = A^*$ ,  $D = D^*$ ,  $\vartheta_1 = \vartheta_1^*$ ,  $\vartheta_2 = \vartheta_2^*$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} E(u, \psi, z, z', z'') \cos v dv &= E_0 \cos \vartheta_2^* \\ \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} E(u, \psi, z, z', z'') \sin v dv &= -E_0 \sin \vartheta_2^* \end{aligned} \quad (3)$$

где штрихом обозначено дифференцирование по безразмерному времени  $\tau = \omega_x t$ ;

$$e = \omega_x^{-1} \Psi_0^{-1} E_0 \cos \omega \omega_x^{-1} \tau; \varphi' = \omega / \omega_x; z = x_0^{-1} x; \psi = \Psi_0^{-1} \Psi; r = \omega_x^{-1} L_0^{-1} R; \eta^2 = (\omega_x^2 L_0 C)^{-1};$$

$$u = \omega_x^{-1} \Psi_0^{-1} C^{-1} q; \zeta^2 = \omega_x^{-2} M^{-1} K; \gamma = \omega_x^{-1} M^{-1} B; \mu = x_0^2 \omega_x^{-2} L_0^1 M^{-1} \Psi_0^1; r \ll 1, \gamma \ll 1,$$

$$e = \omega_x^{-1} \Psi_0^{-1} E_0 \ll 1 \text{ - малые, } \vartheta_1 = 2\nu - \chi, \vartheta_2 = \varphi - \nu, \vartheta_3 = 2\varphi - \chi \text{ - медленные переменные;}$$

$$\vartheta_1 = 2\nu - \chi, \vartheta_2 = \varphi - \nu, \vartheta_3 = 2\varphi - \chi \text{ - малые расстройки.}$$

В левых частях (3) учитываются только члены первого порядка малости, величины  $E_0, \vartheta_2^*$  определяются в п.2. Заметим, что при использовании эквивалентной (гармонической) линеаризации система уравнений аналогична (3) с переменными, явно зависящими от времени.

За исключением частных случаев, приведенных в числе других в конце работы в п.4, не удастся найти решение, справедливое для всех точек заданного диапазона  $\Delta\omega$ , при котором амплитуда автоколебаний при изменении параметров машины соответствовала бы точкам одной из предельных характеристик. Кроме того, в различных частях диапазона могут нарушаться другие ограничения. Поэтому, окончательный выбор решения делается при анализе автоколебаний. В настоящей работе найдены структуры обратной связи для ограничений а) и б) п.2 и решение для первого из них.

Ограничение 2а) на амплитуду тока  $\dot{q}$  в примере соответствует ограничению амплитуды  $D$  потокосцепления  $\psi$ . Некоторые из решений (3) в этом случае имеют вид

$$\begin{aligned} E(q, \dot{q}, x, \dot{x}, \ddot{x}) &= SC^{-1} q \operatorname{sgn} x; SR \dot{q} \operatorname{sgn} \dot{x}; SE_0 \operatorname{sgn} xq; SE_0 \operatorname{sgn} \dot{x}\dot{q}; \\ Sx_0^{-1} C^{-1} (xq - \beta x^3 q^3); Sx_0^{-1} C^{-1} xq; Sx_0^{-1} \omega_x^{-1} R \dot{x}\dot{q}; Sx_0^{-1} \omega_x^{-2} C^{-1} \ddot{x}\dot{q}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $S = const$  - безразмерный коэффициент,  $\beta = const$  - размерность  $\text{м}^2 \text{Кл}^{-2}$ . Наличие в (4) величин  $C, R$  и  $E_0$  не предполагает их измерение при работе машины. Все константы в (4) могут быть также объединены в соответствующие размерные коэффициенты, определяемые (3).

в) При анализе динамики машины с обратной связью  $E(q, \dot{q}, x, \dot{x}, \ddot{x}) = SC^{-1} q \operatorname{sgn} x$  выражение для стационарных режимов автоколебаний имеет вид

$$A = -\frac{4S}{\alpha\pi} - \frac{2r}{\alpha\eta} \sqrt{1 + \frac{4(2\eta - \zeta)^2}{(2r + \gamma)^2}}, \quad (-1 \ll S < 0) \quad (5)$$

Показано, что стационарные режимы авторезонансной машины с параметрами -  $\eta = 1; \alpha = 0,3; \mu = 1; S = 0,5; \gamma = 0,12$  -обладают асимптотической устойчивостью при изменении собственной частоты механической системы  $\zeta \in [1,4;2,6]$ , то есть во всей области допустимого по соображениям малости п.3 изменения  $\zeta$ . Амплитуды (5) не слишком отличались от предельной характеристики 2а) и в большей части диапазона превосходили амплитуды вынужденных колебаний при постоянной частоте возбуждения. Интересно, что автоколебания устойчивы без ограничения величины координаты привода  $q$  в обратной связи. Следует отметить, что вынужденные колебания системы с указанными параметрами вблизи и при резонансе (т. О) неустойчивы [2].

Динамика аторезонансных машин с электромагнитным вибровозбудителем исследовалась в [9,10], в последней – для больших расстроек п. 3б или при быстрой переменной координате привода. Все синтезированные обратные связи (5) значительно проще, чем в [9].

Ниже показана группа решений задачи синтеза, которая для данной машины справедлива при двух ограничениях 2а) и 2б), причем для последнего ограничения амплитуды напряжения  $E$  решений (4) не существует. Общими для всех трех резонансов системы [2] решениями (3) являются

$$E(q, \dot{q}, x, \dot{x}, \ddot{x}) = S_1 \operatorname{sgn} \dot{q}, S_1 \operatorname{sgn} q(t-t_1), SR(\dot{q} - \beta_1 \dot{q}^3), SC^{-1}[q(t-t_1) - \beta_2 q^3(t-t_1)], \\ SC^{-1}[2q(t-t_1) + |q(t-t_1) - q_1| - |q(t-t_1) + q_1|],$$

где  $S = const$  - безразмерная величина,  $S_1 = const$  - размерность В,  $t_1 = const$  - величина запаздывания сек,  $\beta_1 = const$  - размерность  $A^{-2}$ ,  $\beta_2 = const$  - размерность Кл $^{-2}$ ,  $q_1 = const$  - размерность Кл $^{-2}$ . Обеспечение возбуждения автоколебаний на заданном (рациональном по п.2) резонансе может потребовать специальных мер [11].

4. Предлагается классификация авторезонансных машин по режиму работы, то есть по величине отношения частоты возбуждения на входе вибровозбудителя к частоте стационарных колебаний рабочего органа в первом приближении [12]. Обратные связи в приведенных далее примерах могут быть получены в результате решения задачи синтеза п.п. 1,2,3.

а) Если частота возбуждения в целое число раз меньше частоты колебаний, как в рассмотренной машине, где отношение равно 1/2, то это- авторезонансная машина с *супергармоническим* режимом работы или *супергармоническая* авторезонансная машина.

б) Наиболее известны авторезонансные машины с отношением частот равным 1, например с магнитострикционным и электродинамическим вибровозбудителями (экспериментально получены частоты от 1Гц до 21 кГц ) [13-15] (рис.2,3), т.е. с *синхронным* режимом работы или *синхронные* аторезонансные машины.

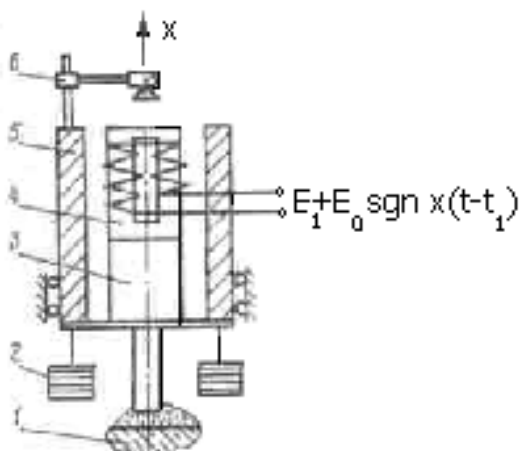


Рис.2

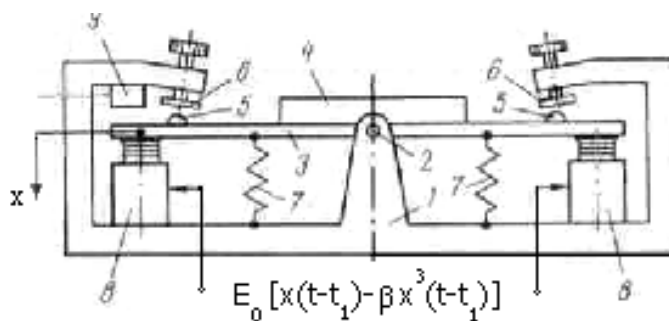


Рис.3

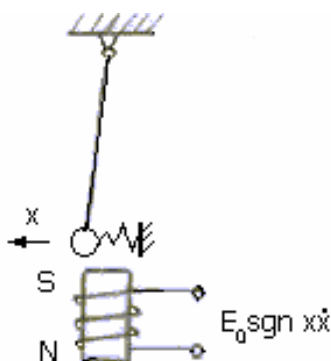


Рис.4

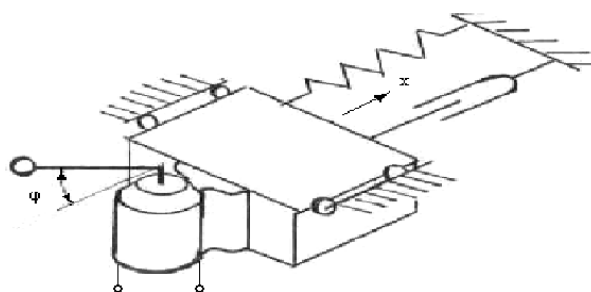


Рис.5

в) К динамической модели авторезонансной машины с *субгармоническим* режимом работы или *субгармонической* авторезонансной машины (частота возбуждения в целое число раз больше частоты колебаний, в примере в 2 раза) [16] может быть приведена машина с электромагнитным с постоянным магнитом вибровозбудителем (рис.4).

г) К машинам с другими, чем указанными выше, отношениями частот - авторезонансным машинам с *асинхронным* режимом работы или *асинхронным* авторезонансным машинам - относится машина с дебалансным вибровозбудителем и двигателем постоянного тока (отношение частот равно 0) [17] (рис.5.).

*Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (Проект 05-08-50183).*

## Литература

1. Коловский М.З. Автоматическое управление виброзащитными системами. М.: Наука, 1976. 320 с.
2. Герц М.Е., Фельдман Д.С. Предельные характеристики резонансной машины с электромагнитным вибровозбудителем // Машиноведение. 1995. № 3. С. 110-117.
3. Асташев В.К., Бабицкий В.И. Способы настройки резонансных машин// Машиноведение. 1982. №5. С. 3-9.
4. Герц М.Е. Предельные возможности и эффективность резонансных машин// Машиноведение. 1984. №5. С. 15-22.
5. Лавендел Э.Э. Синтез оптимальных вибромашин. Рига. Зинатне, 1970. 252 с.
6. Бабицкий В.И., Ковалева А.С. Оптимальное управление в резонансных манипуляционных системах // Машиноведение. 1986. №2. С. 21-25.
7. Израилович М.Я. Управление периодическими режимами механических систем с учетом динамики двигателя // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2000. №5. С. 94-101.
8. Герц Е.В., Герц М.Е. Предельные характеристики вращательных пластинчатых пневмодвигателей // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2003. №5, С. 25-29.
9. Фельдман Д.С. Колебания в электромеханической системе с параметрическим возбуждением // Машиноведение. 1996. № 3. С. 22-29.
10. Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны. М.: Наука. Физматлит, 1997. 496с.
11. Герц М.Е. Авторезонансное возбуждение высших форм колебаний механических объектов // Машиноведение. 1979. №6. С. 3-11.
12. Герц М.Е., Герц М.М. Синтез авторезонансных машин // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2006. №2. С. 22-27.
13. Асташев В.К., Герц М.Е. Возбуждение и стабилизация резонансных колебаний ультразвуковых стержневых систем // Акустический журнал. 1976. Том. 22 вып. 2 С. 192-200.
14. Герц М.Е., Макаров Н.С., Тресвятский А.Н. Экспериментальное исследование авторезонансных колебаний виброударной системы с электродинамическим приводом // Машиноведение. 1989. № 3. С. 62-69.
15. Герц М.Е. Авторезонансные колебания в системе с инерционным самовозбуждением // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1994. № 6. С. 3-9.
16. Герц М.Е. Возбуждение колебаний механической системы с управляемым параметром // Машиноведение. 1982. № 5. С. 10-19.
17. Герц М.Е., Герц М.М. Авторезонансные колебания в системе с ограниченным возбуждением //Изв. РАН. Механика твердого тела. 2003. № 1. С. 52-56.

*Институт машиноведения РАН, Россия, Москва*

*Поступила: 14.04.08.*