

УДК 539.3

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИКЛИЧЕСКОГО УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ СТАЛЕЙ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ

И. А. Волков, И.Ю. Гордлеева, И. С. Тарасов

### АННОТАЦИЯ

*Развита математическая модель, описывающая процессы сложного пластического деформирования конструкционных материалов (металлов и их сплавов) при монотонных и циклических непропорциональных путях комбинированного термосилового нагружения. В целях качественной и количественной оценки развитых определяющих соотношений проведено исследование вида траектории деформирования на циклическое упругопластическое поведение металлов. Показано, что развитый вариант определяющих соотношений качественно и количественно отражает основные эффекты циклического упругопластического деформирования металлов при произвольных траекториях деформирования.*

**1. Введение.** Долгое время исследования в области механики деформируемых сред в основном были направлены на разработку уравнений состояния, описывающих эффекты деформирования для различных процессов истории изменения механической нагрузки и температуры. Стимулом к их разработке, с одной стороны, являлась практическая необходимость оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов конструкций в условиях эксплуатации, а с другой – появление ЭВМ и мощных современных методов решения краевых задач механики сплошных сред, таких как, например, метод конечных элементов (МКЭ), позволяющих определять НДС конструктивных элементов и конструкций в целом практически для любых сложных функциональных зависимостей между тензорами напряжений и деформаций при произвольных сложных режимах термосилового нагружения.

В настоящее время становится актуальной проблема расчётной оценки совместных процессов деформирования и разрушения для ответа на вопрос: где и в какой момент времени при заданной истории изменения нагрузки и температуры в теле впервые, возникнут макроскопические трещины и как эти трещины будут развиваться в дальнейшем? Поскольку процессы накопления повреждений тесно связаны с кинетикой НДС, то точность расчётных оценок прочности и ресурса конструктивных элементов будет зависеть от того, насколько данные уравнения состояния адекватно описывают кинетику НДС в заданных условиях эксплуатации. Такие параметры процесса вязкопластического деформирования, как длина и вид траектории деформирования, вид напряжённого состояния, история его изменения и другие, существенно влияют на скорости протекания процессов накопления повреждений. Можно сказать, что в настоящее время развитие уравнений состояния и, в частности, уравнений термовязкопластичности, должно определяться

потребностями механики разрушения и должно быть направлено на описания основных эффектов, существенно влияющих на скорости процессов накопления повреждений. Цель исследований в данной области – не столько уточнение различных формулировок, необходимых для определения макроскопических деформаций по заданной истории нагружения, сколько стремление разобраться в основных закономерностях процессов определяющих и подготавливающих разрушение.

Исследование закономерностей вязкоупругопластического деформирования конструкционных материалов имеет принципиальное значение и для развития фундаментальных основ теории пластичности. Несмотря на общее значительное количество работ по исследованию закономерностей упругопластического деформирования материалов при сложном нагружении, большинство экспериментов выполнено для монотонных процессов по многозвенным ломанным и плоским криволинейным траекториям деформирования постоянной кривизны [1-6]. Экспериментов для сложных траекторий, включая плоские и пространственные траектории переменной кривизны и кручения, экспериментов на сложное циклическое деформирование материалов выполнено в настоящее время значительно меньше [5-7, 12, 13]. В то же время для проверки физической достоверности определяющих соотношений теории пластичности необходимо проведение расчётов по развитым модельным представлениям и сопоставление полученных численных результатов с экспериментальными данными на широком классе сложных траекторий деформирования произвольной кривизны и кручения при монотонных и циклических режимах нагружения. Результаты таких исследований могут быть также использованы при конкретизации скалярных функций и функционалов, входящих в определяющие соотношения термовязкопластичности.

К настоящему моменту выполнено много экспериментальных исследований по циклическому одноосному деформированию конструкционных материалов. Эксперименты свидетельствуют о их сложном циклическом поведении. Например, при жёстком деформировании с постоянной амплитудой деформации, как правило, в начале наблюдается переходная стадия циклического упрочнения или разупрочнения материала, после которой для некоторых сталей наблюдается стационарирование петли гистерезиса. При изменении амплитуды вновь возникает переходная стадия, а затем стационарирование петли происходит относительно нового значения [12, 13, 15-19]. Экспериментальные исследования показывают, что непропорциональное циклическое деформирование существенно отличается от пропорционального и эти процессы нельзя описать, пользуясь экспериментальными результатами одноосных или пропорциональных нагружений [12, 13, 17-19].

В работе [12] приведены результаты экспериментов по циклическому нагружению тонкостенных трубчатых образцов из стали 316 (растяжение – сжатие и знакопеременное кручение) по квадратной и круговой траекториям. Показано, что циклическое упрочнение для круговой и квадратной траектории превосходит упрочнение при одноосном-растяжении сжатии уже на 20-м цикле при той же амплитуде эквивалентных деформаций равной 0,1 %.

Аналогичные экспериментальные исследования показали [5, 13, 17], что материал почти не проявляющий свойства упрочнения при пропорциональном де-

формировании, заметно упрочняется при непропорциональном вследствие развития микроскопических механизмов преобразования структуры материала.

Ниже сформулирована математическая модель термопластичности, описывающая основные эффекты сложного пластического деформирования металлов при монотонных и циклических непропорциональных путях термосилового нагружения и представлены результаты численного моделирования процессов сложного пластического деформирования образцов из стали 40Х16Н9Г2С при циклическом пропорциональном и непропорциональном нагружении. Полученные результаты сравниваются с данными экспериментов. Проведение таких расчётов и сопоставление полученных численных результатов с имеющимися в литературе экспериментальными данными позволяет оценить степень адекватности и границы применимости (степень физической достоверности) развитых определяющих соотношений. Результаты таких исследований могут быть также использованы при определении (конкретизации) материальных параметров, скалярных функций и функционалов, входящих в определяющие соотношения вязкопластичности.

**2. Определяющие соотношения.** Определяющие соотношения термопластичности базируются на следующих основных положениях [8]:

- тензоры деформаций  $e_{ij}$  и скоростей деформаций  $\dot{e}_{ij}$  включают упругие деформации  $e_{ij}^e, \dot{e}_{ij}^e$  (не зависящие от истории нагружения и определяющиеся конечным состоянием процесса) и пластические -  $e_{ij}^p, \dot{e}_{ij}^p$  (зависящие от истории процесса нагружения), т. е. обратимые и необратимые составляющие;
- начальная поверхность текучести для различных температур описывается поверхностью в форме Мизеса. Эволюция изменения поверхности текучести описывается изменением ее радиуса  $C_p$  и перемещением ее центра  $\rho_{ij}$ ;
- справедлив принцип градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения;
- изменение объема тела упруго;
- рассматриваются начально изотропные среды. Учитывается только анизотропия, вызванная процессами пластического деформирования.

При формулировке определяющих соотношений тензоры напряжений  $\sigma_{ij}$  и деформаций  $e_{ij}$  и их приращения разложим на шаровые  $\sigma, \Delta\sigma, e, \Delta e$  и девиаторные  $\sigma'_{ij}, \Delta\sigma'_{ij}, e'_{ij}, \Delta e'_{ij}$  составляющие:

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \sigma\delta_{ij}, \Delta\sigma_{ij} = \Delta\sigma'_{ij} + \Delta\sigma\delta_{ij}, \sigma = \frac{\sigma_{kk}}{3};$$

$$e_{ij} = e'_{ij} + e\delta_{ij}, \Delta e_{ij} = \Delta e'_{ij} + \Delta e\delta_{ij}, e = \frac{e_{kk}}{3};$$

где  $\delta_{ij}$  - тензор Кронеккера.

В упругой области связь между шаровыми и девиаторными составляющими тензоров напряжений и деформаций устанавливается с помощью закона Гука:

$$\sigma = 3K[e - \alpha(T - T_0)], \sigma_{ij} = 2Ge'_{ij}$$

$$\Delta\sigma = 3K[\Delta e - \Delta(\alpha T)] + \frac{\Delta K}{K}\sigma, \quad (1)$$

$$\Delta\sigma'_{ij} = 2G\Delta e'_{ij} + \frac{\Delta G}{G}\sigma'_{ij}$$

где  $T$  - температура,  $T_0$  - начальная температура,  $K(T)$  - модуль объемного сжатия,  $G(T)$  - модуль сдвига,  $\alpha(T)$  - коэффициент линейного температурного расширения материала.

Для описания эффектов монотонного и циклического деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность текучести, уравнение которой имеет вид:

$$F_s = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0, S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij} \quad (2)$$

Для описания сложных циклических режимов деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность циклической "памяти". Уравнение поверхности "памяти", позволяющее при расчетах отделить монотонные процессы деформирования от циклических имеет вид:

$$F_\rho = \rho_{ij}\rho_{ij} - \rho_{\max}^2 = 0 \quad (3)$$

где  $\rho_{\max}$  - максимальный за историю нагружения модуль  $\rho_{ij}$ .

Примем, что структура эволюционного уравнения для радиуса поверхности текучести имеет вид [8]:

$$\dot{C}_p = [q_\chi H(F_\rho) + a(Q_s - C_p)\Gamma(F_\rho)]\dot{\chi} + q_3\dot{T} \quad (4)$$

$$C_p = C_p^0 + \int_0^t \dot{C}_p dt, \dot{\chi} = \left(\frac{2}{3}\dot{e}'_{ij}\dot{e}'_{ij}\right)^{1/2}, \chi_m = \int_0^t \dot{\chi} H(F_\rho) dt, \chi = \int_0^t \dot{\chi} dt$$

$$q_\chi = \frac{q_2 A \psi_1 + (1-A)q_1}{A\psi_1 + (1-A)}, Q_s = \frac{Q_2 A \psi_2 + (1-A)Q_1}{A\psi_2 + (1-A)}, 0 \leq \psi_i \leq 1, i=1,2 \quad (5)$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, n_{ij}^e = \frac{\dot{e}'_{ij}}{(\dot{e}'_{ij}\dot{e}'_{ij})^{1/2}}, n_{ij}^s = \frac{S_{ij}}{(S_{ij}S_{ij})^{1/2}}$$

$$H(F_\rho) = \begin{cases} 1, F_\rho = 0 \wedge \rho_{ij}\dot{\rho}_{ij} \geq 0 \\ 0, F_\rho < 0 \vee \rho_{ij}\dot{\rho}_{ij} < 0 \end{cases}, \Gamma(F_\rho) = 1 - H(F_\rho) \quad (6)$$

Здесь  $q_1, q_2, q_3$  - модули изотропного упрочнения,  $Q_1$  и  $Q_2$  - модули циклического изотропного упрочнения,  $a$  - постоянная, определяющая скорость процесса стационарирования петли гистерезиса циклического деформирования материала,  $Q_s$  - стационарное значение радиуса поверхности текучести при данных  $\rho_{\max}$  и  $T$ ,  $C_p^0$  - начальное значение радиуса поверхности текучести.

В уравнении (4) первый член описывает изотропное упрочнение в результате монотонного пластического деформирования ( $H(F_\rho) = 1$  и  $\Gamma(F_\rho) = 0$ ), второй член описывает циклическое упрочнение материала ( $H(F_\rho) = 0$  и  $\Gamma(F_\rho) = 1$ ), а третий - изменение радиуса поверхности текучести при изменении температуры.

Модуль изотропного упрочнения  $q_\chi$  учитывает изменение изотропного упрочнения материала в зависимости от направления деформирования в данной точке траектории – угла  $\theta$  между вектором приращения девиатора деформаций, имеющим направляющие косинусы  $n_{ij}^e$ , и нормалью к поверхности текучести в точке, определяемой направляющими косинусами  $n_{ij}^s$ . При пропорциональном нагружении  $\theta = 0$ ,  $A = 0$  и  $q_\chi = q_1$ , где -  $q_1$  модуль изотропного упрочнения материала при пропорциональном нагружении (одноосном растяжении образца). При непропорциональном нагружении с углом  $\theta = \pi/2$ ,  $A = 1$  и  $q_\chi = q_2$ , где  $q_2$  - модуль упрочнения при нагружении по касательной к поверхности текучести (“нейтральное” нагружение).

Аналогично, в (5) для циклического изотропного упрочнения при циклическом пропорциональном нагружении  $\theta = 0$  и  $Q_s = Q_1$ , а при циклическом непропорциональном нагружении  $\theta = \pi/2$  и  $Q_s = Q_2$ . Тарировочные (весовые) коэффициенты  $\psi_1$  и  $\psi_2$  - параметры, позволяющие корректировать влияние модулей  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $Q_1$  и  $Q_2$  на изотропное упрочнение материала.

При стационарном циклическом деформировании материала с постоянной амплитудой деформаций и  $T = const$  ( $\rho_{max} = const$ ,  $Q_s = const$ ), радиус поверхности текучести  $C_p$  стремится к  $Q_s = const$ , и параметры петли гистерезиса стремятся к своему стационарному значению, определяемому значением  $Q_s$  зависящим от текущих значений  $T$  и  $\rho_{max}$ .

Уравнение для смещения поверхности текучести основано на гипотезе А. А. Ильюшина, заключающейся в том, что упрочнение зависит от истории деформирования лишь на некоторой ближайшей части траектории (запаздывание векторных свойств). Эволюция внутренней переменной  $\rho_{ij}$ , описывающей анизотропию упрочнения пластического деформирования, принимается в виде [8]:

$$\dot{\rho}_{ij} = g_1 \dot{e}_{ij}^p - g_2 \rho_{ij} \dot{\chi} - g_3 \rho_{ij} \dot{T}, \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij} dt \quad (7)$$

где  $g_1 > 0$ ,  $g_2 > 0$  и  $g_3 > 0$  - модули анизотропного упрочнения.

Для описания эволюции поверхности «памяти» необходимо сформулировать эволюционное уравнение для  $\rho_{max}$ :

$$\dot{\rho}_{max} = \frac{(\rho_{ij} \dot{\rho}_{ij}) H(F_\rho)}{(\rho_{mn} \rho_{mn})^{1/2}} - g_2 \rho_{max} \dot{\chi} - g_3 \rho_{max} \dot{T} \quad (8)$$

Второй член (8) описывает затухание памяти о предыдущем циклическом деформировании материала.

Соотношения (6) и (8) позволяют автоматически отделить циклическое нагружение от монотонного с помощью операторов  $H(F_\rho)$  и  $\Gamma(F_\rho)$ .

Компоненты тензора скоростей пластических деформаций определяются из закона градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения:

$$\dot{e}_{ij}^p = \lambda S_{ij} \quad (9)$$

где  $\lambda$  - коэффициент пропорциональности, определяемый из условия прохождения новой поверхности текучести в конце этапа нагружения через конец вектора девиатора напряжений.

Определение материальных параметров  $q_1, q_3, g_1, g_2$  и  $g_3$  проводится на базе испытаний цилиндрических трубчатых образцов по специальным циклическим программам испытаний на одноосное растяжение - сжатие [8].

Для определения  $Q_1$  проводятся испытания на блочное циклическое симметричное нагружение с заданной амплитудой деформаций в каждом блоке до стабилизации петли гистерезиса на каждом уровне амплитуд деформаций. Параметр  $a$  в (4) определяется из условия наилучшей аппроксимации экспериментальных закономерностей стремления  $C_p$  к установившемуся состоянию.

Для определения  $q_2$  в (5) необходим эксперимент на сложное нагружение: растяжение до некоторого значения  $e_{11}^{p*}$  и последующее кручение с построением траектории напряжений в пространстве  $\sigma_{11} - \sigma_{12}$ .

Для определения  $Q_2$  в (5) необходим эксперимент на двухблочное циклическое деформирование с одинаковой заданной интенсивностью амплитуды деформаций в каждом блоке. Первый блок – симметричное циклическое нагружение (растяжение - сжатие) до стационарирования петли гистерезиса, второй – последующее циклическое симметричное нагружение образца (кручением) до стабилизации петли гистерезиса.

Определение основных характеристик процесса упругопластического деформирования материала (параметров состояния), которые в общем случае описываются тензорами  $\sigma_{ij}, e_{ij}, e_{ij}^p, \rho_{ij}$  и скалярами  $\chi, C_p$ , и  $T$ , может осуществляться двумя способами [9,10].

Первый способ заключается в интегрировании определяющих соотношений по времени, для выполнения которого можно использовать любой из методов решения задачи Коши [9]. Это достаточно точный метод нахождения решений дифференциальных уравнений, но при решении краевых задач, например с помощью МКЭ возникают сложности из-за значительного увеличения времени вычисления процесса.

Второй способ [10] при соответствующей формулировке определяющих соотношений и линеаризации алгоритма определения  $\lambda$  сводится к написанию уравнений термопластичности в приращениях, которые зависят от выбранного шага  $\Delta t$ . Шаг по времени  $\Delta t$  может корректироваться при прохождении сложных участков траектории деформирования (например, излома траектории) или же за-

даваться постоянным в течении всего расчётного времени при условии устойчивости вычислений. Такой подход [9] наиболее удобен при решении краевых задач механики деформируемого твёрдого тела и используется в данной работе.

### 3. Сравнение численных результатов с экспериментальными данными.

Для более полного экспериментального обоснования и проверки физической достоверности определяющих соотношений теории пластичности необходима постановка экспериментов с максимально широким диапазоном изменения кривизны траектории в пределах одного опыта. Особый интерес представляют опыты по изучению процессов циклического деформирования материала и связанных с этим закономерностей изменения их скалярных и векторных свойств. Таким образом, постановка экспериментов по сложному циклическому нагружению материалов, численный анализ этих процессов является весьма актуальными.

Эксперименты были выполнены при нормальной температуре  $T = 20^{\circ}C$  на тонкостенных круговых цилиндрических оболочках, имеющих толщину стенки  $h = 1\text{мм}$ , радиус срединной поверхности  $R = 15\text{мм}$  и длину рабочей части  $l = 6R = 90\text{мм}$ . Материал образцов сталь 40X16H9Г2С.

При проведении испытаний в пространстве напряжений на комплексе СН-ЭВМ [5,6] диапазон изменения скоростей нагружения составлял  $\dot{\sigma} = 0,02 - 0,1 \text{ МПа/с}$ .

Образцы нагружались по заданной программе испытаний осевой силой  $P$ , внутренним давлением интенсивности  $q$  и крутящим моментом  $M$ . Компоненты тензоров напряжений и деформаций в рабочей части образца вычислялись по формулам:

$$\sigma_{11} = \frac{P}{F} = \frac{P}{2\pi R h}, \quad \sigma_{22} = \frac{qR}{h}, \quad \sigma_{12} = \frac{M}{2\pi R^2 h}, \quad \sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$$

$$\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22}), \quad e_{11} = \frac{\Delta l}{l}, \quad e_{22} = \frac{\Delta R}{R}, \quad e_{12} = \frac{\varphi R}{2l}$$

где  $\varphi$  - угол закручивания.

Физико-механические характеристики и материальные параметры модели термопластичности для стали 40X16H9Г2С приведены в табл. 1-3.

Таблица 1. Физико-механические параметры стали 40X16H9Г2С при  $T = 20^{\circ}C$

$K$ (МПа)	116789
$G$ (МПа)	60220
$E$ (МПа)	154162
$\alpha$ ( $1/\text{град}$ )	0,0000166
$C_p^0$ (МПа)	150
$g_1$ (МПа)	25500
$g_2$	300
$a$	15

Таблица 2. Значения модуля монотонного упрочнения  $q_1$  (МПа) стали 40X16H9Г2С при  $T = 20^{\circ}C$ .

$\chi$	0	0,003	0,004	0,006	0,007	0,008	0,009	0,01	0,012	0,015	0,018	0,021	0,023	0,3	0,4
$q_1$	-3000	-500	200	600	700	800	900	950	1000	1000	1000	1000	985	750	0

Таблица 3. Значения модуля циклического упрочнения  $Q_1(\rho_{\max})$  (МПа) стали 40X16N9Г2С при  $T = 20^{\circ}\text{C}$ .

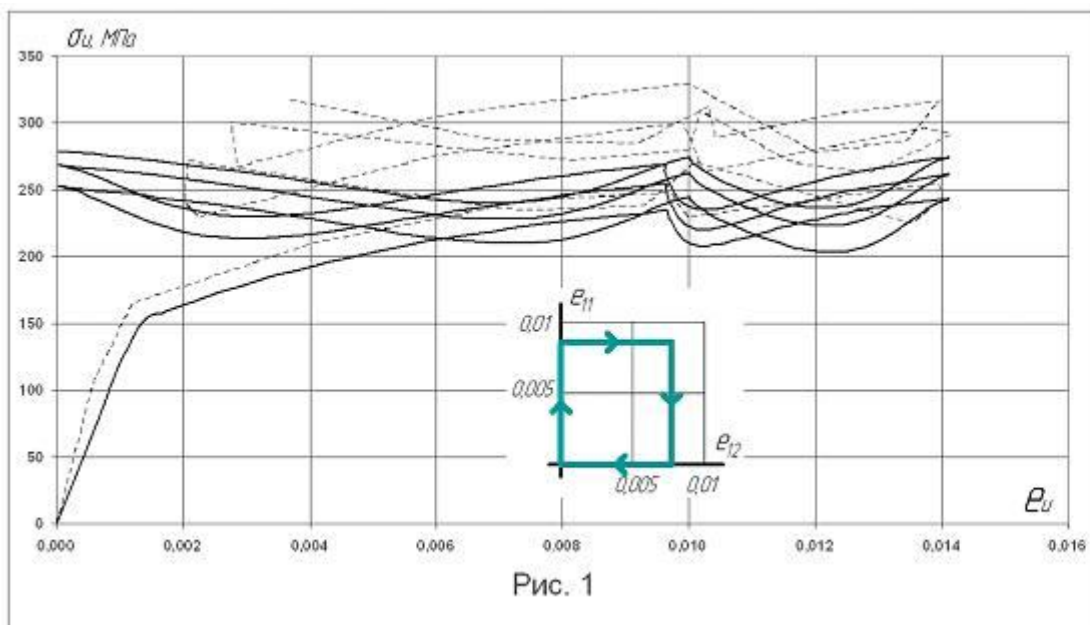
$\rho_{\max}$	0	32,09	50	54,5	66,38	73,6	81,4	96,1	100	104,5	112,8	147	150
$Q_1$	195,1	204,7	210,1	211,5	215	217,2	220,5	226,7	228,4	230,3	272,6	300	300

При численном моделировании экспериментальных процессов с использованием развитой модели термопластичности заданными являлись экспериментальные траектории деформаций (закономерности изменения компонент тензора деформаций  $e_{ij}(t)$ ), а траектории напряжений получались в результате интегрирования определяющих соотношений термопластичности по заданной истории изменения  $e_{ij}$  («жёсткое нагружение»).

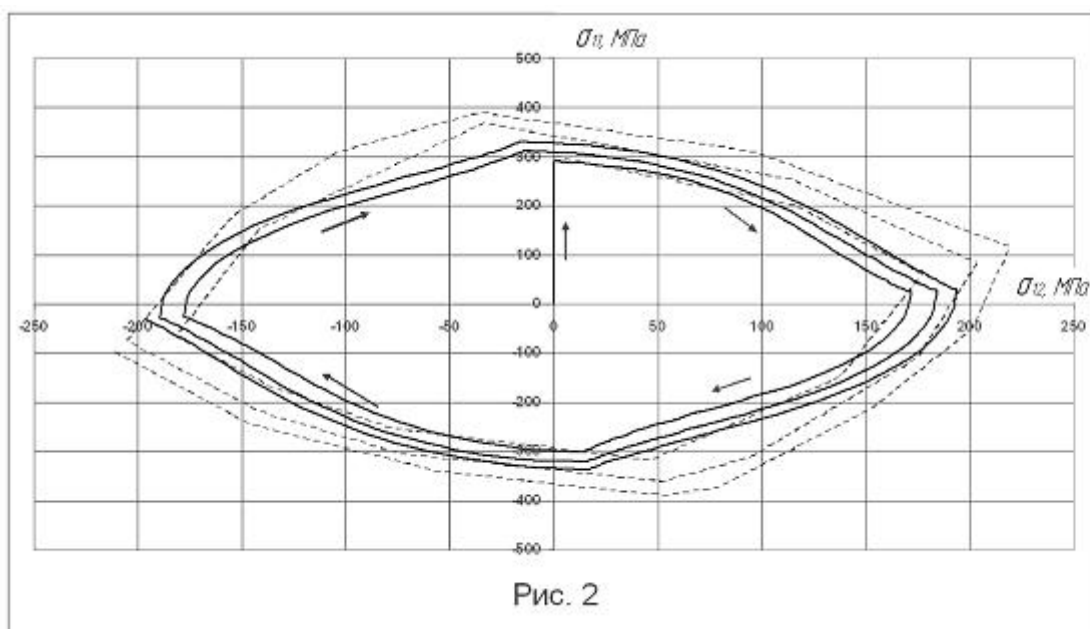
Полученные численные результаты сопоставлялись с экспериментальными данными.

Одним из вариантов упрочнения материалов является циклическое деформирование по замкнутым многозвенным ломаным траекториям. Причём достигаемая степень упрочнения материала, как показывают опыты [5], зависит не только от параметров процесса деформирования, но и от свойств самого материала. На рис. 1 показана диаграмма сложного деформирования материала (зависимость интенсивности тензора напряжений  $\sigma_u$  от интенсивности тензора деформаций  $e_u$ ), а на рис. 2 траектория напряжений, соответствующая реализованной в пространстве деформаций четырёхзвенной замкнутой ломаной траектории деформирования. Осуществлено три полных цикла нагружения. Пунктирной линией отмечены опытные данные [5], а сплошной – численные результаты, полученные с помощью развитых определяющих соотношений. Видно качественное и количественное совпадение опытных и расчётных данных.

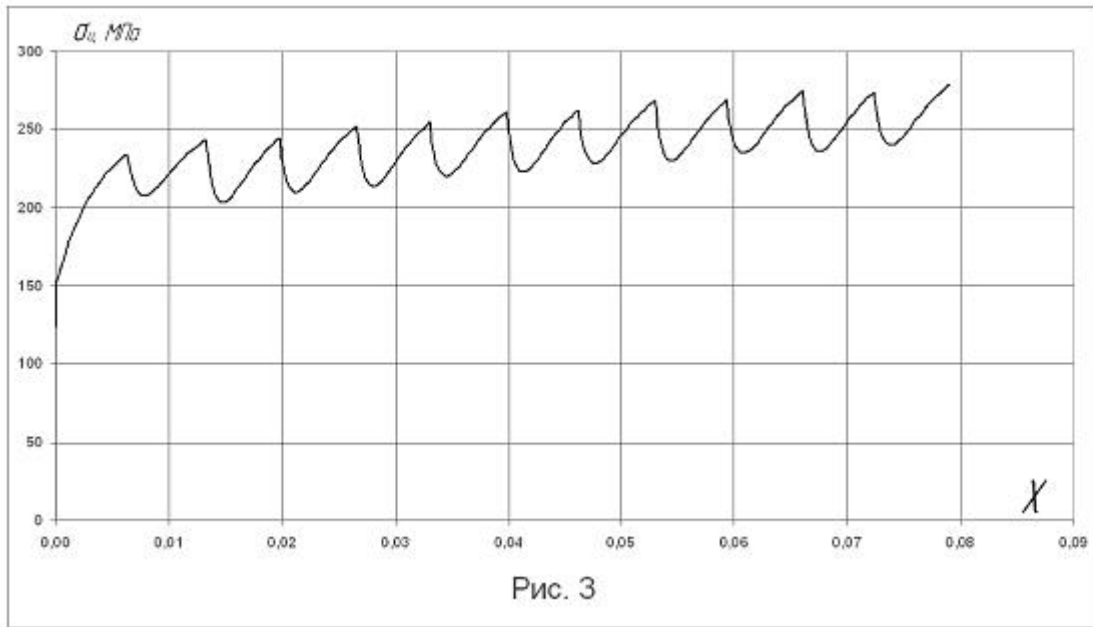




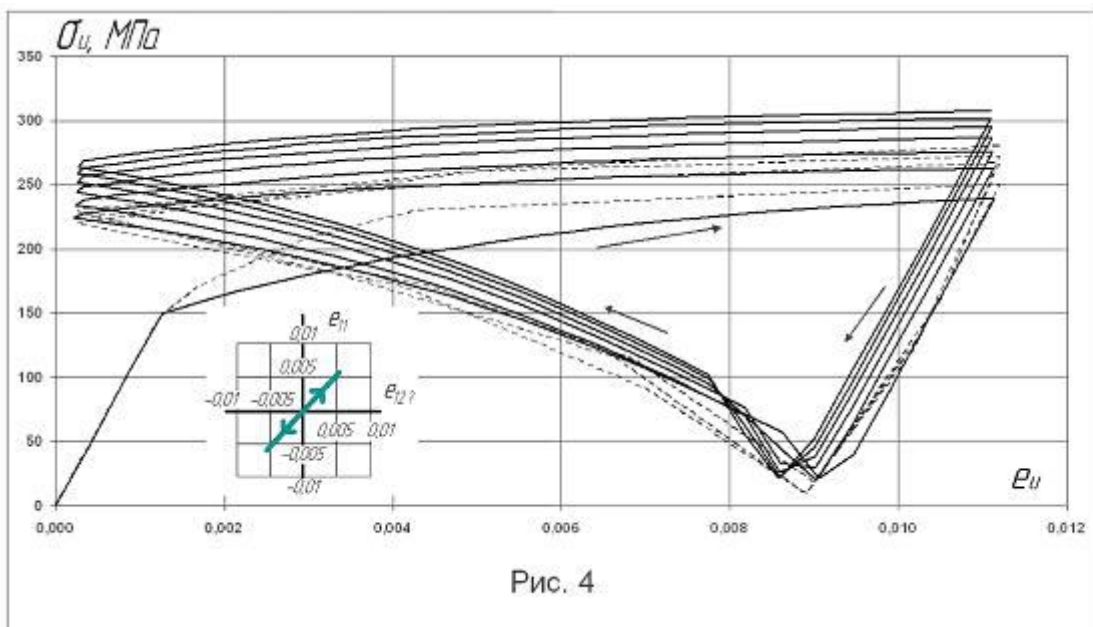
Как видно из рис. 1 в конце третьего цикла стабилизации параметров напряжённого состояния всё же не произошло. При этом в начале второго звена третьего цикла увеличения модуля вектора напряжений составило 34% по сравнению с его значением в начале второго участка первого этапа нагружения.

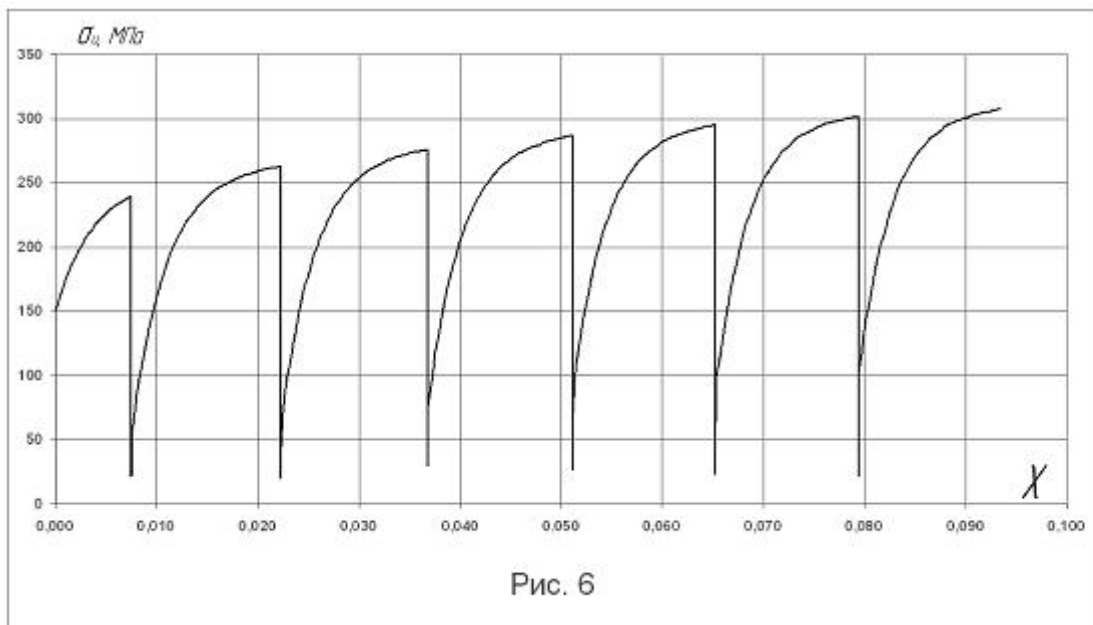
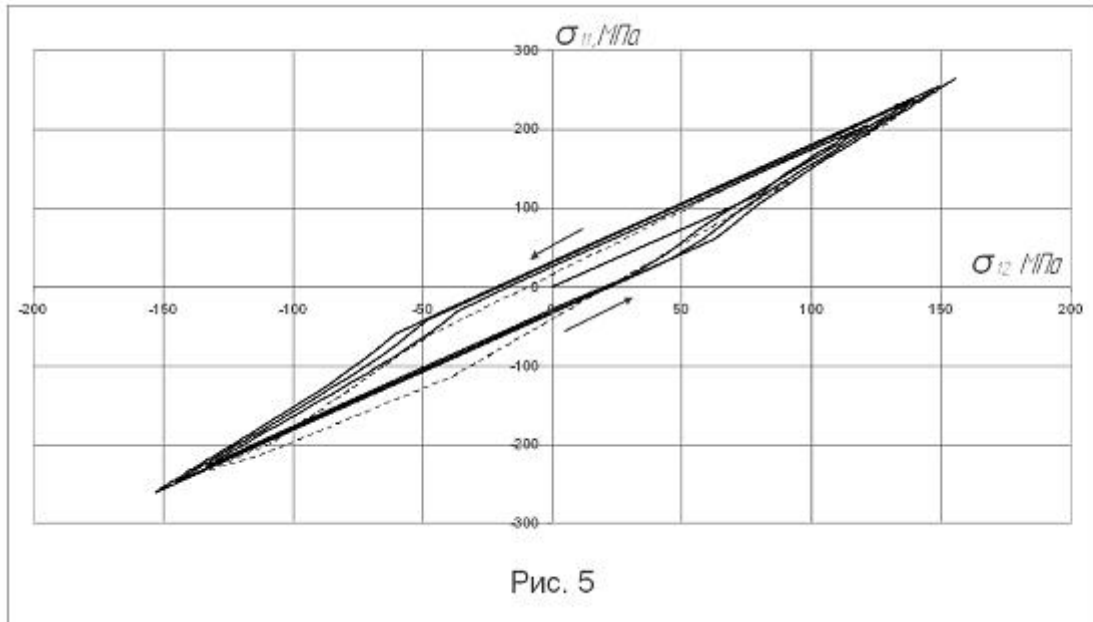


На рис. 3 представлена зависимость  $\sigma_u$  от длины траектории пластического деформирования материала  $\chi$ .

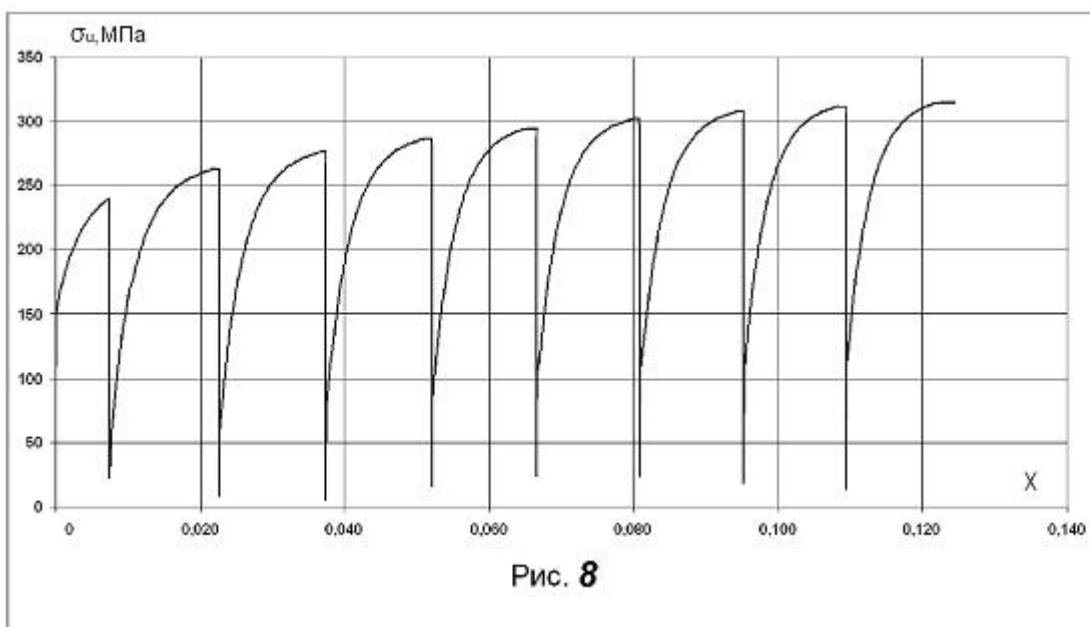
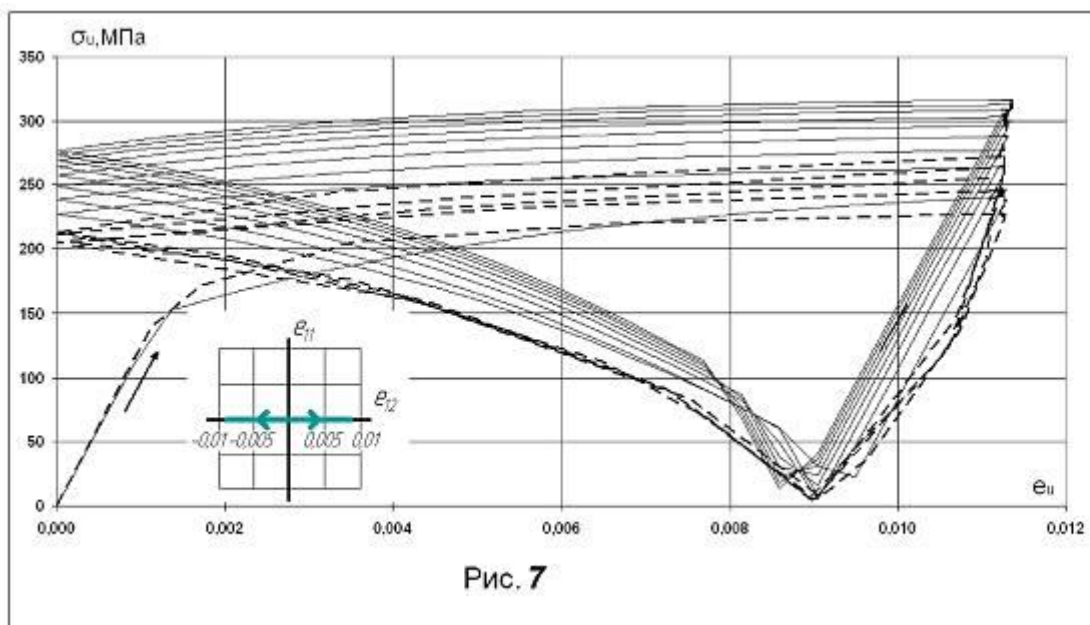


При пропорциональном деформировании данного материала с углом наклона  $45^\circ$  в плоскости  $e_{11} - e_{12}$  (рис. 4 - 6) при аналогичном максимальном модуле вектора деформаций упрочнение после трёх циклов составило 12%. Причём, как видно из представленных рисунков во втором и третьем примерах стабилизации параметров напряжённого состояния происходит практически при в конце второго цикла нагружения.





В тоже время деформирование данного материала по замкнутым траекториям пропорционального деформирования (рис. 7,8) с углами излома  $180^{\circ}$  (знакопеременное кручение) приводит к существенно меньшему упрочнению. Сопоставление величин модуля вектора напряжений в одинаковых по значениям деформаций точкам на первом и четвёртом циклах показало, что упрочнение составило 17% (в два раза меньше чем в первом случае).



Таким образом, деформирование по плоским замкнутым траекториям непропорционального нагружения можно рекомендовать в качестве эффективного варианта упрочнения для конструкционных материалов.

**4. Заключение.** Представлен вариант математической модели для расчёта параметров процессов сложного пластического деформирования конструкционных материалов при монотонных и циклических путях комбинированного термосилового нагружения. Данная модель позволяет учитывать упрочнение материала при монотонном и циклическом непропорциональном деформировании материала. Проведена оценка адекватности определяющих соотношений термопластичности путём сопоставления результатов численных экспериментов с эксперимен-

тальными данными для траекторий непропорционального деформирования, которая подтвердила правильность моделирования процессов циклического упруго-пластического деформирования.

### Литература

1. *Дегтярев В.П.* Пластичность и ползучесть машиностроительных конструкций. - М.: Машиностроение, 1967. – 131 с.
2. *Жуков А.М.* Некоторые особенности поведения металлов при упругопластическом деформировании. - Вопросы теории пластичности. - М.: АН СССР, 1961. - с. 30-57.
3. *Лебедев А.А., Ковальчук Б.И., Кульчицкий Н.М.* Экспериментальное исследование процессов деформирования стали по двухзвенным траекториям. - Проблемы прочности, 1988, с. 7-10.
4. *Ohasi Y., Tanaka E.* Plastic behavior of mild steel along orthogonal trilinear strain trajectory in three-dimensional vector space of strain deviator. - Transactions of the ASME, 1981, V. 103, № 4, p. 287-292.
5. *Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гаранников В.В.* Экспериментальная пластичность. Книга 1. Процессы сложного деформирования. - Тверь: Изд-во ТГТУ, 2003. – 172 с.
6. *Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гаранников В.В.* Экспериментальная пластичность. Книга 2. Процессы сложного нагружения. - Тверь: Изд-во ТГТУ, 2004. – 184 с.
7. *Завахайко А.А., Можаровский Н.С.* О характеристиках прочности и пластичности при сложных путях нагружения. - Проблемы прочности, 1992, с. 90-93.
8. *Казаков Д.А., Капустин С.А., Коротких Ю.Г.* Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1999. – 226 с.
9. *Маковкин Г.А.* Сравнительный анализ параметров непропорциональности сложного упругопластического деформирования. Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. - Н. Новгород: ННГУ, 1999, с.30-36.
10. *Коротких Ю.Г., Волков И.А., Гордлеева И.Ю.* Моделирование процессов упругопластического деформирования сталей при сложном нагружении. Устойчивость, ползучесть при сложном нагружении. - Тверь: Изд-во ТГТУ, 2000, с. 60-65.
11. *Гусенков А.П.* Прочность при изотермическом и неизотермическом малоцикловом нагружении. – М.: Машиностроение, 1983. – 269с.
12. *Охаси.* Неупругое поведение стали 316 при многоосных непропорциональных циклических нагружениях при повышенной температуре. - Теоретические основы инженерных расчетов, 1985, Т. 107, № 2, с. 6 - 15.
13. *Охаси.* Пластическое деформирование нержавеющей стали типа 316 под действием несинфазных циклов по деформации. - Теоретические основы инженерных расчетов, 1985, №4, с. 61-73.
14. *Соси.* Модели разрушения при многоосной усталости. - Теоретические основы инженерных расчетов. – 1988. - № 9. – С. 9 - 21.

15. *Исследование* малоцикловой прочности при высоких температурах / под. ред. С. В. Серенсена // . – М.: Наука, 1975.
16. *Коллинз Дж.* Повреждение материалов в конструкциях. Анализ. Предсказание. Предотвращение. – М.: Мир, 1984.
17. *Лэмба.* Пластичность при циклическом нагружении при непропорциональных траекториях. - Теор. основы расчетов, 1980, Т. 100, № 1, с. 108 - 126.
18. *Макдауэлл.* Экспериментальное изучение структуры определяющих уравнений для непропорциональной циклической пластичности. - Теоретические основы инженерных расчетов, 1985, №4, с. 98-111.
19. *Бернард – Конноли.* Усталость коррозионностойкой стали 304 при испытаниях в условиях многоступенчатой контролируемой деформации. - Теоретические основы инженерных расчетов, 1983, №3, с. 47-53.

*Волжская государственная академия водного транспорта, г. Нижний Новгород, Россия.*

*Поступила: 26.05.08.*