

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИКЛИЧЕСКОГО УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ СТАЛЕЙ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ

И. А. Волков, И.Ю. Гордлеева, И. С. Тарасов

АННОТАЦИЯ

Развита математическая модель, описывающая процессы сложного пластического деформирования конструкционных материалов (металлов и их сплавов) при монотонных и циклических непропорциональных путях комбинированного термосилового нагружения. В целях качественной и количественной оценки развитых определяющих соотношений проведено исследование вида траектории деформирования на циклическое упругопластическое поведение металлов. Показано, что развитый вариант определяющих соотношений качественно и количественно отражает основные эффекты циклического упругопластического деформирования металлов при произвольных траекториях деформирования.

1. Введение. Долгое время исследования в области механики деформируемых сред в основном были направлены на разработку уравнений состояния, описывающих эффекты деформирования для различных процессов истории изменения механической нагрузки и температуры. Стимулом к их разработке, с одной стороны, являлась практическая необходимость оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов конструкций в условиях эксплуатации, а с другой – появление ЭВМ и мощных современных методов решения краевых задач механики сплошных сред, таких как, например, метод конечных элементов (МКЭ), позволяющих определять НДС конструктивных элементов и конструкций в целом практически для любых сложных функциональных зависимостей между тензорами напряжений и деформаций при произвольных сложных режимах термосилового нагружения.

В настоящее время становится актуальной проблема расчётной оценки совместных процессов деформирования и разрушения для ответа на вопрос: где и в какой момент времени при заданной истории изменения нагрузки и температуры в теле впервые, возникнут макроскопические трещины и как эти трещины будут развиваться в дальнейшем? Поскольку процессы накопления повреждений тесно связаны с кинетикой НДС, то точность расчётных оценок прочности и ресурса конструктивных элементов будет зависеть от того, насколько данные уравнения состояния адекватно описывают кинетику НДС в заданных условиях эксплуатации. Такие параметры процесса вязкопластического деформирования, как длина и вид траектории деформирования, вид напряжённого состояния, история его изменения и другие, существенно влияют на скорости протекания процессов накопления повреждений. Можно сказать, что в настоящее время развитие уравнений состояния и, в частности, уравнений термовязкопластичности, должно определяться

потребностями механики разрушения и должно быть направлено на описания основных эффектов, существенно влияющих на скорости процессов накопления повреждений. Цель исследований в данной области – не столько уточнение различных формулировок, необходимых для определения макроскопических деформаций по заданной истории нагружения, сколько стремление разобраться в основных закономерностях процессов определяющих и подготавливающих разрушение.

Исследование закономерностей вязкоупругопластического деформирования конструкционных материалов имеет принципиальное значение и для развития фундаментальных основ теории пластичности. Несмотря на общее значительное количество работ по исследованию закономерностей упругопластического деформирования материалов при сложном нагружении, большинство экспериментов выполнено для монотонных процессов по многозвенным ломанным и плоским криволинейным траекториям деформирования постоянной кривизны [1-6]. Экспериментов для сложных траекторий, включая плоские и пространственные траектории переменной кривизны и кручения, экспериментов на сложное циклическое деформирование материалов выполнено в настоящее время значительно меньше [5-7, 12, 13]. В то же время для проверки физической достоверности определяющих соотношений теории пластичности необходимо проведение расчётов по развитым модельным представлениям и сопоставление полученных численных результатов с экспериментальными данными на широком классе сложных траекторий деформирования произвольной кривизны и кручения при монотонных и циклических режимах нагружения. Результаты таких исследований могут быть также использованы при конкретизации скалярных функций и функционалов, входящих в определяющие соотношения термовязкопластичности.

К настоящему моменту выполнено много экспериментальных исследований по циклическому одноосному деформированию конструкционных материалов. Эксперименты свидетельствуют о их сложном циклическом поведении. Например, при жёстком деформировании с постоянной амплитудой деформации, как правило, в начале наблюдается переходная стадия циклического упрочнения или разупрочнения материала, после которой для некоторых сталей наблюдается стационарирование петли гистерезиса. При изменении амплитуды вновь возникает переходная стадия, а затем стационарирование петли происходит относительно нового значения [12, 13, 15-19]. Экспериментальные исследования показывают, что непропорциональное циклическое деформирование существенно отличается от пропорционального и эти процессы нельзя описать, пользуясь экспериментальными результатами одноосных или пропорциональных нагружений [12, 13, 17-19].

В работе [12] приведены результаты экспериментов по циклическому нагружению тонкостенных трубчатых образцов из стали 316 (растяжение – сжатие и знакопеременное кручение) по квадратной и круговой траекториям. Показано, что циклическое упрочнение для круговой и квадратной траектории превосходит упрочнение при одноосном-растяжении сжатии уже на 20-м цикле при той же амплитуде эквивалентных деформаций равной 0,1 %.

Аналогичные экспериментальные исследования показали [5, 13, 17], что материал почти не проявляющий свойства упрочнения при пропорциональном де-

формировании, заметно упрочняется при непропорциональном вследствие развития микроскопических механизмов преобразования структуры материала.

Ниже сформулирована математическая модель термопластичности, описывающая основные эффекты сложного пластического деформирования металлов при монотонных и циклических непропорциональных путях термосилового нагружения и представлены результаты численного моделирования процессов сложного пластического деформирования образцов из стали 40Х16Н9Г2С при циклическом пропорциональном и непропорциональном нагружении. Полученные результаты сравниваются с данными экспериментов. Проведение таких расчётов и сопоставление полученных численных результатов с имеющимися в литературе экспериментальными данными позволяет оценить степень адекватности и границы применимости (степень физической достоверности) развитых определяющих соотношений. Результаты таких исследований могут быть также использованы при определении (конкретизации) материальных параметров, скалярных функций и функционалов, входящих в определяющие соотношения вязкопластичности.

2. Определяющие соотношения. Определяющие соотношения термопластичности базируются на следующих основных положениях [8]:

- тензоры деформаций e_{ij} и скоростей деформаций \dot{e}_{ij} включают упругие деформации e_{ij}^e, \dot{e}_{ij}^e (не зависящие от истории нагружения и определяющиеся конечным состоянием процесса) и пластические - e_{ij}^p, \dot{e}_{ij}^p (зависящие от истории процесса нагружения), т. е. обратимые и необратимые составляющие;
- начальная поверхность текучести для различных температур описывается поверхностью в форме Мизеса. Эволюция изменения поверхности текучести описывается изменением ее радиуса C_p и перемещением ее центра ρ_{ij} ;
- справедлив принцип градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения;
- изменение объема тела упруго;
- рассматриваются начально изотропные среды. Учитывается только анизотропия, вызванная процессами пластического деформирования.

При формулировке определяющих соотношений тензоры напряжений σ_{ij} и деформаций e_{ij} и их приращения разложим на шаровые $\sigma, \Delta\sigma, e, \Delta e$ и девиаторные $\sigma'_{ij}, \Delta\sigma'_{ij}, e'_{ij}, \Delta e'_{ij}$ составляющие:

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \sigma\delta_{ij}, \Delta\sigma_{ij} = \Delta\sigma'_{ij} + \Delta\sigma\delta_{ij}, \sigma = \frac{\sigma_{kk}}{3};$$

$$e_{ij} = e'_{ij} + e\delta_{ij}, \Delta e_{ij} = \Delta e'_{ij} + \Delta e\delta_{ij}, e = \frac{e_{kk}}{3};$$

где δ_{ij} - тензор Кронеккера.

В упругой области связь между шаровыми и девиаторными составляющими тензоров напряжений и деформаций устанавливается с помощью закона Гука:

$$\sigma = 3K[e - \alpha(T - T_0)], \sigma_{ij} = 2Ge'_{ij}$$

$$\Delta\sigma = 3K[\Delta e - \Delta(\alpha T)] + \frac{\Delta K}{K}\sigma, \quad (1)$$

$$\Delta\sigma'_{ij} = 2G\Delta e'_{ij} + \frac{\Delta G}{G}\sigma'_{ij}$$

где T - температура, T_0 - начальная температура, $K(T)$ - модуль объемного сжатия, $G(T)$ - модуль сдвига, $\alpha(T)$ - коэффициент линейного температурного расширения материала.

Для описания эффектов монотонного и циклического деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность текучести, уравнение которой имеет вид:

$$F_s = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0, S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij} \quad (2)$$

Для описания сложных циклических режимов деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность циклической "памяти". Уравнение поверхности "памяти", позволяющее при расчетах отделить монотонные процессы деформирования от циклических имеет вид:

$$F_\rho = \rho_{ij}\rho_{ij} - \rho_{\max}^2 = 0 \quad (3)$$

где ρ_{\max} - максимальный за историю нагружения модуль ρ_{ij} .

Примем, что структура эволюционного уравнения для радиуса поверхности текучести имеет вид [8]:

$$\dot{C}_p = [q_\chi H(F_\rho) + a(Q_s - C_p)\Gamma(F_\rho)]\dot{\chi} + q_3\dot{T} \quad (4)$$

$$C_p = C_p^0 + \int_0^t \dot{C}_p dt, \dot{\chi} = \left(\frac{2}{3}\dot{e}'_{ij}\dot{e}'_{ij}\right)^{1/2}, \chi_m = \int_0^t \dot{\chi} H(F_\rho) dt, \chi = \int_0^t \dot{\chi} dt$$

$$q_\chi = \frac{q_2 A \psi_1 + (1-A)q_1}{A\psi_1 + (1-A)}, Q_s = \frac{Q_2 A \psi_2 + (1-A)Q_1}{A\psi_2 + (1-A)}, 0 \leq \psi_i \leq 1, i=1,2 \quad (5)$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, n_{ij}^e = \frac{\dot{e}'_{ij}}{(\dot{e}'_{ij}\dot{e}'_{ij})^{1/2}}, n_{ij}^s = \frac{S_{ij}}{(S_{ij}S_{ij})^{1/2}}$$

$$H(F_\rho) = \begin{cases} 1, F_\rho = 0 \wedge \rho_{ij}\dot{\rho}_{ij} \geq 0 \\ 0, F_\rho < 0 \vee \rho_{ij}\dot{\rho}_{ij} < 0 \end{cases}, \Gamma(F_\rho) = 1 - H(F_\rho) \quad (6)$$

Здесь q_1, q_2, q_3 - модули изотропного упрочнения, Q_1 и Q_2 - модули циклического изотропного упрочнения, a - постоянная, определяющая скорость процесса стационарирования петли гистерезиса циклического деформирования материала, Q_s - стационарное значение радиуса поверхности текучести при данных ρ_{\max} и T , C_p^0 - начальное значение радиуса поверхности текучести.

В уравнении (4) первый член описывает изотропное упрочнение в результате монотонного пластического деформирования ($H(F_\rho) = 1$ и $\Gamma(F_\rho) = 0$), второй член описывает циклическое упрочнение материала ($H(F_\rho) = 0$ и $\Gamma(F_\rho) = 1$), а третий - изменение радиуса поверхности текучести при изменении температуры.

Модуль изотропного упрочнения q_χ учитывает изменение изотропного упрочнения материала в зависимости от направления деформирования в данной точке траектории – угла θ между вектором приращения девиатора деформаций, имеющим направляющие косинусы n_{ij}^e , и нормалью к поверхности текучести в точке, определяемой направляющими косинусами n_{ij}^s . При пропорциональном нагружении $\theta = 0$, $A = 0$ и $q_\chi = q_1$, где - q_1 модуль изотропного упрочнения материала при пропорциональном нагружении (одноосном растяжении образца). При непропорциональном нагружении с углом $\theta = \pi/2$, $A = 1$ и $q_\chi = q_2$, где q_2 - модуль упрочнения при нагружении по касательной к поверхности текучести (“нейтральное” нагружение).

Аналогично, в (5) для циклического изотропного упрочнения при циклическом пропорциональном нагружении $\theta = 0$ и $Q_s = Q_1$, а при циклическом непропорциональном нагружении $\theta = \pi/2$ и $Q_s = Q_2$. Тарировочные (весовые) коэффициенты ψ_1 и ψ_2 - параметры, позволяющие корректировать влияние модулей q_1 , q_2 , Q_1 и Q_2 на изотропное упрочнение материала.

При стационарном циклическом деформировании материала с постоянной амплитудой деформаций и $T = const$ ($\rho_{max} = const$, $Q_s = const$), радиус поверхности текучести C_p стремится к $Q_s = const$, и параметры петли гистерезиса стремятся к своему стационарному значению, определяемому значением Q_s зависящим от текущих значений T и ρ_{max} .

Уравнение для смещения поверхности текучести основано на гипотезе А. А. Ильюшина, заключающейся в том, что упрочнение зависит от истории деформирования лишь на некоторой ближайшей части траектории (запаздывание векторных свойств). Эволюция внутренней переменной ρ_{ij} , описывающей анизотропию упрочнения пластического деформирования, принимается в виде [8]:

$$\dot{\rho}_{ij} = g_1 \dot{e}_{ij}^p - g_2 \rho_{ij} \dot{\chi} - g_3 \rho_{ij} \dot{T}, \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij} dt \quad (7)$$

где $g_1 > 0$, $g_2 > 0$ и $g_3 > 0$ - модули анизотропного упрочнения.

Для описания эволюции поверхности «памяти» необходимо сформулировать эволюционное уравнение для ρ_{max} :

$$\dot{\rho}_{max} = \frac{(\rho_{ij} \dot{\rho}_{ij}) H(F_\rho)}{(\rho_{mn} \rho_{mn})^{1/2}} - g_2 \rho_{max} \dot{\chi} - g_3 \rho_{max} \dot{T} \quad (8)$$

Второй член (8) описывает затухание памяти о предыдущем циклическом деформировании материала.

Соотношения (6) и (8) позволяют автоматически отделить циклическое нагружение от монотонного с помощью операторов $H(F_\rho)$ и $G(F_\rho)$.

Компоненты тензора скоростей пластических деформаций определяются из закона градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения:

$$\dot{e}_{ij}^p = \lambda S_{ij} \quad (9)$$

где λ - коэффициент пропорциональности, определяемый из условия прохождения новой поверхности текучести в конце этапа нагружения через конец вектора девиатора напряжений.

Определение материальных параметров q_1, q_3, g_1, g_2 и g_3 проводится на базе испытаний цилиндрических трубчатых образцов по специальным циклическим программам испытаний на одноосное растяжение - сжатие [8].

Для определения Q_1 проводятся испытания на блочное циклическое симметричное нагружение с заданной амплитудой деформаций в каждом блоке до стабилизации петли гистерезиса на каждом уровне амплитуд деформаций. Параметр a в (4) определяется из условия наилучшей аппроксимации экспериментальных закономерностей стремления C_p к установившемуся состоянию.

Для определения q_2 в (5) необходим эксперимент на сложное нагружение: растяжение до некоторого значения e_{11}^{p*} и последующее кручение с построением траектории напряжений в пространстве $\sigma_{11} - \sigma_{12}$.

Для определения Q_2 в (5) необходим эксперимент на двухблочное циклическое деформирование с одинаковой заданной интенсивностью амплитуды деформаций в каждом блоке. Первый блок – симметричное циклическое нагружение (растяжение - сжатие) до стационарирования петли гистерезиса, второй – последующее циклическое симметричное нагружение образца (кручением) до стабилизации петли гистерезиса.

Определение основных характеристик процесса упругопластического деформирования материала (параметров состояния), которые в общем случае описываются тензорами $\sigma_{ij}, e_{ij}, e_{ij}^p, \rho_{ij}$ и скалярами χ, C_p , и T , может осуществляться двумя способами [9,10].

Первый способ заключается в интегрировании определяющих соотношений по времени, для выполнения которого можно использовать любой из методов решения задачи Коши [9]. Это достаточно точный метод нахождения решений дифференциальных уравнений, но при решении краевых задач, например с помощью МКЭ возникают сложности из-за значительного увеличения времени вычисления процесса.

Второй способ [10] при соответствующей формулировке определяющих соотношений и линеаризации алгоритма определения λ сводится к написанию уравнений термопластичности в приращениях, которые зависят от выбранного шага Δt . Шаг по времени Δt может корректироваться при прохождении сложных участков траектории деформирования (например, излома траектории) или же за-

даваться постоянным в течении всего расчётного времени при условии устойчивости вычислений. Такой подход [9] наиболее удобен при решении краевых задач механики деформируемого твёрдого тела и используется в данной работе.

3. Сравнение численных результатов с экспериментальными данными.

Для более полного экспериментального обоснования и проверки физической достоверности определяющих соотношений теории пластичности необходима постановка экспериментов с максимально широким диапазоном изменения кривизны траектории в пределах одного опыта. Особый интерес представляют опыты по изучению процессов циклического деформирования материала и связанных с этим закономерностей изменения их скалярных и векторных свойств. Таким образом, постановка экспериментов по сложному циклическому нагружению материалов, численный анализ этих процессов является весьма актуальными.

Эксперименты были выполнены при нормальной температуре $T = 20^0C$ на тонкостенных круговых цилиндрических оболочках, имеющих толщину стенки $h = 1мм$, радиус срединной поверхности $R = 15мм$ и длину рабочей части $l = 6R = 90мм$. Материал образцов сталь 40X16H9Г2С.

При проведении испытаний в пространстве напряжений на комплексе СН-ЭВМ [5,6] диапазон изменения скоростей нагружения составлял $\dot{\sigma} = 0,02 - 0,1 МПа/с$.

Образцы нагружались по заданной программе испытаний осевой силой P , внутренним давлением интенсивности q и крутящим моментом M . Компоненты тензоров напряжений и деформаций в рабочей части образца вычислялись по формулам:

$$\sigma_{11} = \frac{P}{F} = \frac{P}{2\pi R h}, \quad \sigma_{22} = \frac{qR}{h}, \quad \sigma_{12} = \frac{M}{2\pi R^2 h}, \quad \sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$$

$$\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22}), \quad e_{11} = \frac{\Delta l}{l}, \quad e_{22} = \frac{\Delta R}{R}, \quad e_{12} = \frac{\varphi R}{2l}$$

где φ - угол закручивания.

Физико-механические характеристики и материальные параметры модели термопластичности для стали 40X16H9Г2С приведены в табл. 1-3.

Таблица 1. Физико-механические параметры стали 40X16H9Г2С при $T = 20^0C$

K (МПа)	116789
G (МПа)	60220
E (МПа)	154162
α (1/град)	0,0000166
C_p^0 (МПа)	150
g_1 (МПа)	25500
g_2	300
a	15

Таблица 2. Значения модуля монотонного упрочнения q_1 (МПа) стали 40X16H9Г2С при $T = 20^0C$.

χ	0	0,003	0,004	0,006	0,007	0,008	0,009	0,01	0,012	0,015	0,018	0,021	0,023	0,3	0,4
q_1	-3000	-500	200	600	700	800	900	950	1000	1000	1000	1000	985	750	0

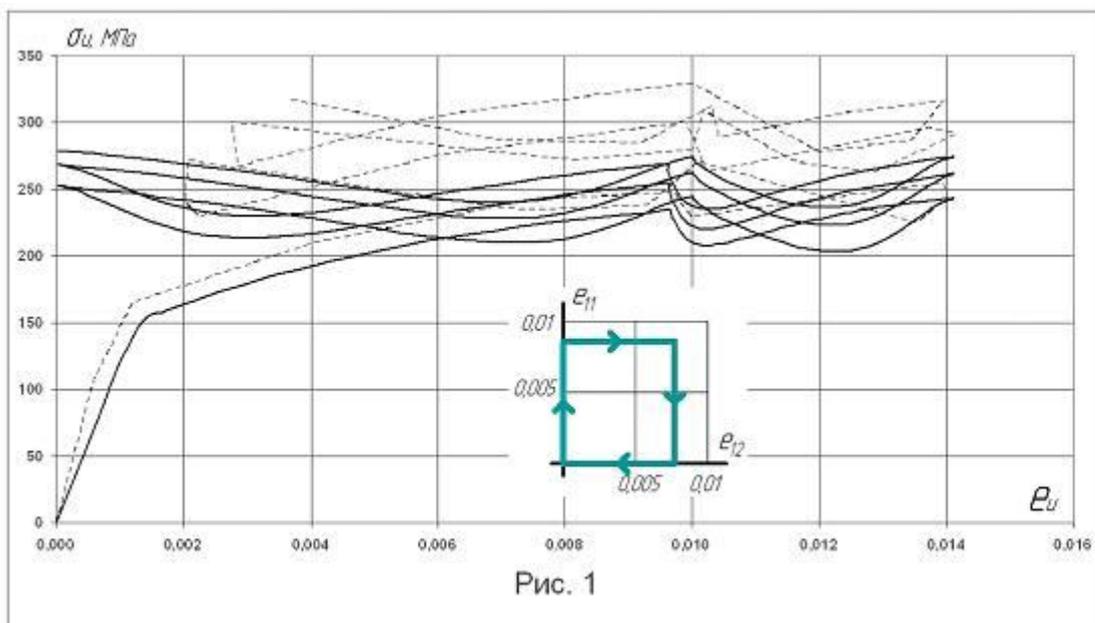
Таблица 3. Значения модуля циклического упрочнения $Q_1(\rho_{\max})$ (МПа) стали 40X16N9Г2С при $T = 20^{\circ}\text{C}$.

ρ_{\max}	0	32,09	50	54,5	66,38	73,6	81,4	96,1	100	104,5	112,8	147	150
Q_1	195,1	204,7	210,1	211,5	215	217,2	220,5	226,7	228,4	230,3	272,6	300	300

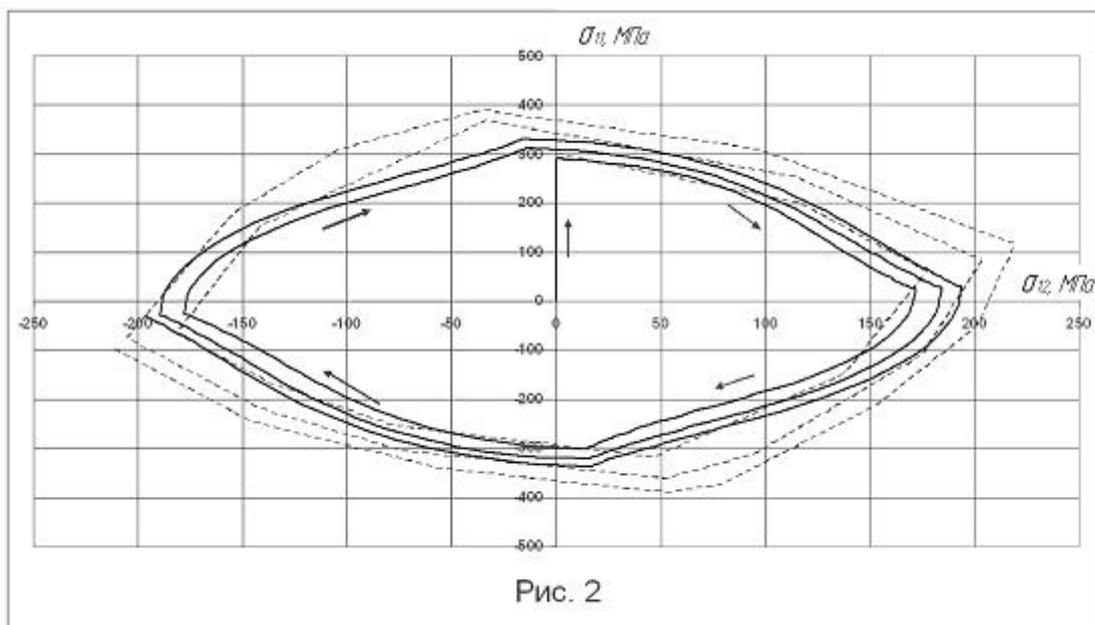
При численном моделировании экспериментальных процессов с использованием развитой модели термопластичности заданными являлись экспериментальные траектории деформаций (закономерности изменения компонент тензора деформаций $e_{ij}(t)$), а траектории напряжений получались в результате интегрирования определяющих соотношений термопластичности по заданной истории изменения e_{ij} («жёсткое нагружение»).

Полученные численные результаты сопоставлялись с экспериментальными данными.

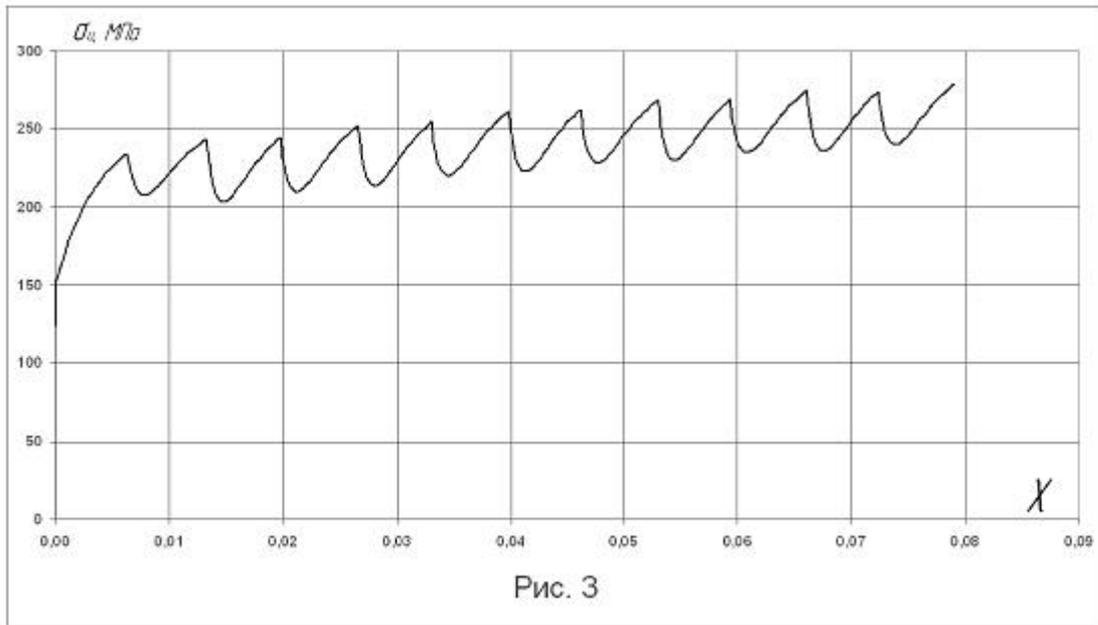
Одним из вариантов упрочнения материалов является циклическое деформирование по замкнутым многозвенным ломаным траекториям. Причём достигаемая степень упрочнения материала, как показывают опыты [5], зависит не только от параметров процесса деформирования, но и от свойств самого материала. На рис. 1 показана диаграмма сложного деформирования материала (зависимость интенсивности тензора напряжений σ_u от интенсивности тензора деформаций e_u), а на рис. 2 траектория напряжений, соответствующая реализованной в пространстве деформаций четырёхзвенной замкнутой ломаной траектории деформирования. Осуществлено три полных цикла нагружения. Пунктирной линией отмечены опытные данные [5], а сплошной – численные результаты, полученные с помощью развитых определяющих соотношений. Видно качественное и количественное совпадение опытных и расчётных данных.



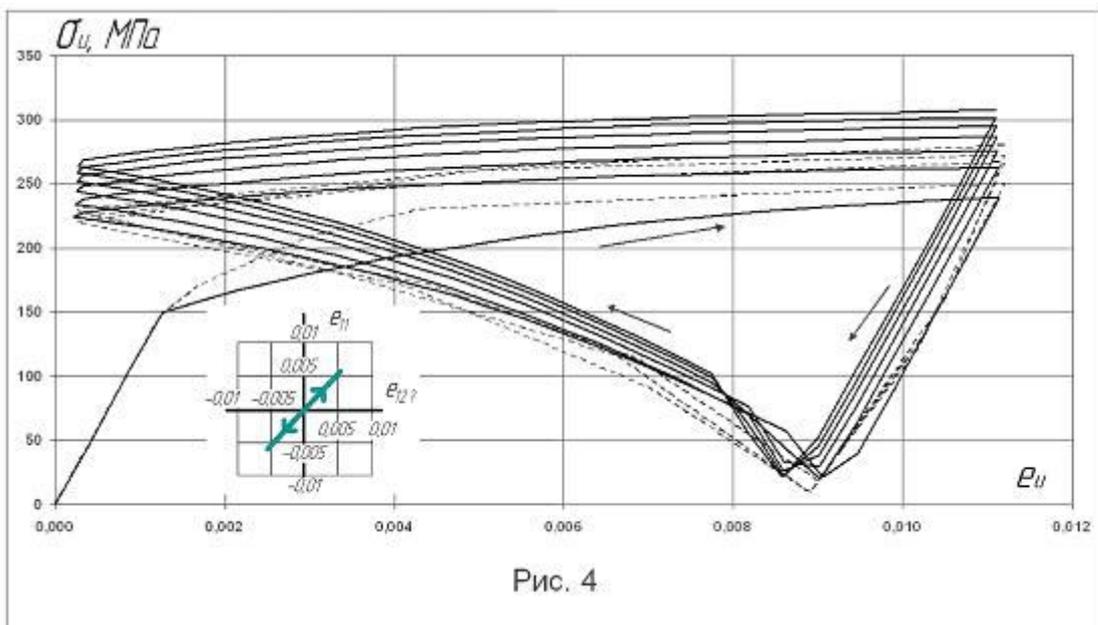
Как видно из рис. 1 в конце третьего цикла стабилизации параметров напряжённого состояния всё же не произошло. При этом в начале второго звена третьего цикла увеличения модуля вектора напряжений составило 34% по сравнению с его значением в начале второго участка первого этапа нагружения.



На рис. 3 представлена зависимость σ_u от длины траектории пластического деформирования материала χ .



При пропорциональном деформировании данного материала с углом наклона 45° в плоскости $e_{11} - e_{12}$ (рис. 4 - 6) при аналогичном максимальном модуле вектора деформаций упрочнение после трёх циклов составило 12%. Причём, как видно из представленных рисунков во втором и третьем примерах стабилизации параметров напряжённого состояния происходит практически при в конце второго цикла нагружения.



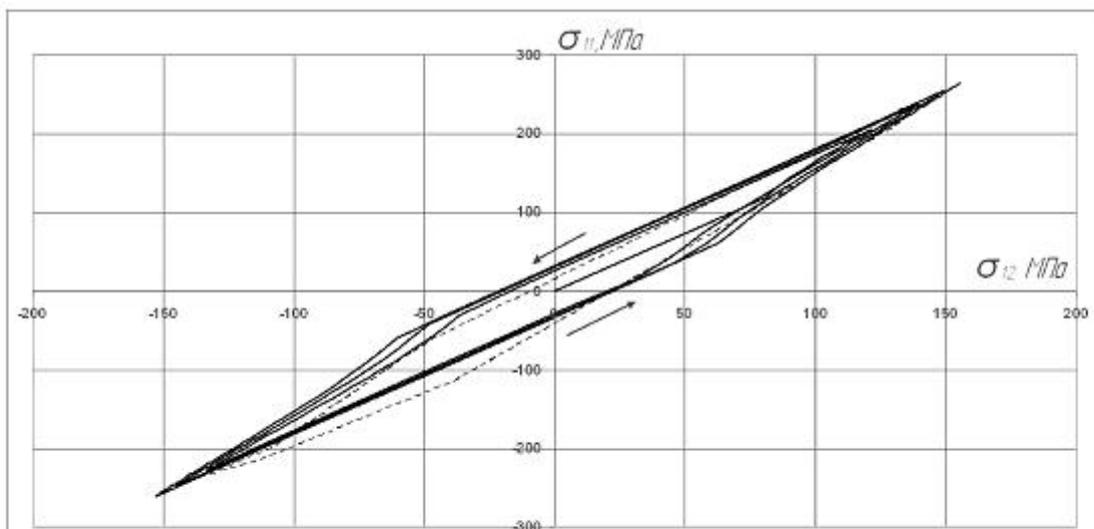


Рис. 5

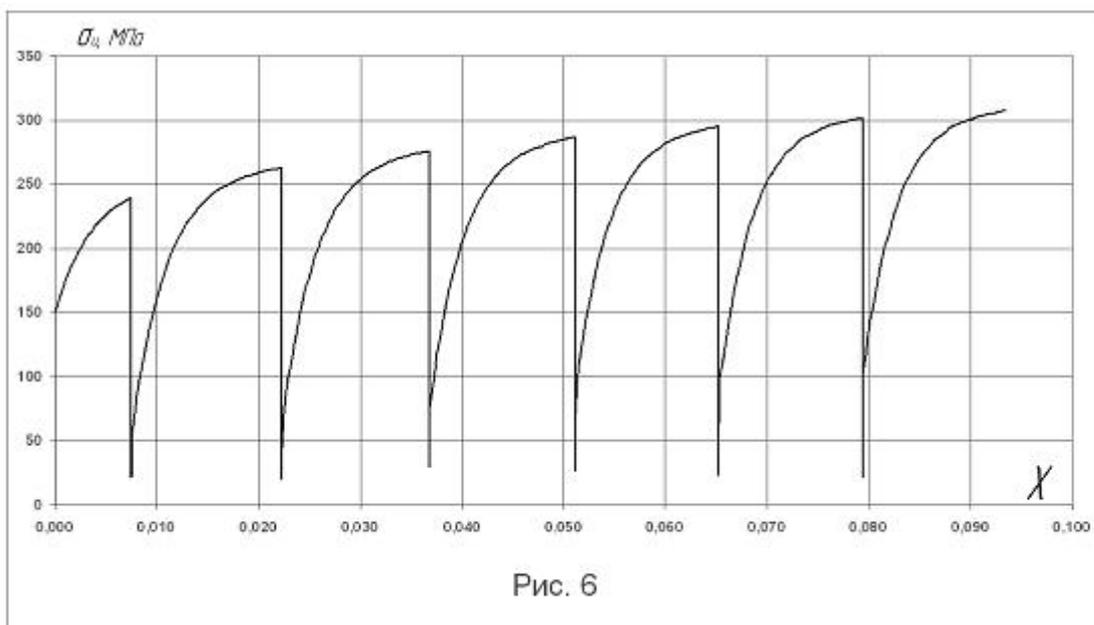
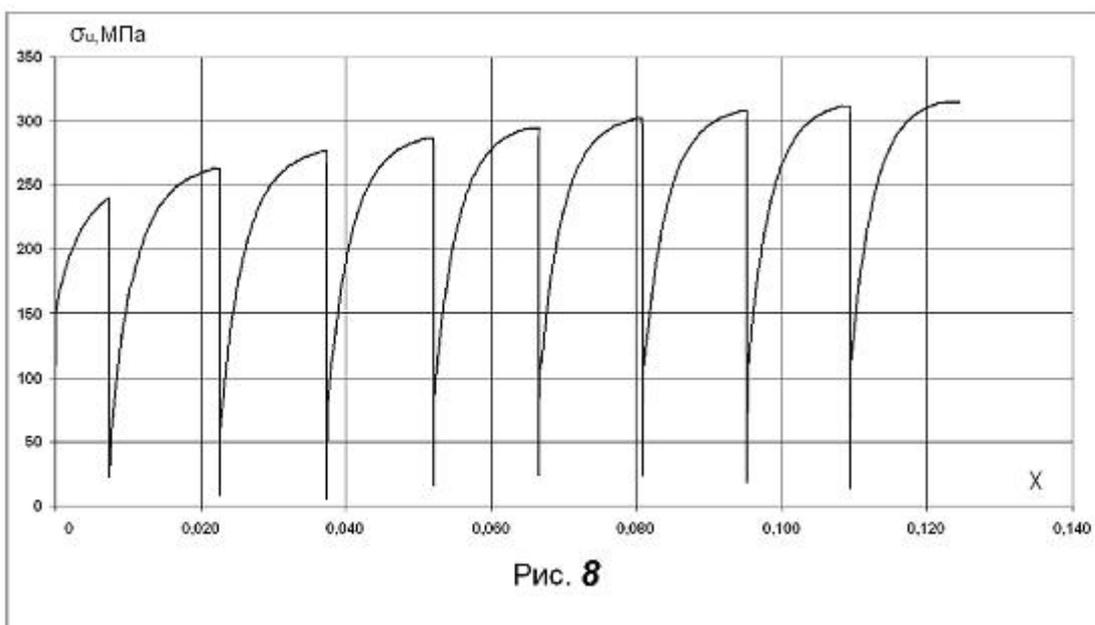
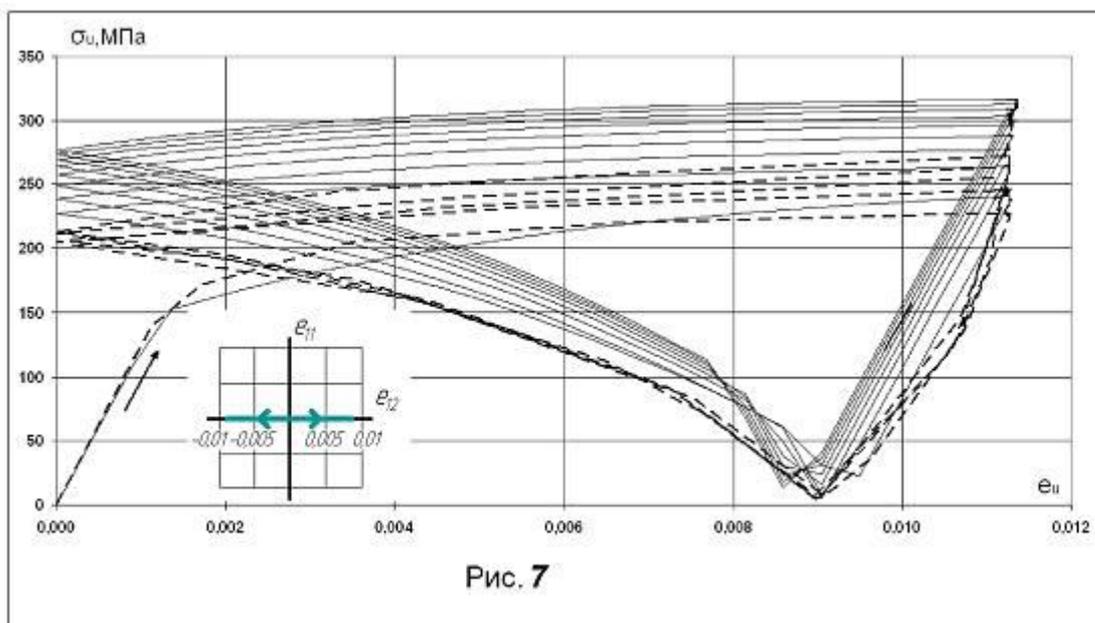


Рис. 6

В тоже время деформирование данного материала по замкнутым траекториям пропорционального деформирования (рис. 7,8) с углами излома 180° (знакопеременное кручение) приводит к существенно меньшему упрочнению. Сопоставление величин модуля вектора напряжений в одинаковых по значениям деформаций точкам на первом и четвёртом циклах показало, что упрочнение составило 17% (в два раза меньше чем в первом случае).



Таким образом, деформирование по плоским замкнутым траекториям непропорционального нагружения можно рекомендовать в качестве эффективного варианта упрочнения для конструкционных материалов.

4. Заключение. Представлен вариант математической модели для расчёта параметров процессов сложного пластического деформирования конструкционных материалов при монотонных и циклических путях комбинированного термосилового нагружения. Данная модель позволяет учитывать упрочнение материала при монотонном и циклическом непропорциональном деформировании материала. Проведена оценка адекватности определяющих соотношений термопластичности путём сопоставления результатов численных экспериментов с эксперимен-

тальными данными для траекторий непропорционального деформирования, которая подтвердила правильность моделирования процессов циклического упруго-пластического деформирования.

Литература

1. *Дегтярев В.П.* Пластичность и ползучесть машиностроительных конструкций. - М.: Машиностроение, 1967. – 131 с.
2. *Жуков А.М.* Некоторые особенности поведения металлов при упругопластическом деформировании. - Вопросы теории пластичности. - М.: АН СССР, 1961. - с. 30-57.
3. *Лебедев А.А., Ковальчук Б.И., Кульчицкий Н.М.* Экспериментальное исследование процессов деформирования стали по двухзвенным траекториям. - Проблемы прочности, 1988, с. 7-10.
4. *Ohasi Y., Tanaka E.* Plastic behavior of mild steel along orthogonal trilinear strain trajectory in three-dimensional vector space of strain deviator. - Transactions of the ASME, 1981, V. 103, № 4, p. 287-292.
5. *Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гаранников В.В.* Экспериментальная пластичность. Книга 1. Процессы сложного деформирования. - Тверь: Изд-во ТГТУ, 2003. – 172 с.
6. *Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гаранников В.В.* Экспериментальная пластичность. Книга 2. Процессы сложного нагружения. - Тверь: Изд-во ТГТУ, 2004. – 184 с.
7. *Завахайко А.А., Можаровский Н.С.* О характеристиках прочности и пластичности при сложных путях нагружения. - Проблемы прочности, 1992, с. 90-93.
8. *Казаков Д.А., Капустин С.А., Коротких Ю.Г.* Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1999. – 226 с.
9. *Маковкин Г.А.* Сравнительный анализ параметров непропорциональности сложного упругопластического деформирования. Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. - Н. Новгород: ННГУ, 1999, с.30-36.
10. *Коротких Ю.Г., Волков И.А., Гордлеева И.Ю.* Моделирование процессов упругопластического деформирования сталей при сложном нагружении. Устойчивость, ползучесть при сложном нагружении. - Тверь: Изд-во ТГТУ, 2000, с. 60-65.
11. *Гусенков А.П.* Прочность при изотермическом и неизотермическом малоцикловом нагружении. – М.: Машиностроение, 1983. – 269с.
12. *Охаси.* Неупругое поведение стали 316 при многоосных непропорциональных циклических нагружениях при повышенной температуре. - Теоретические основы инженерных расчетов, 1985, Т. 107, № 2, с. 6 - 15.
13. *Охаси.* Пластическое деформирование нержавеющей стали типа 316 под действием несинфазных циклов по деформации. - Теоретические основы инженерных расчетов, 1985, №4, с. 61-73.
14. *Соси.* Модели разрушения при многоосной усталости. - Теоретические основы инженерных расчетов. – 1988. - № 9. – С. 9 - 21.

15. *Исследование* малоциклового прочности при высоких температурах / под. ред. С. В. Серенсена // . – М.: Наука, 1975.
16. *Коллинз Дж.* Повреждение материалов в конструкциях. Анализ. Предсказание. Предотвращение. – М.: Мир, 1984.
17. *Лэмба.* Пластичность при циклическом нагружении при непропорциональных траекториях. - Теор. основы расчетов, 1980, Т. 100, № 1, с. 108 - 126.
18. *Макдауэлл.* Экспериментальное изучение структуры определяющих уравнений для непропорциональной циклической пластичности. - Теоретические основы инженерных расчетов, 1985, №4, с. 98-111.
19. *Бернард – Конноли.* Усталость коррозионностойкой стали 304 при испытаниях в условиях многоступенчатой контролируемой деформации. - Теоретические основы инженерных расчетов, 1983, №3, с. 47-53.

Волжская государственная академия водного транспорта, г. Нижний Новгород, Россия.

Поступила: 26.05.08.