УДК 531.391:620.22

ВИБРАЦИОННОЕ УПРАВЛЕНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ ТЕЛ.

И.И.Блехман, Д.А.Индейцев

Обычно говорят, что под действием вибрации могут существенно изменяться реологические свойства тел – сухое трение превращается в вязкое, изменяются упругие и диссипативные характеристики и т.п. При этом, как правило, не подчеркивают, что речь идет об изменении свойств по отношению к статическим или “медленным” (по сравнению с “быстрыми”, вибрационными) воздействиям, то есть о некоторых осредненных эффектах. В работах [1,2] такие эффекты были названы *виброреологическими*, а раздел механики, в котором изучается изменение под влиянием вибрации реологических свойств тел по отношению к медленным силам – *виброреологией*.

Виброреологические эффекты нередко объясняются изменением физических свойств тел под действием вибрации, что верно далеко не всегда. В настоящей работе показано, как изменяются реологические характеристики, т.е. определяющие уравнения, при переходе к осредненным величинам при наличии быстро изменяющихся составляющих. Эти изменения могут быть весьма существенными. Рассмотрены случаи нелинейно-упругих тел, тел с позиционно-вязкой и нелинейно-вязкой диссипацией, а также тел с неодинаковой упругой характеристикой при нагружении и разгрузке.

Изложенные результаты приводят к способу управления реологическими свойствами посредством вибрации. Важной особенностью этого способа является возможность непрерывного (а иногда и скачкообразного) изменения реологических свойств тел при непрерывном изменении интенсивности вибрационного воздействия. Прекращение этого воздействия приводит к мгновенному возвращению среды к исходному состоянию, если, конечно, действительно не произошло изменения физических свойств тел вследствие вибрационного воздействия. Таким образом, имеется простой способ установить наличие или отсутствие указанных изменений. Вибрационное управление реологическими свойствами тел непосредственно связано с идеей создания так называемых динамических материалов [3].

1. “Истинное”(исходное) и виброреологическое определяющее уравнение среды.

Изучаемые закономерности обнаруживаются путем рассмотрения простейшего случая одномерной среды с определяющим уравнением

$$\sigma = f(\dot{\varepsilon}, \varepsilon) \qquad (1)$$

где σ – напряжение, $\varepsilon = \partial u / \partial x$ – деформация, а u – смещение. Обобщение на более сложные случаи не представляет принципиальных затруднений.

Пусть в результате действия “быстрых” (вибрационных) воздействий напряжения и деформации в среде представляются в виде

$$\sigma = \Sigma(t) + \sigma_1(t, \Omega t), \quad \varepsilon = E(t) + \varepsilon_1(t, \Omega t) \qquad (2)$$

где t – "медленное", а $\tau = \Omega t$ –"быстрое" время, Ω – "большой" параметр (частота), $\Sigma(t)$ и $E(t)$ – "медленные", а σ_1 и ε_1 – " быстрые", 2π –периодические по τ составляющие с нулевыми средними за период по быстрому времени значениями

$$\langle \sigma_1 \rangle = 0, \quad \langle \varepsilon_1 \rangle = 0, \qquad (3)$$

так что, согласно (2) и (3)

$$\Sigma = \langle \sigma \rangle, \qquad E = \langle \varepsilon \rangle \qquad (4)$$

Если выражение для быстрой составляющей деформации ε_1 известно (обычно это требует решения соответствующей задачи динамики, см. ниже), то связь между средними значениями напряжений $\Sigma(t)$ и деформации $E(t)$, то есть *виброреологическое уравнение*, получится путем осреднения равенства (1):

$$\Sigma = F(\dot{E}, E) \qquad (5)$$

Здесь

$$F(\dot{E}, E) = \left\langle f[\dot{E}(t) + \dot{\varepsilon}_1(t,\tau), E(t) + \varepsilon_1(t,\tau)] \right\rangle \qquad (6)$$

Понятно (и это показано ниже на конкретных примерах), что соотношение (5) для нелинейных материалов может существенно отличаться от соотношения (1). Иными словами, виброреологические свойства тел могут быть существенно иными, чем "истинные" (исходные) свойства.

2. Примеры.

2.1. *Нелинейно-упругий материал*.

Допустим, что исходное определяющее уравнение имеет вид:

$$\sigma = a_1\varepsilon + a_2\varepsilon^2 + a_3\varepsilon^3 + a_4\varepsilon^4 + \ldots \qquad (7)$$

где $a_1, a_2, \ldots$ – постоянные.

Предположим, что на систему действует гармоническое возбуждение с некоторой амплитудой F и частотой Ω. Для решения задачи об ее движении в данном случае естественно воспользоваться методом прямого разделения движений [1,4], разыскивая решение в форме (2). Одно из главных достоинств этого метода состоит в том, что быстрая составляющая $\varepsilon_1(t,\tau)$ может быть найдена весьма приближенно, если основной интерес представляет нахождение основной, медленной составляющей $E(t)$. Погрешности в определении $\varepsilon_1(t,\tau)$ мало сказываются на точности определения $E(t)$, поскольку $\varepsilon_1(t,\tau)$ входит в уравнение для $E(t)$ лишь под знаком интегрирования (осреднения). Поэтому предположим, что для $\varepsilon_1(t,\tau)$ найдено приближенное установившееся решение вида

$$\varepsilon_1(t,\tau) = B(t)\cos[\Omega t + \beta(t)] \qquad (8)$$

где амплитуда $B(t)$ зависит от частоты Ω и амплитуды возбуждения. Используя это выражение, произведем осреднение равенства (7) по быстрому времени τ. В результате получим вместо (7) следующее виброреологическое определяющее уравнение:

$$\Sigma = A_0 + A_1 E + A_2 E^2 + A_3 E^3 + A_4 E^4 + ... \tag{9}$$

где

$$\begin{gathered} A_0 = \frac{1}{2} A_2 B^2 + \frac{3}{8} A_4 B^4 + ... , \qquad A_1 = a_1 + \frac{3}{8} a_3 B^2 + ... \\ A_2 = a_2 + 3 a_4 B^2 + ... , \qquad A_3 = a_3 + ... , \qquad A_4 = a_4 + ... \end{gathered} \tag{10}$$

Таким образом виброреологический модуль упругости при малых деформациях

$$E_v^* = E^* + \frac{3}{8} a_3 B^2 + ... \tag{11}$$

отличается от модуля упругости $E^* = a_1$ исходного материала: он больше исходного, если $a_3 > 0$ и меньше, если $a_3 < 0$. Напомним, что при этом величина B, как отмечалось, существенно зависит от амплитуды A и частоты Ω гармонического возбуждения, причем $B = 0$ если $A = 0$.

Примечательно, что в результате действия вибрации в данном случае происходит не только преобразование упругой характеристики материала, но и возникает дополнительное напряжение $\Sigma_0 = A_0$.

2.2. *Позиционно-вязкий материал.*

Для такого материала определяющее и виброреологическое уравнения будут иметь соответственно следующий вид:

$$\sigma = (a_0 + a_1 \varepsilon + a_2 \varepsilon^2 + a_3 \varepsilon^3 + a_4 \varepsilon^4 + ...)\dot{\varepsilon} \tag{12}$$

$$\Sigma = (A_0 + A_1 E + A_2 E^2 + A_3 E^3 + A_4 E^4 + ...)\dot{E} \tag{13}$$

где

$$\begin{gathered} A_0 = a_0 + \frac{1}{2} a_2 B^2 + \frac{3}{8} a_4 B^4 + ... , \qquad A_1 = a_1 + \frac{3}{2} a_3 B^2 + ... \\ A_2 = a_2 + 3 a_4 B^2 + ... , \qquad A_3 = a_3 + ... , \qquad A_4 = a_4 + ... \end{gathered} \tag{14}$$

Если все коэффициенты $a_1, a_2,....$ положительны, то вибрация приводит к увеличению диссипации в системе, а если среди них имеются отрицательные, то, возможно, к снижению. Более того, диссипация может стать в результате действия вибрации “отрицательной”, то есть привести к возникновению автоколебаний [1].

2.3. *Нелинейно-вязкий материал*.

В этом случае исходное и виброреологическое уравнения имеют соответственно вид [5]:

$$\sigma = (a_0 + a_2 \dot{\varepsilon}^2 + a_4 \dot{\varepsilon}^4 + ...)\dot{\varepsilon} \tag{15}$$

$$\Sigma = (A_0 + A_2 \dot{E}^2 + A_4 \dot{E}^4 + ...)\dot{E} \tag{16}$$

где

$$A_0 = a_0 + \frac{3}{2} a_2 (B\Omega)^2 + \frac{15}{8} a_4 (B\Omega)^4 + ...$$
$$A_2 = a_2 + 5a_4 (B\Omega)^3 + ... , \qquad A_4 = a_4 + ... \tag{17}$$

Как и в п.2.2, влияние вибрации на диссипацию существенно зависит от знаков коэффициентов $a_2, a_4...$.

2.4. ***Упругий материал с различными модулями упругости при нагружении и разгрузке.***

Изучение материалов, обладающих различными свойствами при нагружении и разгрузке представляет как принципиальный, так и прикладной интерес [6]. Простейшим видом такого материала является упругий материал, исходное и виброреологическое уравнения для которого соответственно имеют вид [7]:

$$\sigma = \begin{cases} E_+ \varepsilon & \text{при} \quad \varepsilon > 0 \\ E_- \varepsilon & \text{при} \quad \varepsilon < 0 \end{cases} \tag{18}$$

$$\Sigma = \begin{cases} E_+ E & \text{при} \quad E > B \\ E_- E & \text{при} \quad E < -B \\ \left\{ \left[\frac{(E_+ + E_-)}{2} + \frac{1}{\pi}(E_+ - E_-) \arcsin \frac{E}{B} \right] E + \frac{B}{\pi}(E_+ - E_-) \sqrt{1 - \left(\frac{E}{B}\right)^2} \right\} & \text{при} \quad |E| < B \end{cases} \tag{19}$$

Зависимость (19) можно представить в форме:

$$\Sigma(E) = \Sigma(0) + \Sigma_1(E) \tag{20}$$

где

$$\Sigma(0) = \frac{B}{\pi}(E_+ - E_1), \qquad \Sigma_1(0) = 0 \tag{21}$$

Таким образом в результате действия вибрации в этом случае получается материал с “гладкой” упругой характеристикой (при $|E| < B$), и, кроме того, возникают дополнительные напряжения $\Sigma(0)$. Как и должно быть, при $E_1 = E_2$, т.е. для линейно-упругого материала, все рассматриваемые эффекты исчезают: зависимость $\Sigma = \Sigma(E)$ совпадает с $\sigma = \sigma(\varepsilon)$. При малых E / B в результате вибрации получается материал с виброреологическим модулем упругости $E_v = 0.5(E_+ + E_-)$.

2.5. ***О некоторых других нелинейных материалах.***

Не представляет особенных затруднений рассмотреть аналогичным образом и важный случай упруго-пластического материала. Отметим, что близкие вопросы уже были рассмотрены ранее в монографии [8] и в работе [9].

Особый класс образуют задачи о параметрическом высокочастотном воздействии на упругие тела, в том числе и линейно-упругие. Во многих случаях такие задачи могут быть рассмотрены в предположении, что коэффициенты $a_1, a_2,....$ в равенстве (7) являются периодическими функциями $\tau = \Omega t$. Не останавливаясь на этом классе задач подробно, приведем лишь основной результат исследования так называемой индийской магической веревки. Эта задача была рассмотрена в работе [10], в которой приведен также краткий обзор исследований по проблеме влияния вибрации на устойчивость упругих систем. Как показано в цитированной работе, в результате вертикальной вибрации нижнего конца веревки с частотой Ω и амплитудой A первоначальная изгибная жесткость веревки EJ при определенных условиях увеличивается и определяется приближенно выражением

$$(EJ)_* = EJ + \frac{1}{2}\rho F[A\Omega(l-s)]^2 \tag{22}$$

где ρ – плотность, F – площадь поперечного сечения веревки, l – ее длина, s – координата сечения, отсчитываемая от нижнего конца. В результате увеличения жесткости вертикальное положение веревки становится устойчивым.

3. Заключение.

Приведенные примеры, как представляется, свидетельствуют о возможности управления упругими и диссипативными свойствами твердых деформируемых тел. Эти примеры позволяют также достаточно просто объяснить ряд примечательных эффектов, наблюдаемых при действии вибрации на такие тела. Физическое объяснение и простое математическое описание рассмотренных закономерностей может быть получено при этом путем использования подхода вибрационной реологии и метода прямого разделения движений.

Литература

1. Блехман И.И. Вибрационная механика.–М.: Физматлит, 1994.– 400 с. (англ.перев.: Vibrational Mechanics. –World Scientific, Singapore, 2000)
2. Blekhman I.I., Shishkina E.V. Vibrorheology: Main Results, New Problems//Abstracts of 21st International Congress of Theoretical and Applied Mechanics. IPPT PAN, Warszawa, 2004.
3. Блехман И.И., Лурье К.А. О динамических материалах. ДАН России, т. 371, № 2, 2000.
4. Блехман И.И. Метод прямого разделения движений в задачах о действии вибрации на нелинейные механические системы.//Изв. АН СССР. МТТ. № 6. 1976.
5. Blekhman I.I., Dresig H., Wulfson J.J. On the theory of the nonlinear dissipation under polyharmonic excitation. Proc. on the XXXII Summer School-Conf. “Advanced Problems in Mechanics “ (APM2004). Repino-St.Petersburg, June28-July5, 2004.
6. Амбарцумян С.А. Разномодульная теория упругости.–М.:Наука, Физматлит, 1982.

7. Blekhman I. I., Forming the properties of nonlinear mechanical systems by means of vibrations.– *DCAMM Report*, **616**, Technical University of Denmark, 1999; Proceeding of the IUTAM/IFTAM Symposium on Synthesis of nonlinear Dynamical Systems, Riga, Latvia, 1998. Klüwer Academic Press, 1999.
8. Пальмов В.А. Колебания упругопластических тел.–М.:Наука,1976.
9. Асташев В.К. О влиянии высокочастотной вибрации на процессы пластического деформирования//Машиностроение, № 2, 1983.
10. Blekhman I.I., Dresig H., Shishkina E.V. On the theory of the Indian Magic Rope. Chapter 8 in “Selected Topics in Vibrational Mechanics”. World Scientific, Singapore, 2004.

Институт проблем машиноведения РАН, НПК “Механобр-Техника”, Санкт-Петербург, Россия

Поступила: 12.03.08.