

УДК 621.3.078.3

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С ШИРОТНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

Ю.И. Городецкий¹, В.С. Куликов²

Объектом исследования (рис.1) является нелинейная широтно-импульсная система автоматического регулирования угловой скорости вращения вентильного двигателя, призванная обеспечить позиционирование суппорта при его перемещении на заданное расстояние L с требуемой точностью не более 0.1%. Подробное описание функционирования этой системы дано в работе [1]. Она представляется собой САР с

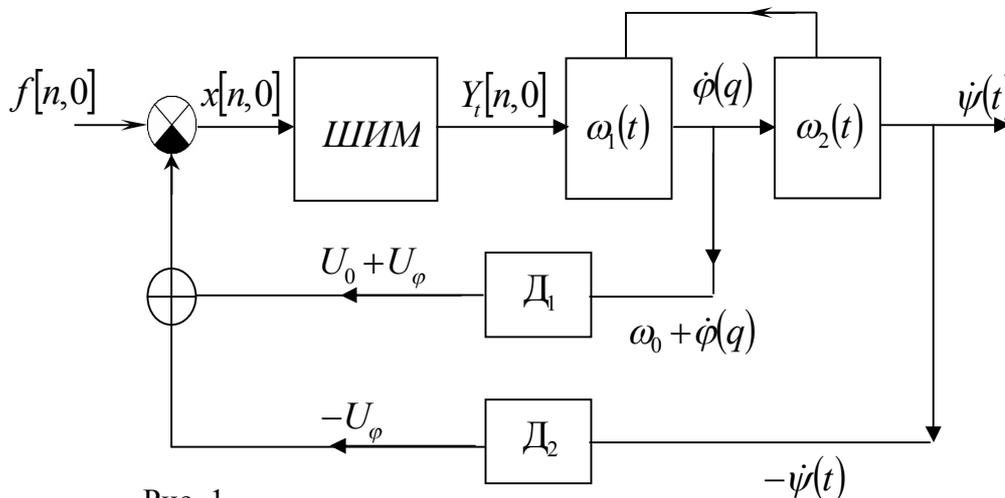


Рис. 1

двумя контурами обратной связи. Первый контур обеспечивает обратную связь по изменению угловой скорости вращения двигателя, второй – обратную связь по угловой скорости вращения привода подач.

Основной целью данного исследования является оценка влияния на точность позиционирования колебаний электромеханической системы, состоящей из ротора двигателя и эквивалентной механической части привода подач.

Остановимся на основных соотношениях, определяющих переходные процессы при работе САР с учетом крутильных колебаний привода подач. Для этого рассмотрим двухступенную электромеханическую систему (см. рис.1), в которой учтены колебания ротора (φ) и колебания приведенной механической части (ψ). Запишем вначале уравнения крутильных колебаний двух связанных подсистем

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\varphi}(t) + h_1 \dot{\varphi}(t) + c(\varphi(t) - \psi(t)) &= M_{oe}, \\ J_2 \ddot{\psi}(t) + h_2 \dot{\psi}(t) + c(\psi(t) - \varphi(t)) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где J_1, J_2 - моменты инерции ротора двигателя и привода подач соответственно,

h_1, h_2 - параметры, характеризующие рассеивание энергии, c - жесткость волнового редуктора, $M_{\text{до}} = h_1 K_c u_e$ - движущий момент, u_e - входное напряжение двигателя в вольтах.

Разрешив ее относительно переменной ω , найдем передаточную функцию, определяющую выход непрерывной части САУ через ее вход – движущий момент ротора $M(p)$

$$\omega_\psi(p) = \frac{c p}{(J_1 p^2 + h_1 p + c)(J_2 p^2 + h_2 p + c) - c^2} M(p). \quad (2)$$

Используя это соотношение, можно записать передаточную функцию линейной непрерывной части системы

$$W(q) = \frac{\omega_\psi(q)}{u(q)} = \frac{P(q)}{Q(q)} = \frac{K_c}{\bar{a}_3 q^3 + \bar{a}_2 q^2 + \bar{a}_1 q + \bar{a}_0}, \quad (3)$$

где q - безразмерный комплексный параметр, $\bar{a}_3 = \frac{J_1 J_2}{c h_1} \frac{1}{T^3}$, $\bar{a}_2 = \left(\frac{J_1 h_2}{c h_1} + \frac{J_2}{c} \right) \frac{1}{T^2}$,

$\bar{a}_1 = \left(\frac{h_1}{c} + \frac{J_1 + J_2}{h_1} \right) \frac{1}{T}$, $\bar{a}_0 = \left(1 + \frac{h_2}{h_1} \right)$ - безразмерные параметры системы

регулирования, K_c - коэффициент передачи двигателя по угловой скорости, T - тактовая частота ШИМ

Расчет показал, что для исследуемой системы полюсы комплексной функции (3) располагаются всегда слева от мнимой оси плоскости комплексного параметра q .

Для дальнейших выкладок выражение (3) удобно представить в виде

$$W(q) = \bar{K}_c \cdot \frac{1}{q^3 + a_2 q^2 + a_1 q + a_0}, \quad (4)$$

где $a_2 = \frac{\bar{a}_2}{\bar{a}_3}$, $a_1 = \frac{\bar{a}_1}{\bar{a}_3}$, $a_0 = \frac{\bar{a}_0}{\bar{a}_3}$, $\bar{K}_c = \frac{K_c}{\bar{a}_3}$.

Обозначим $q_1 = -\delta_1$, $q_2 = -\delta_2 + i\omega_2$, $q_3 = -\delta_2 - i\omega_2$, $\delta_1 > 0$, $\delta_2 > 0$.

Это выражение можно преобразовать, учтя связь угловой скорости с углом поворота ($\omega = \dot{\psi}$)

$$\frac{\psi(q)}{U_e(q)} = \frac{P(q)}{q Q(q)} = \frac{K_c'}{q (q^3 + a_2 q^2 + a_1 q + a_0)},$$

где $K_c' = \frac{K_c T}{\bar{a}_3}$.

Согласно [2] алгоритм расчета переходных процессов в рассматриваемом случае описывается рекуррентными соотношениями вида

$$x[n,0] = f[n,0] - K_c' \sum_{v=0}^3 C_v \sum_{m=0}^{n-1} H_v(x[m,0]) e^{q_v(n-m)}, \quad (5)$$

$$H_v(x[m,0]) = AT \operatorname{sign} x[m,0] \frac{1 - e^{-q_v \gamma(x[m,0])}}{q_v}, \quad (6)$$

где

$$C_0 = \frac{1}{\delta_1 (\omega_2^2 + \delta_2^2)},$$

$$C_1 = \frac{4 \delta_1 \delta_2 - \omega_2^2 - \delta_2^2}{\delta_1 (\omega_2^2 + \delta_2^2) (\omega_2^2 + \delta_2^2 + \delta_1^2 - 2 \delta_1 \delta_2)},$$

$$C_2 = -\frac{1}{2} \frac{3 I \delta_1 \delta_2 + \omega_2 \delta_1 - (\omega_2^2 + \delta_2^2) I - 2 I \delta_2^2 + 2 \omega_2 \delta_2}{(\omega_2^2 + \delta_2^2) \omega_2 (\omega_2^2 + \delta_2^2 + \delta_1^2 - 2 \delta_1 \delta_2)},$$

$$C_3 = \frac{1}{2} \frac{I(-\omega_2^2 - 3 \delta_2^2 + 3 \delta_1 \delta_2 + 2 I \omega_2 \delta_2 + \omega_2 \delta_1 I)}{(\omega_2^2 + \delta_2^2) \omega_2 (\omega_2^2 + \delta_2^2 + \delta_1^2 - 2 \delta_1 \delta_2)}.$$

Для того чтобы воспользоваться рекуррентными соотношениями (5), (6) запишем выражения H_ν , $\nu = 0, 1, 2, 3$ в виде

$$C_0 H_0(x[m,0]) = C_0 \operatorname{sign} x[m,0] \gamma(x[m,0]),$$

$$C_2 H_2(x[m,0]) = C_2 \operatorname{sign} x[m,0] \frac{1 - e^{\delta_2 \gamma(x[m,0])} e^{-i\omega_2 \gamma(x[m,0])}}{-\delta_2 + i\omega_2},$$

$$C_1 H_1(x[m,0]) = C_1 \operatorname{sign} x[m,0] \frac{1 - e^{\delta_1 \gamma(x[m,0])}}{-\delta_1}, \quad (7)$$

$$\bar{C}_3 \bar{H}_3(x[m,0]) = \bar{C}_2 \operatorname{sign} x[m,0] \frac{1 - e^{\delta_2 \gamma(x[m,0])} e^{+i\omega_2 \gamma(x[m,0])}}{-\delta_2 - i\omega_2}.$$

После некоторых преобразований и подстановки (7) в (5) приходим к рекуррентным соотношениям в действительных переменных

$$x[n,0] = f[n,0] - \quad (8)$$

$$- \sum_{m=0}^{n-1} \operatorname{sign} x[m,0] \{B_0(x[m,0]) B_1(x[m,0](n-m)) + B_2(x[m,0](n-m))\} u_\epsilon$$

где

$$B_0(x[m,0]) = (K_c T + K_c' C_0) \gamma(x[m,0]), \quad (9)$$

$$B_1(x[m,0]) = (K_c T + K_c' C_1) \frac{1 - e^{\delta_1 \gamma(x[m,0])}}{\delta_1} e^{-\delta_1(n-m)}, \quad (10)$$

$$B_2(x[m,0]) = -2 e^{-\delta_2(n-m)} \{ [a \cos \omega_2(n-m) + b \sin \omega_2(n-m)] - e^{\delta_2 \gamma} [a \cos(-\gamma + (n-m)) + b \sin(-\gamma + (n-m))] \}, \quad (11)$$

$$a = \frac{-\delta_2 \operatorname{Re} C_2 + \omega_2 \operatorname{Im} C_2}{\delta_2^2 + \omega_2^2},$$

$$b = \frac{\delta_2 \operatorname{Im} C_2 + \omega_2 \operatorname{Re} C_2}{\delta_2^2 + \omega_2^2}$$

$$\gamma(x[m,0]) = \begin{cases} \chi |x|, & |x| \leq \frac{1}{\chi}, \\ 1, & |x| > \frac{1}{\chi}. \end{cases}$$

Выражение (8) определяет последовательную схему вычисления ошибки регулирования $x[n,0]$ в момент n -го такта работы ШИМ по значениям $x[m,0]$, где $m \leq (n-1)$.

Полученные рекуррентные соотношения могут быть использованы для исследования свободных затухающих и вынужденных колебаний взаимно связанной крутильной системы привода для различных внешних воздействий $f(t)$. Эти колебания сопутствуют рабочим процессам двигателя и должны быть проанализированы на предмет их влияния на точность позиционирования.

Можно записать предельные соотношения для B_0, B_1 и B_2 при увеличении частоты ω_2 (жесткость c растет). С ростом жесткости c частота ω_2 растет, при этом $C_0 \rightarrow \frac{1}{\delta_1 \omega_2^2}$, а $C_1 \rightarrow -\frac{1}{\delta_1 \omega_2^2}$. При $c \rightarrow \infty$ они стремятся к нулю. В результате предельного перехода получаем значения

$$\begin{aligned} B_0 &= K_c T \gamma(x[m,0]), \\ B_1 &= K_c T \frac{1 - e^{\delta_1 \gamma(x[m,0])}}{\delta_1} e^{-\delta_1(n-m)}, \\ B_2 &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Выражения (12) соответствуют тем формулам, которые использовались ранее для расчетов переходных процессов без учета относительных крутильных колебаний системы “ротор-привод“. В этом случае при $c \rightarrow \infty$ передаточная функция непрерывной части системы принимает вид

$$\omega(q) = \varphi(q) q = \frac{h_1 K_c u_s}{(Jq + h)}, \quad (13)$$

где $J = J_1 + J_2$, $h = h_1 + h_2$. Соответствующее этой передаточной функции дифференциальное уравнение двигателя можно записать в виде

$$J \dot{\omega}(t) + h_1 \omega(t) = h_1 K_c u_s. \quad (14)$$

Все сказанное выше позволяет осуществить преемственность полученных ранее результатов и внести в них поправки на точность позиционирования суппорта при учете высокочастотных относительных крутильных колебаний ротора и привода.

Анализ влияния высокочастотных крутильных колебаний привода подач на точность позиционирования был осуществлен на достаточно широком поле значений параметров. Полученные соотношения (8) – (11) позволяют оценить влияние высокочастотных крутильных колебаний системы “вал двигателя - привод” на переходные процессы при включении и выключении двигателя. Анализ точности позиционирования был выполнен при выключении двигателя с $27B$ до $1B$, затем с $1B$ на нуль. При этом было изучено влияние на переходные процессы вибраций привода подач. Оказалось, что при конечной крутильной жесткости вала волнового редуктора ($c_5 = 0.35 \cdot 10^4 \frac{Hm}{рад}$ и $c_4 = 10^6 \frac{Hm}{рад}$) время переходных процессов увеличивается в два

раза по сравнению с приводом, где жесткость $c = \infty$. При $K_c = 5 \frac{рад}{сВ}$ переходный процесс в случае нежесткого вала волнового редуктора длится более 10 с, что делает невозможным решение задачи о позиционировании суппорта.

Для оценки влияния на точность позиционирования аperiodических процессов, возникающих в САР без колебаний привода, можно использовать эти же соотношения при $K_c' = 0$. При этом они примут вид

$$x[n,0] = f[n,0] - K_c T \sum_{m=0}^{n-1} \text{sign } x[m,0] \{ B_0(x[m,0]) + B_1(x[m,0], n-m) \}, \quad (15)$$

где

$$B_0 = +\gamma(x[m,0]),$$
$$B_1 = -\frac{1 - e^{\delta_1 \gamma(x[m,0])}}{\delta_1} \cdot e^{-\delta_1(n-m)}.$$

По результатам проведенных исследований сделать следующие выводы:

- основной причиной нарушения точности позиционирования при устойчивой системе регулирования являются переходные процессы, вызванные переключением двигателя со скорости $v_1 = 0.05 м/с$ на более низкую скорость, соответствующую $v_2 = 0.002 м/с$,
- для оценки точности позиционирования можно использовать соотношение

$$\Delta l_i = \frac{v_i}{u_g} \sum_{k=1}^N x(k) T_m, \quad i = 1, 2,$$

где NT_m - длительность переходного процесса, v_i - скорость перемещения суппорта,

- требуемая точность позиционирования при линейной идеализации непрерывной части САР при $K_c = 5; 50 \left[\frac{рад}{сВ} \right]$ может быть достигнута лишь при использовании двухступенчатого режима регулирования,
- учет конечной крутильной жесткости вала волнового редуктора оказывает отрицательное влияние на точность позиционирования суппорта. В отдельных случаях она ухудшается в два раза.

Литература

1. Городецкий Ю.И., Куликов С.В. Математическое моделирование динамических процессов в САР с широтно-импульсной модуляцией // Нелинейные колебания механических систем. Труды VII Всероссийской научной конференции. ННГУ. Н.Новгород. 2005. С.266-268.
2. Цыпкин Я.З. Теория нелинейных импульсных систем. М.: Наука. 1973. 414 с.

1. Нижегородский государственный университет

им. Н.И. Лобачевского, Россия, Н. Новгород

2. Научно-исследовательский институт измерительных систем

им. Ю.Е. Седакова, Россия, Н. Новгород

Поступила: 20.02.08.