

УДК 534.26

ДИФРАКЦИЯ ЗВУКА НА КОНЕЧНОМ ТВЕРДОМ ЦИЛИНДРЕ В ДАЛЬНОМ ПОЛЕ

©Олег Иванович Косарев

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия
oikosarev@yandex.ru

Аннотация. Аналитическим методом получена формула расчета звукового давления вторичного гидроакустического поля, переизлученного абсолютно твердым конечным цилиндром в дальнем поле.

Ключевые слова: звуковое давление, вторичное гидроакустическое поле, твердая поверхность, конечный цилиндр.

DIFFRACTION OF SOUND BY A HARD CYLINDER OF FINITE LENGTH IN THE FAR FIELD

©O.I. Kosarev

Blagonravov Mechanical Engineering Research Institute of RAS, Moscow, Russia

Abstract. Obtained an analytical expression of the sound pressure of sonar secondary field reradiated by the solid finite cylinder in the far field.

Key words: the sound pressure directivity, secondary hydroacoustic field, hard surface, finite length cylinder.

Введение. Статья посвящена расчету звукового давления вторичного гидроакустического поля, переизлучаемого цилиндрической поверхностью абсолютно твердой конечной цилиндрической оболочки в дальнем поле. В общем случае вторичное поле возникает при воздействии на упругую оболочку зондирующего звукового сигнала, создаваемого внешним источником излучения [1-3]. В результате этого возбуждаются вынужденные колебания оболочки, и возникает дифрагированное (рассеянное) гидроакустическое поле, состоящее из поля, создаваемого вынужденными колебаниями оболочки, и поля, рассеянного на оболочке как на твердом теле. В данной статье рассматривается компонента рассеянного поля, обусловленная рассеянием звукового поля на оболочке как на твердом теле (цилиндре). Для бесконечного твердого цилиндра известно точное аналитическое решение задачи дифракции [1-3]. Для конечного твердого цилиндра, судя по проведенному автором обзору научной литературы, аналогичное решение отсутствует.

Целью данной работы является получить аналитическое решение задачи дифракции для конечной твердой цилиндрической оболочки. Речь идет о рассеянии звуковых волн на цилиндрической поверхности оболочки без учета крышек, потому что в ряде прикладных задач эта модель представляет наибольший интерес. Рассеяние на крышках должно быть рассмотрено отдельно.

Известные формулы. В результате анализа достаточно большого количества известных работ, посвященных дифракции звукового поля на конечных твердых цилиндрических

оболочках в жидкости, выявлены представленные ниже формулы расчета звукового давления. Рассеяние на крышках и на острых кромках в этих работах не учитывалось.

Для удобства сравнения формул в них приняты одинаковые обозначения одних и тех же параметров, которые не всегда совпадают с обозначениями в формулах первоисточников. Принятые обозначения: L , a - длина и радиус цилиндра, $k=\omega/c$ – волновое число, $\omega=2\pi f$, f - частота колебаний, ρ – плотность воды, c - скорость звука в воде, R – опорное расстояние, ψ , θ - углы падения и наблюдения, отсчитываемые от продольной оси цилиндра, m – гармоники, φ – окружной угол, ε_m – коэффициент, равный $\varepsilon_0=1$ и $\varepsilon_m=2$ при $m>0$, $J_m(ka)$, $J_m'(ka)$ - функция Бесселя первого рода и ее производная, $H_m^{(1)}(ka)$ и $H_m^{(2)}(ka)$ – функции Ганкеля первого и второго рода, $H_m^{(1)'}(ka)$ и $H_m^{(2)'}(ka)$ - их производные. Временная зависимость всех функций принята в виде $\exp(i\omega t)$, она везде опущена, x (или z) – координата продольной оси цилиндра. **Формула Р. Дж. Урика** [4]. Формула расчета отраженного сигнала от твердого конечного цилиндра приведена в [4] со ссылками на работы [1,5]

$$P_y = \frac{L\sqrt{ka}}{2R\sqrt{\pi}} \frac{\sin(kL \cos \psi)}{kL \cos \psi} \sin \psi \quad . \quad (1)$$

В работе [4] эта формула представляет собой отношение интенсивности отраженной звуковой волны к интенсивности падающей звуковой волны и используется для определения силы цели. Формула (1) отличается от оригинала [4] тем, что она записана для звукового давления, а не для интенсивности (извлечен квадратный корень) и в ней введено опорное расстояние R , которое в оригинале принято $R=1$ (и поэтому в [4] отсутствует). Следует отметить, что происхождение этой формулы установить не удалось, т.к. в ссылках [1,5] ее не оказалось. В [1] вообще нет формулы для конечного цилиндра. Ошибочность формулы (1) проявляется в том, звуковое давление P_y пропорционально длине цилиндра L только при угле падения $\psi=90^\circ$, и в том, что при изменении угла падения до $\psi=89^\circ$ давление уменьшается в сотни раз. В формуле отсутствует экспонента, характеризующая дальнее поле, и отсутствует угол наблюдения.

Формула [5]. В работе [5], исходя из законов геометрической оптики (лучевой теории дифракции), рассматривается рассеяние электромагнитных радиоволн, которое зависит от типа поляризации электрического поля (падающей волны) и от электропроводности материала цилиндра, что отличается от рассеяния гидроакустических волн. Этот подход и формулы в более полной форме представлены в работе П.Я.Уфимцева, рассмотренной ниже.

Формула В.В. Музыченко [6]. Звуковое давление поля, рассеянного на конечной абсолютно твердой цилиндрической оболочке в дальней зоне [6]

$$P = P_o \frac{e^{ika}}{a} \frac{i}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \cos(m\varphi) \frac{J_m'(ka \sin \psi)}{H_m^{(1)'}(ka \sin \psi)} \int_{-L}^L dz \quad , \quad (2)$$

где P_o - амплитуда падающего звукового поля. При выводе этой формулы автором допущено несколько ошибок и неточностей, в том числе следующие.

При выводе (2) в формулу Кирхгофа ошибочно подставлено не полное звуковое давление на поверхности цилиндра, а лишь часть его, связанная с рассеянным полем. Второе слагаемое, включенное в формулу Кирхгофа в [6], согласно граничному условию должно быть равно нулю.

Формула (2) соответствует частному случаю $\psi=90^\circ$ и непригодна для углов $\psi \neq 90^\circ$.

В качестве звукового давления P_{rad} рассеянного поля бездоказательно взято звуковое давление рассеянного поля на бесконечном цилиндре.

Ошибочно в экспоненте сферической волны $\exp(ika)/a$ указан радиус оболочки.

Ошибочно интеграл по длине цилиндра берется в пределах $(-L, L)$.

Отсутствие в формуле варьируемого угла наблюдения не позволяет ни строить диаграмму направленности, ни определять звуковое давление в теневой зоне.

Формула Е. Скучика [7]. Звуковое давление дальнего поля, создаваемого линейным источником излучения, расположенным на участке длиной $L=2b$ бесконечного твердого цилиндра

$$p(r, \theta) = \frac{2\rho c u}{\pi} \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{\sin(kb \cos \theta)}{k \cos \theta} \frac{1}{\sin \theta H_0^{(1)'}(ka \sin \theta)}, \quad (3)$$

где u – колебательная скорость линейного источника звука. Формула (3) определяет излучение линейного источника, но не дифракцию, и поэтому не может быть использована в качестве решения задачи дифракция звука на конечном твердом цилиндре. Ошибочность формулы (3) проявляется в том, что зависимость давления $p(r, \theta)$ от длины L проявляется только при угле наблюдения $\theta=90^\circ$.

Формула Williams W.E. [8]. Потенциал колебательной скорости рассеянного звукового поля m -ой моды на твердой конечной цилиндрической оболочке

$$\Psi^{(m)} \approx \frac{ie^{(m+1)j\pi/2}}{\pi k} \frac{e^{-ikr}}{r} \left[\frac{H^m(s) + e^{-ikL \cos \theta} J^m(s)}{\sin \theta H_m^{(2)'}(ka \sin \theta)} \right], \quad (4)$$

где $H^m(s)$, $J^m(s)$ – функции от неизвестной колебательной скорости звукового поля за пределами оболочки. Формула (4) ошибочная, т.к. в ней амплитуда давления не зависит от длины оболочки L , кроме того, она не может быть использована, потому что содержит неизвестные функции $H^m(s)$, $J^m(s)$.

Формула П.Я. Уфимцева [9]. В работе [9], как и в [5], рассматриваются электромагнитные радиоволны, рассеяние которых в вакууме зависит от поляризации электрического поля падающей волны и от электропроводности материала цилиндрической оболочки. Напряженность электрического поля, в случае E_ϕ – поляризации, принимаемая в качестве аналога звукового давления, определяется формулой

$$E_\phi = \frac{ia}{4} E_{ox} \frac{e^{ikR}}{R} \frac{(-\sin \theta)}{\cos \theta} (e^{ikL \cos \theta} - e^{-ikL \cos \theta}) [J_1(\xi) - iJ_2(\xi)], \quad (5)$$

где E_{ox} – амплитуда падающей электромагнитной волны, $\xi=2ka \sin \theta$, $J_1(\xi)$, $J_2(\xi)$ – функции Бесселя первого и второго рода, Формула (5) ошибочна, т.к. напряженность поля зависит от длины цилиндра L только при угле наблюдения $\theta=90^\circ$. В формуле нет угла падения ψ и нет теневого луча, что не позволяет строить диаграмму направленности.

Формула А.В. Лебедева, А.И. Хилько [10]. Компонента звукового поля, рассеянного на акустически жестком цилиндре

$$P_r(r, \theta, \varphi) = P_0 \frac{kSF(t)}{4\pi r} e^{ikr} \sum_m \varepsilon_m J'_m(x) \cos \psi [J_m(y) + iZ_m(\theta) J'_m(y) \cos \theta] q, \quad (6)$$

где $q = \cos(\varphi - \pi)$, $S = 2\pi aL$, $y = ka \cos \theta$, выражение $Z_m(\theta)$, названное в [10] акустическим импедансом для конечного цилиндра, имеет вид

$$Z_m(\theta) = \frac{p_m}{v_m} = \frac{ikL}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H_m^{(1)}(a\sqrt{k^2 - \gamma^2}) F^2(\tau)}{H_m^{(1)\prime}(a\sqrt{k^2 - \gamma^2}) \sqrt{k^2 - \gamma^2}} d\gamma,$$

$$F(t) = \sin t/t, \quad t = kL(\sin \theta + \sin \psi)/2,$$

$$F(\tau) = \sin \tau/\tau, \quad \tau = (k \sin \psi + \gamma)L/2.$$

В процессе вывода формулы (6) в формулу Гюйгенса (Кирхгофа) ошибочно подставлено не полное звуковое давление на поверхности цилиндра, а лишь часть его p_m , связанная с рассеянным полем. Выражение $Z_m(\theta)$ не определяет импеданс твердого цилиндра, т.к. известно, что импеданс твердого цилиндра равен бесконечности.

Выражение (6) не является аналитическим решением, т.к. содержит несобственный интеграл, требующий численного решения.

Подробный анализ вывода формулы (6) показывает следующие: а) выражение $F(t)$ не может быть вынесено в качестве общего множителя, б) выражение $F^2(\tau)$ не верно, т.к. в действительности это произведение двух разных функций, и в) функции Бесселя $J_m(y)$ должны быть функцией угла падения, а не наблюдения. Подробные выкладки получения (6), подтверждающие сказанное, опущены из-за их громоздкости.

Формула Е.Л. Шендерова [11]. Формула звукового давления поля, рассеянного на конечной твердой цилиндрической оболочке, в дальней зоне имеет вид

$$p = \frac{p_0 e^{-i\pi/4}}{\pi} \frac{e^{ikR}}{R} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \frac{J'_m(ka \sin \psi)}{H_m^{(1)\prime}(ka \sin \psi)} \frac{\sin(kL \cos \psi)}{k \cos \psi} \cos m\varphi. \quad (7)$$

При выводе этой формулы автором допущен ряд необоснованных преобразований. Например, формула $\Phi_s(\alpha, \varphi)$ (18.39) [3], представляющая собой диаграмму направленности для бесконечного цилиндра не обоснованно заменена на не эквивалентную формулу $\Phi_s(\theta, \varphi)$ (4.56) [11], представляющую собой сумму коэффициентов импедансного бесконечного цилиндра. Переход от бесконечного цилиндра к ограниченному цилиндру осуществлен путем умножения давления для бесконечного цилиндра (21.22) [3] на коэффициент, который получен путем деления давления на бесконечном цилиндре к давлению на ограниченном цилиндре (21.17) [3]. Однако формула (21.17), хотя и получена для ограниченного цилиндра, но только для частного случая $m=0$ и постоянного распределения по длине цилиндра колебательной скорости $v = \text{const}$. Эти же условия распространяются и на (7). К ним добавляется еще условие обратного рассеяния, т.е. совмещения точки излучения - приема, что реально соответствует только углу падения $\psi = 90^\circ$. В итоге формула (7) содержит лишний множитель $e^{-i\pi/4}$, в ней отсутствует множитель i^{2m+1} , она ограничена условиями $m=0$, $\psi = 90^\circ$ и не позволяет построить диаграмму направленности.

Анализ приведенных формул (1)-(7), взятых из широко известных авторитетных источников, показал, что они ошибочные. Наличие этих формул свидетельствует об отсутствии у специалистов единого мнения по данному вопросу и является обоснованием необходимости проведения дальнейших исследований.

Новая формула. Искомую формулу получим классическим методом теории гидроакустики. Сначала определим полное звуковое давление на поверхности цилиндра, а затем определим

звуковое давление в дальнем поле с использованием формулы Кирхгофа [6, 10, 13,12]. Новизна данной работы заключается в том, что в ней, в отличие от работ [6,10] учитывается полное звуковое давление на поверхности цилиндра. Отличие от [13] состоит в большем числе проанализированных публикаций и более строгом обосновании выбора формулы рассеянного поля на конечном цилиндре. Отличие от [12] заключается в том, что в [12] формула Кирхгофа использовалась, но не для решения задачи дифракции.

Пусть на цилиндр действует падающее звуковое поле p_0 , создаваемое монопольным источником излучения с объемной скоростью V , расположенным в точке M , рис.1. Координатами точки M в сферической системе координат с центром в точке O являются (H, ψ, φ_M) . Вектор $OM=H$ лежит в плоскости OO_2M . Расстояние от точки M до поверхности цилиндра $MA=h_A$. Точка A расположена на поверхности цилиндра и имеет цилиндрические координаты (x, r, φ) , $r=a$.

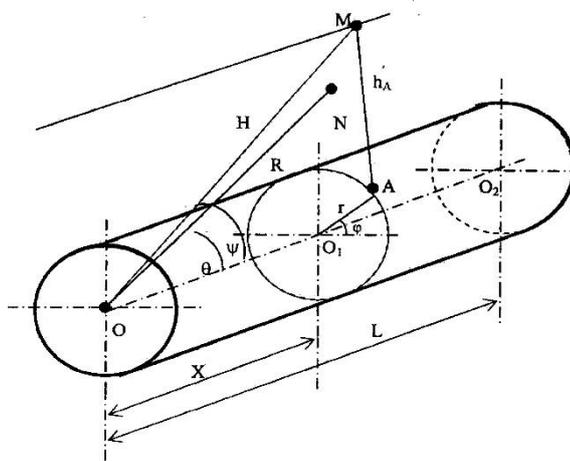


Рис. 1. К расчету падающего поля

Определим звуковое давление рассеянного дальнего поля в произвольной точке наблюдения N со сферическими координатами (R, θ, φ_0) , где R - расстояние от точки наблюдения N до начала координат O . Угол наблюдения θ отсчитывается от положительного направления оси ox , окружной угол φ_0 отсчитывается в плоскости, перпендикулярной оси ox .

Звуковое давление $p(N)$ в точке наблюдения N вычислим с использованием интегральной формулы Кирхгофа [3,12]

$$p(N) = \frac{1}{4\pi} \iint \left[\frac{\partial p}{\partial n} G(N,A) - p \frac{\partial G(N,A)}{\partial n} \right] ds, \quad G(N,A) = \frac{[\exp(-ikR_1)]}{R_1} \quad (8)$$

где $G(N,A)$ – функция Грина, $R_1 = |N,A|$, n - внешняя нормаль к поверхности цилиндра, $ds=ad\varphi dx$ – элемент поверхности цилиндра.

Полное звуковое давление на поверхности цилиндра p равно сумме звукового давления падающего p_0 и рассеянного p_s полей, т.е. $p=p_0+p_s$.

Граничное условие на поверхности конечного твердого цилиндра

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_s = 0. \quad (9)$$

Звуковое давление, создаваемое монопольным источником в точке А цилиндра [3]

$$p_A = i\rho \omega V \frac{e^{i(\omega t - kh_A)}}{4h_A\pi}, \quad (10)$$

где $h_A = H - x \cos \psi - r \sin \psi \cos \varphi$ при $\varphi_m = 0$. С учетом разложения падающей волны в ряд Фурье по цилиндрическим функциям звуковое давление падающего поля на поверхности цилиндра [13]

$$p_0 = K_H \cdot e^{ikx \cos \psi} \sum_{m=0}^{\infty} i^m \varepsilon_m J_m(ka \sin \psi) \cos m\varphi, \quad K_H = \frac{i\rho\omega V}{4\pi} \frac{e^{-ikH}}{H}. \quad (11)$$

Звуковое давление рассеянного поля на поверхности конечного твердого цилиндра, поступая аналогично [3], получим в виде

$$p_s = -\frac{\rho\omega^2}{2\pi} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_0 e^{ikx \cos \psi} e^{-i\gamma x} \frac{H_m^{(2)}(a\sqrt{k^2 - \gamma^2}) e^{i\gamma z}}{\sqrt{k^2 - \gamma^2} H_m^{(2)'}(a\sqrt{k^2 - \gamma^2})} d\gamma dx, \quad (12)$$

где амплитуда колебательного перемещения W_0 в падающей звуковой волне определяется из условия (9), из которого также следует, что колебательные перемещения рассеянной и падающей волны связаны равенством $w_s(x) = -w_0(x)$,

$$\frac{\partial p_0}{\partial n} = \rho\omega^2 w_0(x) = \rho\omega^2 W_0 e^{ikx \cos \psi},$$

$$W_0 = \frac{K_H k \sin \psi}{\rho\omega^2} \sum_{m=0}^{\infty} i^m \varepsilon_m J_m'(ka \sin \psi) \cos m\varphi.$$

Производная функции Грина

$$\frac{\partial G(N, A)}{\partial n} = \frac{e^{-ikR}}{R} ik \sin \theta e^{ikx \cos \theta} \cos(\varphi - \varphi_0) e^{ika \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_0)}. \quad (13)$$

Поскольку входящие в формулу (8) звуковые давления падающего и рассеянного полей представляется рядами Фурье по окружной гармонике m , считаем, что звуковое давление в дальней зоне $p(N)$ также является аналогичным рядом Фурье. Интегрирование в формуле (8) по угловой координате φ выполним для общего члена ряда $p_m(N)$, ограничиваясь рассмотрением функции $p(N)$ для одной m -й окружной гармоники В результате интегрирования в (8) по углу φ с учетом (9) и (13) и последующего суммирования окружных гармоник получим

$$p(N) = -\frac{e^{-ikR} i^m}{2R} ak \sin \theta J'_m(ka \sin \theta) \int_0^L (p_0 + p_s) e^{ikx \cos \theta} dx, \quad (14)$$

Подстановка выражений (11) и (12) в (14) и их интегрирование по x дает окончательную формулу звукового давления дифрагированного поля в точке наблюдения. Нетрудно показать, что формулу (14) можно упростить путем проведения ряда преобразований, заключающихся, в том числе, в использовании свойств дельта - функции, определителя Вронского и других преобразований, опускаемых для краткости. Окончательную формулу звукового давления вторичного гидроакустического поля в дальней зоне в результате проведенных преобразований можно представить в виде

$$p(N) = \frac{K_H}{\pi} \frac{e^{-ikR}}{R} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m i^{2m+1} \left(\frac{\sin \theta}{\sin \psi} \right) \left(\frac{J'_m(\mu)}{H_m^{(2)'}(\lambda)} \right) \left(\frac{e^{ik\beta L} - 1}{ik\beta} \right) \cos m\varphi, \quad (15)$$

где $\beta = \cos \psi + \cos \theta$, $\lambda = k a \sin \psi$, $\mu = k a \sin \theta$.

На рис.2 приведены примеры расчета диаграмм направленности на частотах $f=50, 500, 5000$ Гц для твердого цилиндра с параметрами: $L=70$ м, $a=4$ м, $h=0,04$ м, $\psi=10^0$, $V=V_m/f$, $V_m=2,09 \cdot 10^{-2}$ (м³/сек²). Более подробно примеры расчета описаны в [13]. Дополнительно учесть рассеяние звука на крышках можно с использованием известных методов [4,7,9].

Заключение. Формула (15) получена аналитическим методом без каких-либо ограничений и допущений. Эта формула является точным решением, она проста и удобна и может быть эффективно использована при решении различных прикладных задач, например, расчета силы цели [4,14], акустического проектирования морских подвижных объектов и гашения вторичного поля [15,16].

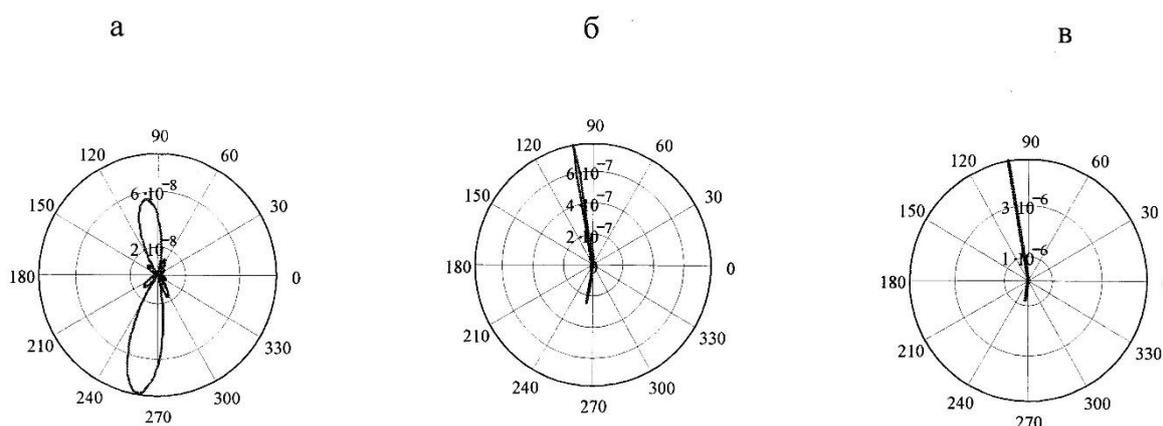


Рис. 2. Диаграммы направленности: а - $f=50$ Гц, б - $f=500$ Гц, в - $f=5000$ Гц

Список литературы

1. Стретт Дж. В. (Рэлей). Теория звука. Т. 2. М.: ГИТТЛ. 1955, 476 с.
2. Лямшев Л.М. Дифракция звука на безграничной тонкой упругой цилиндрической оболочке // Акуст. ж. 1958. т. IV, № 2, с. 161-167.

3. Шендеров Е.Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение. 1972, с. 153-154.
4. Урик Роберт Дж. Основы гидроакустики. Л.: Судостроение. 1978, с. 315-316.
5. Распространение ультракоротких радиоволн/ Под ред. Б.А. Шиллерова. М.: Советское радио. 1954, с. 450-455.
6. Музыченко В.В. Дифракция звука на упругих оболочках. М.: Наука. 1993, с.141-144.
7. Скучик Е. Основы акустики. Т.2. М: Мир. 1976, с.138-145.
8. Williams W.E. Diffraction by a cylinder of finite length. Math. Proceed. Camb. Phil. Soc. V.52, 1956, p. 322-335.
9. Уфимцев П.Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. М.: Советское радио. 1962, с. 86-103.
10. Лебедев А.В., Хилько А.И. Рассеяние звука упругими тонкостенными цилиндрами ограниченной длины // Акустический журнал. 1992, т. 38. № 6, с. 1059.
11. Шендеров Е.Л. Излучение и рассеяние звука. Л.: Судостроение. 1989, с. 195-200.
12. Авербух А.З., Вейцман Р.И., Генкин М.Д. Колебания элементов конструкций в жидкости. М.: Наука. 1987, с. 133-135.
13. Косарев О.И. Вторичное гидроакустическое поле, создаваемое твердым конечным цилиндром в дальнем поле // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2015, №4, с. 99-103
14. Хилько А.И., Смирнов И.П., Машошин А.И., Шафранюк А.В., Хилько А.А. Сила цели в океанических волноводах // Акустический журнал, 2015, т. 61, № 3, с. 377-386.
15. Косарев О.И. Активное гашение вторичного поля с управляемыми элементами, размещенными на поверхности тела // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2009, №3, с.3-8.
16. Косарев О.И. Активное гашение вторичного поля цилиндрической оболочки в дальней зоне с использованием приложенных к оболочке вынуждающих сил// Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. №1, с. 10-17.

Дата поступления статьи: 28 февраля 2017 года.