

УДК 621.165

## ВЛИЯНИЕ НЕУСТРАНИМОГО ПРОГИБА НА ВЕЛИЧИНУ РЕЗОНАНСНЫХ АМПЛИТУД РОТОРА С ОСТАТОЧНЫМ ДИСБАЛАНСОМ ПРИ ЕГО ВЫБЕГЕ

© Ольга Аскольдовна Волоховская<sup>1</sup>, Ольга Владимировна Бармина<sup>2</sup><sup>1,2</sup> ИМАШ РАН, Россия, Москва[olgaavol@yandex.ru](mailto:olgaavol@yandex.ru)

**Аннотация.** В статье на основе математической модели однопролетного ротора с неустрашимым начальным прогибом и остаточным дисбалансом проведена оценка амплитуд его колебаний при прохождении низших критических скоростей при выбеге. Рассмотрены два варианта крепления ротора к статору- моделирующий стендовые испытания и моделирующий влияние остальной части валопровода в процессе эксплуатации турбины, два варианта дисбаланса (точечный и распределенный) и два типа подшипников (эллиптические и сегментные). В качестве примера приведены расчеты амплитуд на низших критических частотах при выбеге ротора высокого давления турбины К-300-23.5 ЛМЗ со значениями стрелки неустрашимого прогиба и остаточного дисбаланса, соответствующими предельно допустимым нормами эксплуатации турбин [1]. Полученные результаты проанализированы.

**Ключевые слова:** неустрашимый прогиб, остаточный дисбаланс, выбег ротора, амплитуды резонансных колебаний, тепловая проба.

## INFLUENCE OF AN INERADICABLE DEFLACTION ON THE RESONANCE AMPLITUDES VALUES OF ROTOR WITH A RESIDUAL IMBALANCE DURING ITS RUN-OUT

© O.A. Volokhovskaya<sup>1</sup>, O.V. Barmina<sup>2</sup><sup>1,2</sup> IMASH RAN, Moscow, Russia[olgaavol@yandex.ru](mailto:olgaavol@yandex.ru)

**Abstract.** On the basis of the mathematical model for a single-span rotor with ineradicable initial deflection and residual imbalance the rotor vibration amplitudes were evaluate during its passage of the lower critical speeds in the run-out. It was considered two variants of rotor attachment to stator- bench tests simulating and modeling the influence of the rest shaft line during the turbine operation, two versions of the imbalance (point and distributed) and two types of bearings (elliptical and segment). Calculations of amplitudes on the lowest critical frequencies for high pressure rotor of the turbine K-300-23.5 of LMP run-out are given as an example. When calculating values of an ineradicable deflection arrow and residual imbalance have been accepted equal to maximum permissibile by norms of operation of turbines values [1]. The received results are analyzed.

**Keywords:** ineradicable deflection, residual imbalance, rotor run-out, amplitudes of resonance vibration, thermal test.

Причинами повышенной вибрации роторов турбоагрегатов (ТА) могут быть факторы, не проявляющиеся при традиционной процедуре балансировки, а возникающие только в процессе эксплуатации ТА. К числу наиболее распространенных факторов такого рода относится погнутость вала ротора. В качестве основных причин, ее вызывающих, могут быть названы следующие [2]: *тепловая неустойчивость ротора* (она является следствием неоднородности материала заготовки ротора по значениям температурного коэффициента удлинения и приводит к тому, что при рабочей температуре ротор приобретает прогиб, который исчезает лишь при его остановке и остывании до комнатной температуры); *неравномерная ползучесть* (при длительной эксплуатации высокотемпературных роторов цилиндра высокого давления (ЦВД) и цилиндра среднего давления (ЦСД) возможно искривление ротора вследствие непостоянства сопротивления ползучести материала в окружном направлении); *прогиб ротора после задевания в уплотнениях* (при прохождении критической скорости, местного нагрева и появления местных пластических деформаций вала в местах задевания); *пуск турбины с погнутым ротором* (когда ротор имеет неравномерную температуру вследствие недостаточного прогрева на малых оборотах перед пуском).

**Физическая модель системы** В работе [2] была предложена модель погнутого однодискового ротора, которую можно обобщить на случай погнутого ротора с произвольным распределением жесткостей, линейной плотности и остаточного дисбаланса вдоль оси ротора. Рассмотрим ротор круглого сечения с постоянной изгибной жесткостью  $EI$  ( $E$  – модуль Юнга,  $I$  – момент инерции сечения) и первоначальным прогибом

$$v = \delta \cdot f(z), \quad (1)$$

где  $\delta$  – стрелеа прогиба, который имеет массу  $M$ , равномерно распределенную по длине пролета  $l$ . Ротор опирается на статор через два одинаковых подшипника с эллиптической расточкой вкладышей (вариант А, соответствующий условиям закрепления ротора на стенде) или на один подшипник и одну жесткую шарнирную опору (вариант Б, моделирующий поведение ротора при его взаимодействии с остальным валопроводом). Ротор отнесен к неподвижной системе координат  $Oxuz$ , в которой оси  $Ox$  и  $Oy$  представляют собой главные оси жесткости подшипников. При этом предполагается, что  $Ox$  – ось минимальной жесткости подшипников,  $Oy$  – ось максимальной жесткости подшипников. Силы тяжести ротора не принимаются во внимание, так как они не вызывают вибрации и малы по сравнению с возникающими в системе при высоких скоростях вращения инерционными силами. Жесткость статора существенно выше жесткости масляной пленки подшипников, поэтому статор считается недеформируемым. Ротор имеет остаточный дисбаланс, который обусловлен неуравновешенностью, сосредоточенной в середине пролета или распределенной по длине пролета по некоторому закону.

На практике неуравновешенность первого типа может возникнуть в результате разбалансировки ротора, вызванной вылетом лопатки или фрагмента диска. Неуравновешенность второго типа (распределенная) может появиться как в процессе изготовления ротора в результате несовпадения центров масс поперечных сечений ротора с их геометрическими центрами (эксцентриситета), являющегося следствием непостоянства плотности материала вдоль какого-либо направления, перпендикулярного оси ротора, так и в результате неточностей при первоначальной балансировке ротора на стенде.

Все механические и геометрические параметры системы, необходимые для дальнейших расчетов, считаются известными.

В работе [2] было показано, что влияние кручения вала погнутого ротора на характер его изгибных колебаний весьма мало, поэтому в дальнейшем ротор предполагается абсолютно жестким на кручение. При этом основным показателем виброактивности ротора будет

величина его амплитуды на критических скоростях при вынужденных колебаниях с измененным за счет первоначальной погнутости вала эксцентриситетом.

Предполагается также, что кривая первоначального прогиба ротора со стрелкой  $\delta$  и вектор эксцентриситета  $e$  сосредоточенной неуравновешенности или кривая остаточного эксцентриситета  $e(z) = \varepsilon \cdot \bar{e}(z)$  со стрелкой  $\varepsilon$  при распределенном дисбалансе лежат в одной плоскости, при этом направления векторов  $\delta$  и  $e$  или  $\delta$  и  $\varepsilon$  либо совпадают, либо противоположны. Тем самым рассматриваются два крайних случая: суммирование и вычитание эффектов, вызывающих колебания ротора от прогиба и неуравновешенности.

На рис.1 а, б представлены расчетные схемы для двух рассматриваемых в модели вариантов установки ротора на опоры при наличии сосредоточенной неуравновешенности: в условиях стендовых испытаний (вариант А) и при моделировании взаимодействия рассматриваемого ротора с остальной частью валопровода (вариант Б).

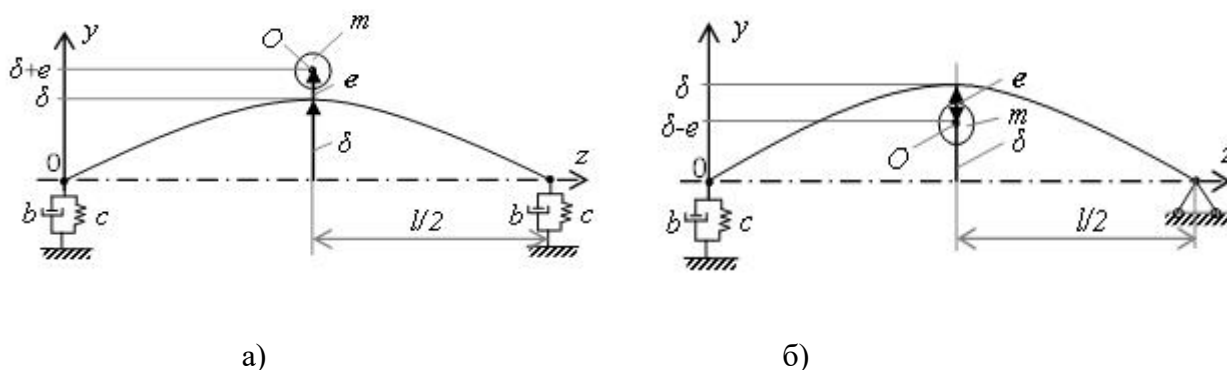


Рис.1. Расчетная схема конструкции: а - вариант А, совпадение направлений векторов  $\delta$  и  $e$ ; б - вариант Б, противоположное направление  $\delta$  и  $e$ ;  $c, b$  – параметры жесткости и демпфирования подшипников в рассматриваемой плоскости.

Задача настоящего исследования состоит в определении вклада первоначального прогиба (погнутости) ротора и остаточной неуравновешенности в величину амплитуд его переходных колебаний на собственных частотах, лежащих ниже рабочей частоты вращения, при выбеге.

**Постановка задачи об определении резонансных амплитуд погнутого ротора с статочным дисбалансом при выбеге.** Постановка задачи в данной формулировке связана с тем обстоятельством, что при свободном выбеге ротора с медленно падающим угловым ускорением возможно его «зависание» на собственных частотах, лежащих ниже рабочей скорости вращения турбоагрегата, что приводит к возбуждению резонансных колебаний и повышению амплитуд вибраций до недопустимых нормами ISO (International Standard Organization) значений.

Решения задачи об определении резонансных амплитуд погнутого ротора с остаточным дисбалансом будем проводить на основе обобщения полученной в [3] формулы для ротора с безинерционным валом, сосредоточенными дисбалансами и несколькими подшипниками:

$$A_j = \varphi_{j(k)}(p_{(k)}/H_{(kk)}) \cdot \varepsilon_{(k)}. \quad (2)$$

Здесь  $A_j$  – амплитуда в точке  $j$ ,  $\varphi_{j(k)}$  – значение  $k$ -той нормированной главной формы колебаний в точке  $j$  (здесь и далее по индексам в скобках суммирование не проводится),  $p_k$  –  $k$ -тая собственная частота колебаний,  $H_{kk}$  – приведенный коэффициент демпфирования по  $k$ -той форме колебаний ротора,  $\varepsilon_k$  – параметр возбуждения при колебаниях по форме  $k$ .

Отсылая за подробностями к [3, с. 383], для ротора с двумя подшипниками (рис.1, а) получим

$$H_{kk} = b^{(k)}(\varphi_{1k}^2 + \varphi_{2k}^2); \quad (3)$$

для ротора с одним подшипником и неподвижным шарниром (рис. 1, б)

$$H_{kk} = b^{(k)}\varphi_{1k}^2, \quad (4)$$

где  $\varphi_{1k}, \varphi_{2k}$  – значения нормированных главных форм колебаний на левой и правой опорах, соответственно;  $b^{(k)} = b_{11}$  – параметр демпфирования подшипников для колебаний в плоскости  $xOz$ ,  $b^{(k)} = b_{22}$  – тот же параметр для колебаний в плоскости  $yOz$ .

Параметр  $\varkappa_k$  в модели [3] есть мера возбуждения колебаний при резонансе. Обобщение зависимости (2) на случай совместного наличия у ротора первоначального прогиба и сосредоточенных неуравновешенностей  $m_j e_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ), расположенных в точках  $z_j$  вала, дает:

$$\varkappa_k = \delta \cdot \int_0^l f(z) \varphi_k(z) \mu(z) dz + \sum_{j=1}^n m_j e_j \varphi_k(z_j), \quad (5)$$

где  $\mu(z) = \rho F$  – линейная плотность ротора ( $\rho$  – плотность материала,  $F$  – площадь поперечного сечения). Интеграл в (5) учитывает вклад прогиба ротора в меру возбуждения колебаний, а сумма, в соответствии с [3], – вклад сосредоточенных неуравновешенностей.

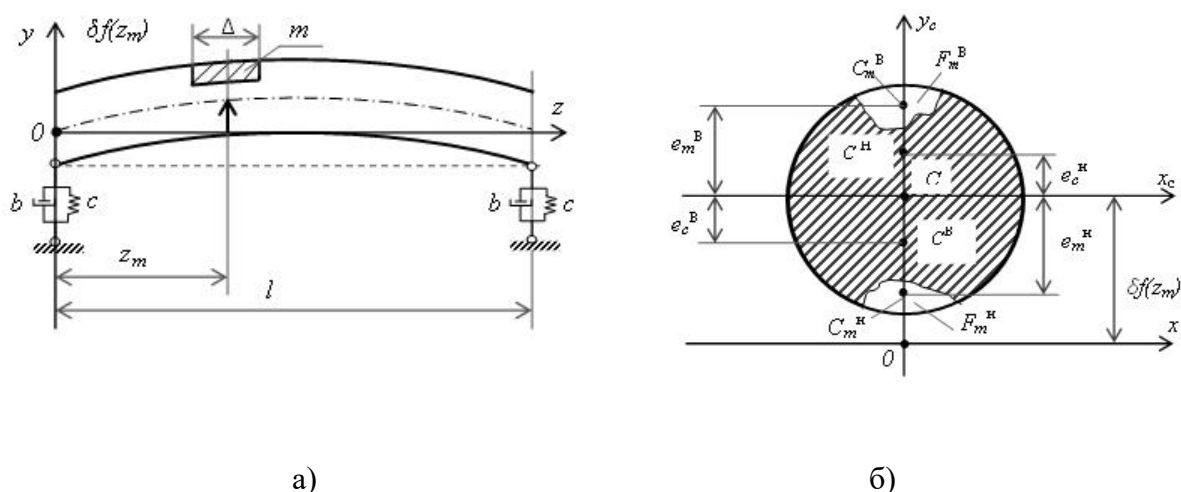


Рис.2. Ротор с потеряннной массой: а – расположение вылетевшего обломка на валу ротора; б – поперечное сечение ротора, в котором произошла разбалансировка.

Для погнутого ротора, претерпевшего разбалансировку в результате вылета лопатки или участка диска массой  $m = \rho F_m \Delta$  с центром в точке пролета  $z = z_m$  ( $F_m$  – площадь сечения вылетевшей массы,  $\Delta$  – длина соответствующего участка пролета (рис.2, а, б)), в предположении, что разбалансировка произошла в плоскости погнутости ротора, найдем для ординаты  $e_c$  центра масс сечения ротора после потери массы:

$$e_c = e_c^B = -F_m \cdot |e_m^B| / (F - F_m); \quad e_c = e_c^H = F_m \cdot |e_m^H| / (F - F_m), \quad (6)$$

где  $e_m^B$  – эксцентриситет вылетевшего обломка при совпадении его знака со знаком стрелки прогиба  $\delta$  (на рис. 2, а  $\delta > 0$  имеет направление вверх);  $e_m^H$  – тот же параметр при знаке, противоположном знаку  $\delta$ ;  $e_c^B, e_c^H$  – координаты центра масс сечения ротора с утраченной массой при ее вылете в верхней и нижней части сечения, соответственно. Обозначим эксцентриситет обломка через  $e_m$  помня, что он может принимать значения  $e_m^B$  и  $e_m^H$ .

В рассматриваемом случае мера возбуждения колебаний  $\varkappa_k$  выразится соотношением:

$$\begin{aligned} \varkappa_k = & \delta \int_0^{z_m - \Delta/2} f(z) \varphi_k(z) \mu(z) dz + \delta \int_{z_m + \Delta/2}^l f(z) \varphi_k(z) \mu(z) dz + \\ & + \int_{z_m - \Delta/2}^{z_m + \Delta/2} (\delta f(z) \mp |e_c|) \varphi_k(z) \rho(F - F_m) dz. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $|e_c| = |e_c^B|, |e_c^H|$  – модуль ординаты центра масс сечения ротора в точке  $z = z_m$  после потери массы (рис. 2, б), определяемый формулами (6). Знак « $\mp$ » соответствует случаю, когда  $|e_c| = |e_c^B|$ , знак « $\pm$ » – случаю  $|e_c| = |e_c^H|$ .

Преобразуем соотношение (7) с учетом (6), полагая, что в пределах участка  $z_m - \Delta/2 \leq z \leq z_m + \Delta/2$  с достаточной степенью точности выполнены равенства  $\varphi_k(z) = \varphi_k(z_m), f(z) = f(z_m)$ . Получим:

$$\varkappa_k = \delta \cdot \int_0^l f(z) \varphi_k(z) \mu(z) dz - [\delta f(z_m) \pm |e_m|] \varphi_k(z_m) \cdot m, \quad (8)$$

где знак « $\pm$ » внутри скобок относится к случаю, когда  $e_m$  и  $\delta$  совпадают по знаку, знак « $\mp$ » – к случаю, когда знаки  $e_m$  и  $\delta$  противоположны.

Очевидно, что второй случай – наиболее неблагоприятный, так как он соответствует наибольшему суммарному возбуждению ротора (поскольку на практике всегда  $|e_m| \gg |\delta \cdot f(z_m)|$ ).

Если ротор имеет остаточный эксцентриситет

$$e(z) = \varepsilon \cdot \bar{e}(z), \quad (9)$$

распределенный по длине пролета и лежащий в плоскости прогиба, то мера возбуждения колебаний  $\varkappa_k$  выразится соотношением:

$$\varkappa_k = \int_0^l [\delta f(z) \pm \varepsilon \bar{e}(z)] \varphi_k(z) d\mu, \quad (10)$$

где знак « $\pm$ » относится к случаю, когда  $\delta$  и  $\varepsilon$  совпадают по знаку, знак « $\mp$ » – к случаю, когда их знаки противоположны.

Зависимости (3) - (5) дают возможность рассчитать величину возбуждения и резонансные колебания для погнутого и неуравновешенного ротора в общем случае, если известны его прогиб  $\delta$ , эксцентриситеты дисков  $e_j$ , значения его собственных частот  $p_k$  и главные формы колебаний  $\varphi_k(z)$ .

**Определение собственных частот и форм колебаний ротора.** Расчет  $p_k$  и  $\varphi_k(z)$  может быть проведен множеством методов. Для примера расчета амплитуд резонансных

колебаний при выбеге ротора примем модель стержня с постоянными по оси  $Oz$  параметрами. Динамический прогиб модели в главных осях жесткости подшипников  $Ox$  и  $Oy$  (рисунок 1) удовлетворяет системе несвязанных уравнений [3]:

$$\varphi^{iv} - \alpha^{IV} \varphi = 0; \quad (\alpha^{IV} = p^2 \cdot \rho F / EI), \quad (11)$$

где  $\varphi = \varphi_x, \varphi_y$ ;  $\varphi_x, \varphi_y$  – собственные формы колебаний ротора вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$ , соответственно;  $p = p_x, p_y$  – соответствующие им собственные частоты.

Решение уравнения (11) может быть представлено в виде:

$$\varphi(z) = A_1 S(\xi) + A_2 T(\xi) + A_3 U(\xi) + A_4 V(\xi); \quad (\xi = \alpha z), \quad (12)$$

где  $A_1, A_2, A_3, A_4$  – неизвестные постоянные, в качестве частных решений  $S, T, U, V$  приняты функции А.Н. Крылова [3]:

$$S = \frac{1}{2}(\text{ch } \xi + \cos \xi); \quad T = \frac{1}{2}(\text{sh } \xi + \sin \xi); \quad U = \frac{1}{2}(\text{ch } \xi - \cos \xi); \quad V = \frac{1}{2}(\text{sh } \xi - \sin \xi).$$

Найдем собственные частоты и формы для вариантов А и Б крепления ротора к статору (рис. 1 а, б). Краевые условия запишутся в виде:

$$\text{А: } \varphi''(0) = 0; \quad EI \varphi'''(0) + c \varphi(0) = 0; \quad \varphi''(l) = 0; \quad EI \varphi'''(l) - c \varphi(l) = 0, \quad (13)$$

$$\text{Б: } \varphi''(0) = 0; \quad EI \varphi'''(0) + c \varphi(0) = 0; \quad \varphi(l) = 0; \quad \varphi''(l) = 0. \quad (14)$$

где  $c = c_{xx}, c_{yy}$ ;  $c_{xx}, c_{yy}$  – жесткости масляного слоя подшипников в направлении главных осей  $Ox$  и  $Oy$  матрицы жесткости, соответственно.

Подставляя выражение (12) для  $\varphi(z)$  в краевые условия (13) и (14) для обоих вариантов крепления ротора к статору, для каждого случая получим систему однородных линейных уравнений относительно неизвестных постоянных  $A_1, A_2, A_3, A_4$ . Приравняв нулю определители этих систем, найдем частотные уравнения для вариантов А и Б (рис.1), которые в преобразованной форме имеют вид

$$\text{А: } \frac{(\lambda)^6}{v^2} (1 - \text{ch } \lambda \cos \lambda) + 2 \frac{(\lambda)^3}{v} (\text{sh } \lambda \cos \lambda - \text{ch } \lambda \sin \lambda) + 2 \text{sh } \lambda \sin \lambda = 0; \quad (15)$$

$$\text{Б: } 2 \text{sh } \lambda \sin \lambda + \frac{(\lambda)^3}{v} (\text{sh } \lambda \cos \lambda - \text{ch } \lambda \sin \lambda) = 0. \quad (16)$$

Здесь обозначено

$$v = cl^3 / EI, \quad \lambda = \alpha l. \quad (17)$$

Собственные частоты ротора  $p_i$  связаны с корнями уравнений (15) и (16)  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, \dots, \infty$ ) соотношением, вытекающим из второго равенства (11) и (17):

$$p_i = (\lambda_i^2 / l^2) \cdot \sqrt{EI / \rho F}. \quad (18)$$

Соответствующие нормированные собственные формы колебаний имеют вид:

$$\varphi_i(z) = A_{(i)} \bar{\varphi}_{(i)}; \quad (A_i = 1); \quad (19)$$

$$\bar{\varphi}_i = \left\{ S(\alpha_i z) - \frac{\nu}{(\lambda_i)^3} V(\alpha_i z) - \left[ \frac{U(\lambda_i)}{V(\lambda_i)} - \frac{\nu}{(\lambda_i)^3} \frac{T(\lambda_i)}{V(\lambda_i)} \right] T(\alpha_i z) \right\}; \quad (\alpha_i = \lambda_i/l). \quad (20)$$

Здесь и далее  $\bar{\varphi}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, \infty$ ) – собственные формы системы, удовлетворяющие условию  $\bar{\varphi}_i(0) = 1$ . Из (2) видно, что значения амплитуд не зависят от масштаба собственных форм, поэтому множитель  $A_i = A_{1i}$  может быть любым. Далее примем, что  $A_i = A_{1i} = 1$ , то есть

$$\varphi_i(z) = \bar{\varphi}_{(i)}(z). \quad (21)$$

Каждое из уравнений (15) и (16) с учетом равенств (17) и (18) при  $\nu = \nu_x = c_{xx} l^3 / EI$  и  $\nu = \nu_y = c_{yy} l^3 / EI$  позволяет определить по две последовательности собственных частот для каждого из вариантов А и Б установки ротора на опоры  $p_{ix}^A, p_{iy}^A$  и  $p_{ix}^B, p_{iy}^B$  ( $i = 1, 2, \dots, \infty$ ), каждой из которых внутри варианта соответствует семейство нормированных форм колебаний ротора  $\varphi_{ix}^A, \varphi_{iy}^A$  и  $\varphi_{ix}^B, \varphi_{iy}^B$  в направлениях главных осей жесткости подшипников  $0x$  и  $0y$ . В соответствии с (21) они могут быть определены с помощью соотношения (20).

Таким образом, задача об определении собственных частот и форм колебаний ротора для обоих рассматриваемых вариантов его крепления к статору может считаться решенной.

В качестве примера определим низшие собственные частоты колебаний по горизонтальной и вертикальной осям и соответствующие им собственные формы для ротора (рис. 1 а, б) с параметрами: масса  $M = 9600$  кг; длина  $l = 5,5$  м; жесткость сечения вала  $EI = 5,15 \cdot 10^8$  Н·м<sup>2</sup>; рабочая угловая скорость  $\omega = 314,16$  рад/с. Коэффициенты жесткости и демпфирования подшипников будем считать независимыми от частоты вращения ротора и равными:

$$\begin{aligned} c_{xx} &= 0,11 \cdot 10^9 \text{ Н/м}; & c_{yy} &= 1,16 \cdot 10^9 \text{ Н/м}; & c_{xy} &= -c_{yx} = 0,33 \cdot 10^9 \text{ Н/м}; \\ b_{xx} &= 0,45 \cdot 10^6 \text{ кг/с}; & b_{yy} &= 4,7 \cdot 10^6 \text{ кг/с}; & b_{xy} &= b_{yx} = 0,60 \cdot 10^6 \text{ кг/с}. \end{aligned}$$

Приведенные параметры соответствуют ротору высокого давления турбины К-300-23.5 ЛМЗ.

Низшие частоты собственных колебаний ротора при его закреплении по варианту А (рис. 1, а) имеют значения:

$$\begin{aligned} p_{1x} &= 117.996 \text{ рад /с}; & p_{2x} &= 251.293 \text{ рад /с}; \\ p_{1y} &= 168.384 \text{ рад /с}; & p_{2y} &= 575.838 \text{ рад /с}. \end{aligned} \quad (22)$$

Собственные формы колебаний ротора вида (20) для частот, лежащих ниже рабочей скорости вращения ротора в варианте А приведены на рис.3.

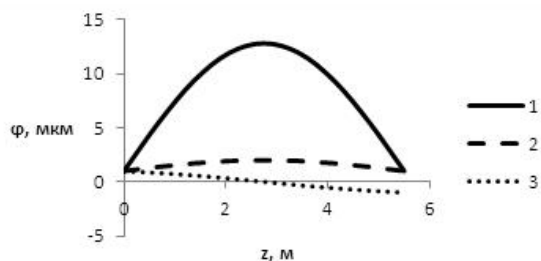


Рис.3. Собственные формы колебаний ротора при варианте закрепления А:

$$1 - \bar{\varphi}_{1y}^A, \quad 2 - \bar{\varphi}_{1x}^A, \quad 3 - \bar{\varphi}_{2x}^A.$$

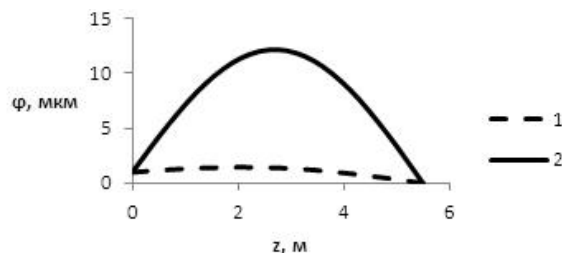


Рис.4. Собственные формы колебаний ротора при варианте закрепления Б:

$$1 - \bar{\varphi}_{1x}^B, \quad 2 - \bar{\varphi}_{1y}^B.$$

Для варианта Б имеем:

$$\begin{aligned} p_{1x} &= 135.680 \text{ рад /с}; & p_{2x} &= 363.1413 \text{ рад /с}; \\ p_{1y} &= 172.586 \text{ рад /с}; & p_{2y} &= 628.902 \text{ рад /с}. \end{aligned} \quad (23)$$

Отметим, что собственные частоты ротора при варианте крепления Б оказываются выше, чем для варианта А. Собственные формы колебаний ротора вида (20) на низших частотах для варианта Б представлены на рис.4. Колебания по формам, приведенным на рисунках 3 и 4, могут возбуждаться при выбеге ротора.

**Определение резонансных амплитуд ротора при выбеге.** Примем, что начальный прогиб ротора задан соотношением (1), где:

$$f(z) = \sin(\pi z/l). \quad (24)$$

Для удобства дальнейших расчетов запишем формулу (2) для резонансных амплитуд ротора на низших критических частотах в виде:

$$A(z) = \frac{p_{(i)}}{H_{(ii)}} M \bar{\varphi}_i(z) \bar{\alpha}_{(i)}. \quad (25)$$

где главные нормированные формы ротора  $\bar{\varphi}_i(z)$  заданы формулой (20).

Истинная неуравновешенность любого конкретного ротора, как правило, неизвестна, поэтому рассмотрим два предположительных случая.

Первый случай – неуравновешенность  $me$  расположена в одной точке в центре пролета, и ее эксцентриситет лежит в одной плоскости с  $\delta$ . Параметр возбуждения  $\bar{\alpha}_i$  для ротора с помощью формулы (5) может быть выражен соотношением ( $\varepsilon$  – приведенный эксцентриситет неуравновешенности):

$$\bar{\alpha}_i = \delta \cdot \bar{\alpha}_{(i)}^\delta \pm \varepsilon \cdot \bar{\alpha}_{(i)}^\varepsilon; \quad (26)$$

$$\bar{\alpha}_{(i)}^\delta = \int_0^1 \sin \pi \zeta \cdot \bar{\varphi}_{(i)}(\lambda_i \zeta) \cdot d\zeta; \quad \bar{\alpha}_{(i)}^\varepsilon = \bar{\varphi}_i(\lambda_{(i)}/2); \quad (\varepsilon = me/M). \quad (27)$$



Второй случай – ротор имеет остаточную неуравновешенность с эксцентриситетом, лежащим в плоскости прогиба и равномерно распределенным по длине пролета (в формуле (9)  $\bar{e}(z) = 1$ ). Тогда параметр возбуждения  $\bar{\alpha}_{(i)}^\varepsilon$  в формуле (26) будет равен среднему значению соответствующей формы колебаний по длине пролета:

$$\bar{\alpha}_{(i)}^\varepsilon = \int_0^1 \bar{\varphi}_{(i)}(\lambda_{(i)}\zeta) \cdot d\zeta = \bar{\varphi}_i^{\text{сред}}; \quad (\zeta = z/l). \quad (28)$$

Для приведенных коэффициентов демпфирования  $H_{(ii)}^A$  и  $H_{(ii)}^B$  в обоих вариантах по формуле (3) и (4) с учетом (20) и (21) получим:

$$H_{(ii)x}^A = 2b_{11}; \quad H_{(ii)y}^A = 2b_{22}; \quad H_{(ii)x}^B = b_{11}; \quad H_{(ii)y}^B = b_{22}. \quad (29)$$

С помощью (25)-(29), найдем выражения для резонансных амплитуд ротора на частоте  $p_{(i)}$  в произвольной точке  $z$  пролета:

$$A^Q(z) = A^{Q\delta}(z) \pm A^{Q\varepsilon}(z) = K_{(ii)}^Q p_{(i)}^Q \bar{\varphi}_{(i)}^Q(z) (\delta \cdot \bar{\alpha}_{(i)}^{Q\delta} \pm \varepsilon \cdot \bar{\alpha}_{(i)}^{Q\varepsilon}), \quad (30)$$

$$K_{(ii)}^A = M/2b_{(jj)}; \quad K_{(ii)}^B = M/b_{(jj)}. \quad (31)$$

Здесь Q = A, B – тип варианта установки ротора на опоры;  $b_{jj} = b_{11}$  – для горизонтального направления колебаний ротора,  $b_{jj} = b_{22}$  – для вертикального;  $p_{(i)}^Q$  и  $\bar{\varphi}_{(i)}^Q(z)$  – собственные частота и форма колебаний с номером  $i$  вида (20) для соответствующего варианта крепления ротора к статору и направления в пространстве (вдоль осей 0x или 0y). Параметр возбуждения  $\bar{\alpha}_{(i)}^{Q\varepsilon}$  при сосредоточенной неуравновешенности определяется вторым соотношением (27), при распределенной – соотношением (28).

Определим резонансные амплитуды погнутого ротора высокого давления турбины К-300-23.5 с остаточным дисбалансом на низших критических частотах при выбеге. Параметры ротора приведены выше при расчете его собственных форм. Пусть ротор имеет первоначальный прогиб, определяемый формулами (1) и (24).

Оценку возбуждения по формуле (26) следует определять на основе существующих норм на остаточный прогиб при тепловой пробе ротора ( $\delta \leq 20$  мкм) и на остаточную неуравновешенность после балансировки ротора на станке «Шенк».

Согласно рекомендациям, остаточная неуравновешенность ротора должна удовлетворять тем условиям, что центробежная сила, вызываемая ею на номинальной частоте вращения  $\omega$ , не должна превышать 0,1 от веса ротора:

$$\sum_{j=1}^n m_j e_j \leq 0.1 Mg / \omega^2, \quad (32)$$

где  $M = \sum_{j=1}^n m_j$  – масса ротора,  $g$  – ускорение силы тяжести.

Для первого рассматриваемого случая (сосредоточенная неуравновешенность  $me$  расположена в центре пролета), выражая значение неуравновешенности через массу

ротора  $M$  и приведенный эксцентриситет  $\varepsilon$  из соотношения  $me=M\varepsilon$ , из условия (32) найдем ограничения для  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon \leq \varepsilon_0 = 0.1 g / \omega^2 = 9.939 \text{ мкм}, \quad (33)$$

где  $\varepsilon_0 = 9.939$  мкм – предельное допустимое значение  $\varepsilon$  при  $\omega=314$  рад /с.

Из (32) с очевидностью следует, что то же значение предельного эксцентриситета  $\varepsilon_0 = 0.1 g / \omega^2 = 9.939$  мкм соответствует и второму рассматриваемому случаю – равномерно распределенной по пролету неуравновешенности. Однако из второго соотношения (27), соотношения (28) и графиков собственных форм для низших частот на рис. 3 и 4 можно заключить, что на одинаковых частотах для обоих вариантов А и Б установки ротора выполнено:

$$\bar{\alpha}_i^{\varepsilon c} \geq \bar{\alpha}_i^{\varepsilon p}, \quad (34)$$

где  $\bar{\alpha}_i^{\varepsilon c}$  – параметр возбуждения при наличии сосредоточенной неуравновешенности,  $\bar{\alpha}_i^{\varepsilon p}$  – тот же параметр при равномерно распределенной неуравновешенности. То есть, большее возбуждение при выполнении условия (32) вызывается сосредоточенной посередине пролета неуравновешенностью. Поэтому дальнейшие расчеты целесообразно проводить именно для этого случая, как дающего верхнюю оценку уровня вибраций в системе при соблюдении установленных норм ISO (международной ассоциации стандартов).

По формулам (26) и (27) найдем значения параметров возбуждения на низших частотах для вариантов А и Б установки ротора при использованных ранее значениях его физических и геометрических параметров:

$$\text{А: } \bar{\alpha}_{(1x)}^{\delta A} = 1,14356; \quad \bar{\alpha}_{(1x)}^{\varepsilon A} = 2,01165; \quad \bar{\alpha}_{(2x)}^{\delta A} = 0; \quad \bar{\alpha}_{(2x)}^{\varepsilon A} = 0; \quad (39)$$

$$\bar{\alpha}_{(1y)}^{\delta A} = 6,54454; \quad \bar{\alpha}_{(1y)}^{\varepsilon A} = 12,81155. \quad (40)$$

$$\text{Б: } \bar{\alpha}_{(1x)}^{\delta B} = 0,769076; \quad \bar{\alpha}_{(1x)}^{\varepsilon B} = 1,40009; \quad (41)$$

$$\bar{\alpha}_{(1y)}^{\delta B} = 6,161470; \quad \bar{\alpha}_{(1y)}^{\varepsilon B} = 12,18400. \quad (42)$$

Из (39) видно, что при прохождении ротором собственной частоты  $p_{2x}^A$  в варианте А резонансные колебания не возбуждаются. Это следует из косо́й симметрии формы  $\varphi_{2x}^A$  относительно точки середины пролета  $z=l/2$  и симметрии кривой первоначального прогиба (24) относительно этой точки.

Значения резонансных амплитуд ротора в контрольных точках на опорах и в середине пролета, определенные по формулам (30), (39)-(42), а именно:  $A_{1x,y}^{\delta}$  – от прогиба со стрелкой  $\delta_0 = 20$  мкм,  $A_{1x,y}^{\varepsilon}$  – от остаточного эксцентриситета  $\varepsilon_0$ , а также при одновременном присутствии этих факторов в случае одинаковой ( $A_{1x,y}^{(\delta+\varepsilon)}$ ) или противоположной ( $A_{1x,y}^{(\delta-\varepsilon)}$ ) их направленности в плоскости первоначального прогиба, приведены в Таблице 1.

Таблица 1. Амплитуды при сосредоточенной неуравновешенности

Вариант	Амплитуды около опор ( $z = 0, l$ ), мкм	Амплитуды в середине пролета ( $z = l/2$ ), мкм

А	$p_{1x} = 118.0$ рад/с							
	$A_{1x}^{\delta}$	28.8	$A_{1x}^{\varepsilon}$	25.2	$A_{1x}^{\delta}$	57.9	$A_{1x}^{\varepsilon}$	50.6
	$A_{1x}^{(\delta+\varepsilon)}$	54.0	$A_{1x}^{(\delta-\varepsilon)}$	3.6	$A_{1x}^{(\delta+\varepsilon)}$	108.5	$A_{1x}^{(\delta-\varepsilon)}$	7.3
	$p_{1y} = 168.4$ рад/с							
	$A_{1y}^{\delta}$	22.5	$A_{1y}^{\varepsilon}$	21.9	$A_{1y}^{\delta}$	288.3	$A_{1y}^{\varepsilon}$	280.5
	$A_{1y}^{(\delta+\varepsilon)}$	44.4	$A_{1y}^{(\delta-\varepsilon)}$	0.6	$A_{1y}^{(\delta+\varepsilon)}$	568.8	$A_{1y}^{(\delta-\varepsilon)}$	7.8
Б	$p_{1x} = 135.7$ рад/с							
	$A_{1x}^{\delta}$	44.5	$A_{1x}^{\varepsilon}$	40.3	$A_{1x}^{\delta}$	62.3	$A_{1x}^{\varepsilon}$	56.4
	$A_{1x}^{(\delta+\varepsilon)}$	84.8	$A_{1x}^{(\delta-\varepsilon)}$	4.2	$A_{1x}^{(\delta+\varepsilon)}$	118.7	$A_{1x}^{(\delta-\varepsilon)}$	5.9
	$p_{1y} = 172.6$ рад/с							
	$A_{1y}^{\delta}$	43.4	$A_{1y}^{\varepsilon}$	42.7	$A_{1y}^{\delta}$	529.3	$A_{1y}^{\varepsilon}$	520.1
	$A_{1y}^{(\delta+\varepsilon)}$	86.1	$A_{1y}^{(\delta-\varepsilon)}$	0.7	$A_{1y}^{(\delta+\varepsilon)}$	1049.4	$A_{1y}^{(\delta-\varepsilon)}$	9.2

### Анализ результатов и выводы

1. При выбеге ротора вследствие эффекта влияния углового ускорения (замедления) реальные амплитуды при прохождении резонансов будут несколько меньше вычисленных выше значений.

2. Бóльшее возбуждение при выполнении ограничения на величину центробежной силы от дисбалансов при прочих равных условиях вызывается сосредоточенной посередине пролета неуравновешенностью.

3. Хотя резонансные амплитуды на подшипниках при переходных колебаниях не нормируются, для ориентировки их можно сравнивать с допустимыми значениями амплитуд на рабочей скорости (по данным ISO  $A \leq 90$  мкм). Из Таблицы 1 следует, что для самого неблагоприятного случая (Вариант Б,  $p_{1y} = 172.6$  рад/с) амплитуда на первой опоре  $A_{1y}^{(\delta+\varepsilon)} = 86$  мкм, то есть укладывается в нормы ISO, если ротор отвечает нормам на прогиб при тепловой пробе ( $\delta_0 \leq 20$  мкм) и нормам на остаточную неуравновешенность (32).

4. Наибольшие амплитуды вибрации при прохождении критических скоростей для обоих вариантов закрепления ротора (А и Б) и наблюдаются в направлении оси  $Oy$  в середине пролета ротора. При этом для варианта Б они больше, чем для варианта А, внутри же вариантов на более высоких собственных частотах наблюдаются большие амплитуды.

Резонансные амплитуды в среднем пролете естественно сравнить с номинальными радиальными зазорами между ротором и статором в уплотнениях вала, которые для ЦВД составляют

$$\nabla = 400 \div 700 \text{ мкм.} \quad (43)$$

Из данных Таблицы 1 для амплитуд ротора в середине пролета (области среднего уплотнения ЦВД) при наличии допустимого по тепловой пробе погиба ( $\delta = 20$  мкм), предельно допустимой остаточной неуравновешенности (31) и неблагоприятного сочетания фаз прогиба и остаточной неуравновешенности следует, что  $A_{1y}^{(\delta+\varepsilon)} = 569$  мкм для Варианта А и  $A_{1y}^{(\delta+\varepsilon)} = 1050$  мкм для Варианта Б. Сравнение значений этих амплитуд с установленными зазорами (42) свидетельствует о возможности (Вариант А) или неизбежности (Вариант Б) задеваний в среднем уплотнении и в смежных со средним диафрагменных уплотнениях. Для ротора без начальной погнутой анализ процесса переходных колебаний при задевании о статор был проведен в [5]/

Данные расчетов свидетельствуют о целесообразности введения определенных конструктивных изменений в элементы ЦВД, таких, например, как применение подшипников с большим демпфированием и использование саморегулируемых диафрагменных (и средних) уплотнений.

### Список литературы

1. Прочность элементов паровых турбин / Под ред. Л.А. Шубенко - Шубина. М.- Киев: Машгиз, 1962. 568 с.
2. Костюк А.Г., Волоховская О.А. Об особенностях колебаний погнутого ротора. Вестник МЭИ, № 4, 2013, С. 7 – 17.
3. Костюк А.Г. Динамика и прочность турбомашин. М.: Изд. МЭИ, 2000.479 с.
4. Волоховская О.А., Бармина О.В. Об особенностях колебаний ротора, имеющего первоначальный прогиб. Проблемы машиностроения и надежности машин, № 4, 2013 , С.26 – 34 .
5. Волоховская О.А., Бармина О.В. Анализ процесса переходных колебаний ротора при задевании о статор. Проблемы машиностроения и надежности машин 2015 г. №3. С. 15-23.

Дата поступления статьи: 10 января 2017 года.